

CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Quy tắc tính đạo hàm

- $(C)' = 0$
- $(x)' = 1$
- $(x^n)' = nx^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$
- $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

2. Đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương của hàm số

- $(u \pm v)' = u' \pm v' \Rightarrow (u_1 \pm u_2 \pm \dots \pm u_n)' = u_1' \pm u_2' \pm \dots \pm u_n'$
- $(uv)' = u'v + v'u \Rightarrow (uvw)' = u'vw + uv'w + uvw'$
- $(ku)' = ku'$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2} \Rightarrow \left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$

3. Đạo hàm của hàm số hợp

Cho hàm số $y = f(u(x)) = f(u)$ với $u = u(x)$. Khi đó $y'_x = y'_u \cdot u'_x$.

4. Bảng công thức đạo hàm các hàm sơ cấp cơ bản

Đạo hàm	Hàm hợp
$(c)' = 0$	
$(x)' = 1$	
$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$	$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$(\sqrt[n]{u})' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$

B – BÀI TẬP

DẠNG 1: TÍNH ĐẠO HÀM BẰNG CÔNG THỨC TẠI MỘT ĐIỂM HOẶC BẰNG MTCT

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} bởi $f(x) = 2x^2 + 1$. Giá trị $f'(-1)$ bằng:

- A. 2. B. 6. C. -4. D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $f'(x) = 4x \Rightarrow f'(-1) = -4$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ xác định trên \mathbb{R} . Giá trị $f'(-1)$ bằng:

- A. 4. B. 14. C. 15. D. 24.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $f'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 6x + 2$. Nên $f'(-1) = 24$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $f(x) = (x^2 + 1)^4$ tại điểm $x = -1$ là:

- A. -32. B. 30. C. -64. D. 12.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $y' = 4(x^2 + 1)^3 (x^2 + 1)' = 8x(x^2 + 1)^3$
 $\Rightarrow y'(-1) = -64$.

Câu 4. Với $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$. Thì $f'(-1)$ bằng:

- A. 1. B. -3. C. -5. D. 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1} = x - 1 + \frac{4}{x - 1} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{4}{(x - 1)^2} \Rightarrow f'(-1) = 0$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} bởi $f(x) = \sqrt{x^2}$. Giá trị $f'(0)$ bằng

- A. 0. B. 2. C. 1. D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2}}$

$\Rightarrow f'(x)$ không xác định tại $x = 0$

$\Rightarrow f'(0)$ không có đạo hàm tại $x = 0$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$. $y'(0)$ bằng:

A. $y'(0) = \frac{1}{2}$.

B. $y'(0) = \frac{1}{3}$.

C. $y'(0) = 1$.

D. $y'(0) = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{\sqrt{4-x^2} - x \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}}{\left(\sqrt{4-x^2}\right)^2} = \frac{4}{\left(\sqrt{4-x^2}\right)^3}$$

$$\Rightarrow y'(0) = \frac{1}{2}.$$

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} bởi $f(x) = \sqrt[3]{x}$. Giá trị $f'(-8)$ bằng:

A. $\frac{1}{12}$.

B. $-\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có: } y = \sqrt[3]{x} \Rightarrow y^3 = x \Rightarrow 3y^2 \cdot y' = 1 \Rightarrow y' = \frac{1}{3y^2} = \frac{1}{3(\sqrt[3]{x})^2}$$

$$\Rightarrow y'(-8) = \frac{1}{12}.$$

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ bởi $f(x) = \frac{2x}{x-1}$. Giá trị của $f'(-1)$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. -2 .

D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{2(x-1) - 2x}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(-1) = -\frac{1}{2}.$$

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ xác định bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$. Giá trị $f'(0)$ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có: } f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+1} = \frac{1}{2}.$$

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$ đạo hàm của hàm số tại $x = 1$ là:

- A. $y'(1) = -4$. B. $y'(1) = -5$. C. $y'(1) = -3$. D. $y'(1) = -2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(2x+1)(x-2) - (x^2+x)}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 2}{(x-2)^2}$$

$$\Rightarrow y'(1) = -5.$$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$. Tính $y'(0)$ bằng:

- A. $y'(0) = \frac{1}{2}$. B. $y'(0) = \frac{1}{3}$. C. $y'(0) = 1$. D. $y'(0) = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có: } y' = f'(x) = \left(\frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \right)' = \frac{x' \cdot \sqrt{4-x^2} - x \cdot (\sqrt{4-x^2})'}{4-x^2} = \frac{\sqrt{4-x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}}{4-x^2}$$

$$\Rightarrow y'(0) = \frac{\sqrt{4}}{4} = \frac{1}{2}.$$

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$, đạo hàm của hàm số tại $x = 1$ là:

- A. $y'(1) = -4$. B. $y'(1) = -3$. C. $y'(1) = -2$. D. $y'(1) = -5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^2 + x}{x - 2} = x + 3 + \frac{6}{x - 2} \Rightarrow y' = 1 - \frac{6}{(x - 2)^2} \Rightarrow y'(1) = 1 - 6 = -5.$$

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x}$. Giá trị $f'(8)$ bằng:

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $-\frac{1}{6}$. D. $-\frac{1}{12}$.

Hướng dẫn giải:

Với $x > 0$

$$f'(x) = \left(x^{\frac{1}{3}} \right)' = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow f'(8) = \frac{1}{3} \cdot 8^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \cdot 2^{-2} = \frac{1}{12}.$$

Đáp án B.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x-1}$. Đạo hàm của hàm số tại $x = 1$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 0 D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{4x+1}$. Khi đó $f'(2)$ bằng:

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 2.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $y' = \frac{2}{\sqrt{4x+1}}$ nên $f'(2) = \frac{2}{3}$.

Chọn A.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \frac{1-x}{2x+1}$ thì $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ có kết quả nào sau đây?

- A. Không xác định. B. -3. C. 3. D. 0.

Hướng dẫn giải:

Hàm số không xác định tại $x = -\frac{1}{2}$ nên $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ không xác định

Chọn A.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x^2 + 2x + 1}{2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$. Giá trị $f'(0)$ là:

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. Không tồn tại. D. 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$$f'(0) = \frac{(3x^2 + 2x + 1)' \cdot 2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1} - (3x^2 + 2x + 1) \cdot (2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1})'}{(2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1})^2}$$

$$= \frac{(6x + 2)2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1} - (3x^2 + 2x + 1) \frac{9x^2 + 4x}{\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}}{(2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1})^2} = \frac{9x^4 + 6x^3 - 9x^2 + 8x + 4}{4(3x^3 + 2x^2 + 1)\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$$

$$f'(0) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

Câu 18. Cho $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}$. Tính $f'(-1)$.

- A. -14 B. 12 C. 13 D. 10

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Bước đầu tiên tính đạo hàm sử dụng công thức $\left(\frac{1}{x^\alpha}\right)' = \frac{-\alpha}{x^{\alpha+1}}$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right)' = -\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3} - \frac{9}{x^4} \Rightarrow f'(1) = -1 - 4 - 9 = -14$$

Câu 19. Cho $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + x^2$. Tính $f'(1)$

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có $f'(x) = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + x^2\right)' = -\frac{1}{x^2} - \frac{(\sqrt{x})'}{x} + 2x = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{2x\sqrt{x}} + 2x$

Vậy $f'(1) = -1 - \frac{1}{2} + 2 = \frac{1}{2}$

Câu 20. Cho $f(x) = x^5 + x^3 - 2x - 3$. Tính $f'(1) + f'(-1) + 4f(0)$

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có $f'(x) = (x^5 + x^3 - 2x - 3)' = 5x^4 + 3x^2 - 2$

$f'(1) + f'(-1) + 4f(0) = (5 + 3 - 2) + (5 + 3 - 2) + 4 \cdot (-2) = 4$

Câu 21. Cho $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$. Tính $f'(0)$

A. $\frac{1}{4}$

B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$f'(x) = \left(\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\right)' = \frac{x' \cdot \sqrt{4-x^2} - x(\sqrt{4-x^2})'}{(\sqrt{4-x^2})^2} = \frac{\sqrt{4-x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}}{(4-x^2)} = \frac{4}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}}$$

Vậy $f'(0) = \frac{1}{4}$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{-3x+4}{2x+1}$ tại điểm $x = -1$ là

A. $-\frac{11}{3}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. -11 .

D. $-\frac{11}{9}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$f'(x) = \frac{-11}{(2x+1)^2} \Rightarrow f'(-1) = \frac{-11}{1} = -11.$$

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+9}{x+3} + \sqrt{4x}$ tại điểm $x=1$ bằng:

A. $-\frac{5}{8}$.

B. $\frac{25}{16}$.

C. $\frac{5}{8}$.

D. $\frac{11}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$f'(x) = \frac{-6}{(x+3)^2} + \frac{2}{\sqrt{4x}}$$

$$f'(1) = \frac{-6}{(1+3)^2} + \frac{2}{\sqrt{4 \cdot 1}} = \frac{5}{8}.$$

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = k \cdot \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$. Với giá trị nào của k thì $f'(1) = \frac{3}{2}$?

A. $k=1$.

B. $k = \frac{9}{2}$.

C. $k=-3$.

D. $k=3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) = \left(k \cdot x^{\frac{1}{3}} + \sqrt{x} \right)' = k \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(1) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}k + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}k = 1 \Leftrightarrow k = 3$$

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ tại điểm $x=0$ là kết quả nào sau đây?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Tập xác định của hàm số là: $D = (0; +\infty)$.

$x=0 \notin D \Rightarrow$ không tồn tại đạo hàm tại $x=0$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + 1$. Giá trị $f'(-1)$ bằng:

A. Câu .

B. 3.

C. -2 .

D. -6 .

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$\text{Có } f(x) = 2x^3 + 1 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 \Rightarrow f'(-1) = 6 \cdot (-1)^2 = 6.$$

Câu 27. Cho hàm số $y = \sqrt{1-x^2}$ thì $f'(2)$ là kết quả nào sau đây?

- A. $f'(2) = \frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $f'(2) = \frac{-2}{\sqrt{3}}$. C. $f'(2) = \frac{-2}{\sqrt{-3}}$. D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$\text{Ta có } f'(x) = (\sqrt{1-x^2})' = \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$$

Không tồn tại $f'(2)$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x}{x-1}$. Giá trị $f'(1)$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. -2 . D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$\text{Ta có } f'(x) = \left(\frac{2x}{x-1}\right)' = \frac{2(x-1) - 2x}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

Suy ra không tồn tại $f'(1)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = (3x^2 - 1)^2$. Giá trị $f'(1)$ là

- A. 4. B. 8. C. -4. D. 24.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$\text{Ta có } f'(x) = 2(3x^2 - 1)(3x^2 - 1)' = 12x(3x^2 - 1) \Rightarrow f'(1) = 24$$

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$. Đạo hàm của f tại $x = \sqrt{2}$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(\sqrt{2}) = -\frac{1}{2}$$

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$. Giá trị $f'(1)$ bằng:

- A. 14. B. 24. C. 15. D. 4.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có } f'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 6x + 2 \text{ suy ra } f'(1) = 4$$

Chọn D.

DẠNG 2: TÍNH ĐẠO HÀM BẰNG CÔNG THỨC

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = 10$ là:

- A. 10. B. -10. C. 0. D. $10x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Có $y = 10 \Rightarrow y' = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = ax + b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. $f'(x) = -a$. B. $f'(x) = -b$. C. $f'(x) = a$. D. $f'(x) = b$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Có $f(x) = ax + b \Rightarrow f'(x) = a$.

Câu 3. Cho $f(x) = x^2$ và $x_0 \in \mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $f'(x_0) = 2x_0$. B. $f'(x_0) = x_0$.
C. $f'(x_0) = x_0^2$. D. $f'(x_0)$ không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 3x^2 + x + 1$ là

- A. $y' = 4x^3 - 6x^2 + 1$. B. $y' = 4x^3 - 6x^2 + x$. C. $y' = 4x^3 - 3x^2 + x$. D. $y' = 4x^3 - 3x^2 + 1$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Áp dụng công thức

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = -2x^4 + 3x^3 - x + 2$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $-16x^3 + 9x - 1$. B. $-8x^3 + 27x^2 - 1$. C. $-8x^3 + 9x^2 - 1$. D. $-18x^3 + 9x^2 - 1$.

Hướng dẫn giải:

Công thức $(Cx^n)' = Cnx^{n-1}$.

Chọn C.

Câu 6. $y = x^4 - 3x^2 + 2x - 1$

- A. $y' = 4x^3 - 6x + 3$ B. $y' = 4x^4 - 6x + 2$ C. $y' = 4x^3 - 3x + 2$ D. $y' = 4x^3 - 6x + 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $y' = 4x^3 - 6x + 2$

Câu 7. $y = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 + x - 1$

- A. $y' = -2x^2 + 4x + 1$ B. $y' = -3x^2 + 4x + 1$ C. $y' = -\frac{1}{3}x^2 + 4x + 1$ D. $y' = -x^2 + 4x + 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có $y' = -x^2 + 4x + 1$

Câu 8. Đạo hàm cấp một của hàm số $y = (1 - x^3)^5$ là:

- A. $y' = 5(1 - x^3)^4$. B. $y' = -15x^2(1 - x^3)^5$. C. $y' = -3(1 - x^3)^4$. D. $y' = -5x^2(1 - x^3)^4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có : $y' = 5(1 - x^3)^4(1 - x^3)' = -15x^2(1 - x^3)^4$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} bởi $f(x) = ax + b$, với a, b là hai số thực đã cho. Chọn câu đúng:

- A. $f'(x) = a$. B. $f'(x) = -a$. C. $f'(x) = b$. D. $f'(x) = -b$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Sử dụng các công thức đạo hàm: $(c)' = 0$ với $c = const$; $x' = 1$; $(k.u)' = k.u'$ với $k = const$.

$(x^n)' = n.x^{n-1}$ với n là số nguyên dương; $(u+v)' = u' + v'$;

Ta có $f'(x) = (ax + b)' = ax' + b' = a$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} bởi $f(x) = -2x^2 + 3x$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

- A. $-4x - 3$. B. $-4x + 3$. C. $4x + 3$. D. $4x - 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Sử dụng các công thức đạo hàm: $x' = 1$; $(k.u)' = k.u'$; $(x^n)' = n.x^{n-1}$; $(u+v)' = u' + v'$.

$f'(x) = (-2x^2 + 3x)' = -2(x^2)' + 3x' = -4x + 3$.

Câu 11. Đạo hàm của $y = (x^5 - 2x^2)^2$ là

- A. $y' = 10x^9 - 28x^6 + 16x^3$. B. $y' = 10x^9 - 14x^6 + 16x^3$.
C. $y' = 10x^9 + 16x^3$. D. $y' = 7x^6 - 6x^3 + 16x$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Ta có $y' = 2.(x^5 - 2x^2)(x^5 - 2x^2)' = 2(x^5 - 2x^2)(5x^4 - 4x) = 10x^9 - 28x^6 + 16x^3$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = (7x - 5)^4$ bằng biểu thức nào sau đây

- A. $4(7x - 5)^3$. B. $-28(7x - 5)^3$. C. $28(7x - 5)^3$. D.

$A = y'' + y = -3\sin x - 2\cos x + 3\sin x + 2\cos x = 0$

Hướng dẫn giải:

Đáp án C

Vì $y' = 4(7x-5)^3 (7x-5)' = 28(7x-5)^3$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = -2x^2 + 3x$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng

- A. $4x-3$. B. $-4x+3$. C. $4x+3$. D. $-4x-3$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

$f(x) = -2x^2 + 3x \Rightarrow f'(x) = -4x + 3$

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^{2016}$ là:

- A. $y' = 2016(x^3 - 2x^2)^{2015}$. B. $y' = 2016(x^3 - 2x^2)^{2015}(3x^2 - 4x)$.
C. $y' = 2016(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 4x)$. D. $y' = 2016(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 2x)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Đặt $u = x^3 - 2x^2$ thì $y = u^{2016}$, $y'_u = 2016.u^{2015}$, $u'_x = 3x^2 - 4x$.

Theo công thức tính đạo hàm của hàm số hợp, ta có: $y'_x = y'_u.u'_x$.

Vậy: $y' = 2016.(x^3 - 2x^2)^{2015} .(3x^2 - 4x)$.

Câu 15. Đạo hàm của $y = (x^3 - 2x^2)^2$ bằng :

- A. $6x^5 - 20x^4 + 16x^3$. B. $6x^5 + 16x^3$.
C. $6x^5 - 20x^4 + 4x^3$. D. $6x^5 - 20x^4 - 16x^3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Cách 1: Áp dụng công thức $(u^n)'$

Ta có $y' = 2.(x^3 - 2x^2).(x^3 - 2x^2)' = 2(x^3 - 2x^2).(3x^2 - 4x)$
 $= 6x^5 - 8x^4 - 12x^4 + 16x^3 = 6x^5 - 20x^4 + 16x^3$

Cách 2 : Khai triển hằng đẳng thức :

Ta có: $y = (x^3 - 2x^2)^2 = x^6 - 4x^5 + 4x^4 \Rightarrow y' = 6x^5 - 20x^4 + 16x^3$

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{2}x^6 - \frac{3}{x} + 2\sqrt{x}$ là:

- A. $y' = 3x^5 + \frac{3}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$. B. $y' = 6x^5 + \frac{3}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.
C. $y' = 3x^5 - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$. D. $y' = 6x^5 - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$y' = 3x^5 + \frac{3}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = (3x^2 - 1)^2$ là y' bằng.

- A. $2(3x^2 - 1)$. B. $6(3x^2 - 1)$. C. $6x(3x^2 - 1)$. D. $12x(3x^2 - 1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $y = (3x^2 - 1)^2 \Rightarrow y' = 2(3x^2 - 1)(3x^2 - 1)' = 12x(3x^2 - 1)$.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2)(2x - 1)$ là:

- A. $y' = 4x$. B. $y' = 3x^2 - 6x + 2$. C. $y' = 2x^2 - 2x + 4$. D. $y' = 6x^2 - 2x - 4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$y = (x^2 - 2)(2x - 1) \Rightarrow y' = 2x(2x - 1) + 2(x^2 - 2) = 6x^2 - 2x - 4$

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^7 + x)^2$

- A. $y' = (x^7 + x)(7x^6 + 1)$ B. $y' = 2(x^7 + x)$
C. $y' = 2(7x^6 + 1)$ D. $y' = 2(x^7 + x)(7x^6 + 1)$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Câu 20. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 1)(5 - 3x^2)$

- A. $y' = -x^3 + 4x$ B. $y' = -x^3 - 4x$ C. $y' = 12x^3 + 4x$ D. $y' = -12x^3 + 4x$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^3 + 2x)^3$

- A. $y' = (x^3 + 2x)^2(3x^2 + 2)$ B. $y' = 2(x^3 + 2x)^2(3x^2 + 2)$
C. $y' = 3(x^3 + 2x)^2 + (3x^2 + 2)$ D. $y' = 3(x^3 + 2x)^2(3x^2 + 2)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $y' = 3(x^3 + 2x)^2(x^3 + 2x)' = 3(x^3 + 2x)^2(3x^2 + 2)$

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 1)(3x^3 + 2x)$

- A. $y' = x^4 - 3x^2 - 2$ B. $y' = 5x^4 - 3x^2 - 2$ C. $y' = 15x^4 - 3x^2$ D. $y' = 15x^4 - 3x^2 - 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $y' = 2x(3x^3 + 2x) + (x^2 - 1)(9x^2 + 2) = 15x^4 - 3x^2 - 2$

Câu 23. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2(2x + 1)(5x - 3)$

- A. $y' = 40x^2 - 3x^2 - 6x$ B. $y' = 40x^3 - 3x^2 - 6x$ C. $y' = 40x^3 + 3x^2 - 6x$ D. $y' = 40x^3 - 3x^2 - x$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$y = 10x^4 - x^3 - 3x^2 \Rightarrow y' = 40x^3 - 3x^2 - 6x$

Câu 24. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x+2)^3(x+3)^2$

A. $y' = 3(x^2 + 5x + 6)^3 + 2(x+3)(x+2)^3$

C. $y' = 3(x^2 + 5x + 6) + 2(x+3)(x+2)$

B. $y' = 2(x^2 + 5x + 6)^2 + 3(x+3)(x+2)^3$

D. $y' = 3(x^2 + 5x + 6)^2 + 2(x+3)(x+2)^3$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$y' = 3(x^2 + 5x + 6)^2 + 2(x+3)(x+2)^3$$

Câu 25. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = (x^7 + x)^2$.

A. $(x^7 + x)(7x^6 + 1)$

B. $2(7x^6 + 1)$

C. $2(x^7 + x)(x^6 + 1)$

D. $2(x^7 + x)(7x^6 + 1)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Sử dụng công thức $(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$ (với $u = x^7 + x$)

$$y' = 2(x^7 + x) \cdot (x^7 + x)' = 2(x^7 + x)(7x^6 + 1)$$

Câu 26. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = (2x^3 - 3x^2 - 6x + 1)^2$.

A. $2(2x^3 - x^2 + 6x + 1)(6x^2 - 6x + 6)$.

B. $2(2x^3 - 3x^2 + x + 1)(x^2 - 6x + 6)$.

C. $2(2x^3 - 3x^2 + 6x + 1)(x^2 - 6x + 6)$.

D. $2(2x^3 - 3x^2 + 6x + 1)(6x^2 - 6x + 6)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Sử dụng công thức $(u^\alpha)'$ với $u = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 1$

$$y' = 2(2x^3 - 3x^2 + 6x + 1)(2x^3 - 3x^2 + 6x + 1)' = 2(2x^3 - 3x^2 + 6x + 1)(6x^2 - 6x + 6)$$

Câu 27. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = (1 - 2x^2)^3$.

A. $12x(1 - 2x^2)^2$.

B. $-12x(1 - 2x^2)^2$.

C. $-24x(1 - 2x^2)^2$.

D. $24x(1 - 2x^2)^2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Sử dụng công thức $(u^\alpha)'$ với $u = 1 - 2x^2$

$$y' = 3(1 - 2x^2)^2 (1 - 2x^2)' = 3(1 - 2x^2)^2 (-4x) = -12x(1 - 2x^2)^2$$

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = (x - x^2)^{32}$.

A. $(x - x^2)^{31} \cdot (1 - 2x)$

B. $32(x - x^2)^{31}$

C. $32(1 - x^2)^{31}$

D. $32(x - x^2)^{31} \cdot (1 - 2x)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Sử dụng công thức $(u^\alpha)'$ với $u = x - x^2$

$$y' = 32(x - x^2)^{31} \cdot (x - x^2)' = 32(x - x^2)^{31} \cdot (1 - 2x)$$

Câu 29. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = (x^2 + x + 1)^4$.

A. $4(x^2 + x + 1)^3$.

B. $(x^2 + x + 1)^3 \cdot (2x + 1)$

C. $(x^2 + x + 1)^3$.

D. $4(x^2 + x + 1)^3 \cdot (2x + 1)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Sử dụng công thức $(u^\alpha)'$ với $u = x^2 + x + 1$

$$y' = 4(x^2 + x + 1)^3 \cdot (x^2 + x + 1)' = 4(x^2 + x + 1)^3 \cdot (2x + 1)$$

Câu 30. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = (x^2 - x + 1)^3 \cdot (x^2 + x + 1)^2$

A. $y' = (x^2 - x + 1)^2 [3(2x - 1)(x^2 + x + 1) + 2(2x + 1)(x^2 - x + 1)]$

B. $y' = (x^2 - x + 1)^2 (x^2 + x + 1) [3(2x - 1)(x^2 + x + 1) + (x^2 - x + 1)]$

C. $y' = (x^2 - x + 1)^2 (x^2 + x + 1) [3(2x - 1)(x^2 + x + 1) + 2(2x + 1)(x^2 - x + 1)]$

D. $y' = (x^2 - x + 1)^2 (x^2 + x + 1) [3(2x - 1)(x^2 + x + 1) - 2(2x + 1)(x^2 - x + 1)]$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Đầu tiên sử dụng quy tắc nhân.

$$y' = [(x^2 - x + 1)^3]' (x^2 + x + 1)^2 + [(x^2 + x + 1)^2]' (x^2 - x + 1)^3.$$

Sau đó sử dụng công thức $(u^\alpha)'$

$$y' = 3(x^2 - x + 1)^2 (x^2 - x + 1)' (x^2 + x + 1)^2 + 2(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 1)' (x^2 - x + 1)^3$$

$$y' = 3(x^2 - x + 1)^2 (2x - 1)(x^2 + x + 1)^2 + 2(x^2 + x + 1)(2x + 1)(x^2 - x + 1)^3$$

$$y' = (x^2 - x + 1)^2 (x^2 + x + 1) [3(2x - 1)(x^2 + x + 1) + 2(2x + 1)(x^2 - x + 1)].$$

Câu 31. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = (1 + 2x)(2 + 3x^2)(3 - 4x^3)$

A. $y' = (2 + 3x^2)(3 - 4x^3) + (1 + 2x)(6x)(3 - 4x^3) + (1 + 2x)(2 + 3x^2)(-12x^2)$

B. $y' = 4(2+3x^2)(3-4x^3) + (1+2x)(6x)(3-4x^3) + (1+2x)(2+3x^2)(-12x^2)$

C. $y' = 2(2+3x^2)(3-4x^3) + (1+2x)(6x)(3-4x^3) + (1-2x)(2+3x^2)(-12x^2)$

D. $y' = 2(2+3x^2)(3-4x^3) + (1+2x)(6x)(3-4x^3) + (1+2x)(2+3x^2)(-12x^2)$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$y' = (1+2x)'(2+3x^2)(3-4x^3) + (1+2x)(2+3x^2)'(3-4x^3) + (1+2x)(2+3x^2)(3-4x^3)'$$

$$y' = 2(2+3x^2)(3-4x^3) + (1+2x)(6x)(3-4x^3) + (1+2x)(2+3x^2)(-12x^2).$$

Câu 32. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, $ac \neq 0$

A. $\frac{a}{c}$

B. $\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

C. $\frac{ad+bc}{(cx+d)^2}$

D. $\frac{ad-bc}{(cx+d)}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2} = \frac{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}{(cx+d)^2}$$

Câu 33. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \frac{2x+1}{x+2}$

A. $-\frac{3}{(x+2)^2}$

B. $\frac{3}{(x+2)}$

C. $\frac{3}{(x+2)^2}$

D. $\frac{2}{(x+2)^2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = \frac{(2x+1)'(x+2) - (x+2)'(2x+1)}{(x+2)^2} = \frac{3}{(x+2)^2}$$

Câu 34. Cho hàm số $y = \frac{3x+5}{-1+2x}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\frac{7}{(2x-1)^2}$

B. $\frac{1}{(2x-1)^2}$

C. $-\frac{13}{(2x-1)^2}$

D. $\frac{13}{(2x-1)^2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y' &= \frac{(3x+5)' \cdot (-1+2x) - (3x+5)(2x-1)'}{(2x-1)^2} \\ &= \frac{3(2x-1) - 2(3x+5)}{(2x-1)^2} = \frac{-13}{(2x-1)^2} \end{aligned}$$

Có thể dùng công thức $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{a.d-b.c}{(cx+d)^2}$

Câu 35. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ xác định $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là:

- A. $f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$. B. $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$. C. $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. D. $f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

· Sử dụng công thức đạo hàm: $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{a.d-b.c}{(cx+d)^2}$.

· Ta có: $f'(x) = \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)' = \frac{2.1+1.1}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2}$.

Câu 36. Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đạo hàm là:

- A. $y' = 2$. B. $y' = -\frac{1}{(x-1)^2}$. C. $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$. D. $y' = \frac{1}{(x-1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $y' = \frac{2(x-1)-(2x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = \frac{-4x-3}{x+5}$. Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số là

- A. $-\frac{17}{(x+5)^2}$. B. $-\frac{19}{(x+5)^2}$. C. $-\frac{23}{(x+5)^2}$. D. $\frac{17}{(x+5)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $f'(x) = \frac{-4.5-1.(-3)}{(x+5)^2} = \frac{-17}{(x+5)^2}$.

Câu 38. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2-x}{3x+1}$ là:

- A. $y' = \frac{-7}{3x+1}$. B. $y' = \frac{5}{(3x+1)^2}$. C. $y' = \frac{-7}{(3x+1)^2}$. D. $y' = \frac{5}{3x+1}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$y = \frac{2-x}{3x+1} \Rightarrow y' = \frac{-(3x+1)-3(2-x)}{(3x+1)^2} = \frac{-7}{(3x+1)^2}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

A. $\frac{2}{(x+1)^2}$.

B. $\frac{3}{(x+1)^2}$.

C. $\frac{1}{(x+1)^2}$.

D. $\frac{-1}{(x+1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Cách 1: Ta có $y' = \frac{(2x-1)'(x+1) - (2x-1)(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{2(x+1) - (2x-1)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2}$

Cách 2: Ta có $y' = \frac{2 \cdot 1 - 1 \cdot (-1)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2}$.

Câu 40. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \frac{3}{(2x+5)^2}$

A. $-\frac{12}{(2x+5)^4}$

B. $\frac{12}{(2x+5)^3}$

C. $-\frac{6}{(2x+5)^3}$

D. $-\frac{12}{(2x+5)^3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y' = -\frac{3[(2x+5)^2]'}{(2x+5)^4} = -\frac{12(2x+5)}{(2x+5)^4} = -\frac{12}{(2x+5)^3}$

Câu 41. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

A. $\frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$

B. $\frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$

C. $\frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$

D. $\frac{-2x - 2}{(x-1)^2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $y' = \frac{(2x-1)(x-1) - (x^2 - x + 1)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$

Câu 42. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x + b'}$, $aa' \neq 0$.

A. $= \frac{aa'x^2 + 2ab'x + bb' - a'c}{(a'x + b')^2}$

B. $= \frac{aa'x^2 + 2ab'x + bb' - a'c}{(a'x + b')^2}$

C. $= \frac{aa'x^2 - 2ab'x + bb' - a'c}{(a'x + b')^2}$

D. $= \frac{aa'x^2 + 2ab'x - bb' - a'c}{(a'x + b')^2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } y' &= \frac{(2ax+b)(a'x+b')-a'(ax^2+bx+c)}{(a'x+b')^2} \\ &= \frac{aa'x^2+2ab'x+bb'-a'c}{(a'x+b')^2}. \end{aligned}$$

Câu 43. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \frac{2-2x+x^2}{x^2-1}$

- A. $\frac{2x^2+6x+2}{(x^2-1)^2}$ B. $\frac{2x^2-6x+2}{(x^2-1)^4}$ C. $\frac{2x^2-6x-2}{(x^2-1)^2}$ D. $\frac{2x^2-6x+2}{(x^2-1)^2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(2x-2)(x^2-1)-2x(x^2-2x+2)}{(x^2-1)^2} = \frac{2x^2-6x+2}{(x^2-1)^2}$$

Câu 44. Cho hàm số $y = \frac{8x^2+x}{4x+5}$. Đạo hàm y' của hàm số là

- A. $\frac{32x^2+80x+5}{4x+5}$ B. $\frac{-32x^2+8x-5}{(4x+5)^2}$ C. $\frac{32x^2+80x+5}{(4x+5)^2}$ D. $\frac{16x+1}{(4x+5)^2}$

Hướng dẫn giải:

$$\text{Lưu ý: áp dụng công thức đạo hàm nhanh } \left(\frac{ax^2+bx+c}{ex+d} \right)' = \frac{ae.x^2+2adx+bd-ec}{(ex+d)^2}.$$

Chọn C.

Câu 45. Hàm số $y = \frac{x^2+3x+3}{x+2}$ có y' bằng

- A. $\frac{x^2+4x-3}{x+2}$ B. $\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$ C. $\frac{x^2+4x+3}{x+2}$ D. $\frac{x^2+4x+9}{(x+2)^2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Lưu ý: áp dụng công thức đạo hàm nhanh } \left(\frac{ax^2+bx+c}{ex+d} \right)' = \frac{ae.x^2+2adx+bd-ec}{(ex+d)^2}.$$

Câu 46. Hàm số $y = \frac{(x-2)^2}{1-x}$ có đạo hàm là:

- A. $y' = \frac{-x^2+2x}{(1-x)^2}$ B. $y' = \frac{x^2-2x}{(1-x)^2}$ C. $y' = -2(x-2)$ D. $y' = \frac{x^2+2x}{(1-x)^2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{2(x-2)(1-x)-(x-2)^2(-1)}{(1-x)^2} = \frac{-x^2+2x}{(1-x)^2}.$$

Câu 47. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 3}{x - 2}$. Đạo hàm y' của hàm số là biểu thức nào sau đây?

- A. $-1 - \frac{3}{(x-2)^2}$. B. $1 + \frac{3}{(x-2)^2}$. C. $-1 + \frac{3}{(x-2)^2}$. D. $1 - \frac{3}{(x-2)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án C.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y' &= \frac{(-x^2 + 2x - 3)'(x - 2) - (-x^2 + 2x - 3)(x - 2)'}{(x - 2)^2} \\ &= \frac{(-2x + 2)(x - 2) - (-x^2 + 2x - 3) \cdot 1}{(x - 2)^2} = \frac{-x^2 + 4x - 1}{(x - 2)^2} = -1 + \frac{3}{(x - 2)^2}. \end{aligned}$$

Câu 48. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 2}$. Đạo hàm y' của hàm số là

- A. $1 + \frac{3}{(x+2)^2}$. B. $\frac{x^2 + 6x + 7}{(x+2)^2}$. C. $\frac{x^2 + 4x + 5}{(x+2)^2}$. D. $\frac{x^2 + 8x + 1}{(x+2)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A.

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(x^2 + 2x - 3)'(x + 2) - (x + 2)'(x^2 + 2x - 3)}{(x + 2)^2} = \frac{(2x + 2)(x + 2) - (x^2 + 2x - 3)}{(x + 2)^2} \\ &= \frac{(2x + 2)(x + 2) - (x^2 + 2x - 3)}{(x + 2)^2} = \frac{x^2 + 4x + 7}{(x + 2)^2} = 1 + \frac{3}{(x + 2)^2}. \end{aligned}$$

Câu 49. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 5}$ bằng biểu thức nào sau đây

- A. $y' = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x + 5)^2}$. B. $y' = \frac{-2x + 2}{(x^2 - 2x + 5)^2}$.
C. $y' = (2x - 2)(x^2 - 2x + 5)$. D. $y' = \frac{1}{2x - 2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

$$\text{Vì } y' = -\frac{(x^2 - 2x + 5)'}{(x^2 - 2x + 5)^2} = \frac{-2x + 2}{(x^2 - 2x + 5)^2}.$$

Câu 50. Đạo hàm của $y = \frac{1}{2x^2 + x + 1}$ bằng :

- A. $\frac{-(4x + 1)}{(2x^2 + x + 1)^2}$. B. $\frac{-(4x - 1)}{(2x^2 + x + 1)^2}$. C. $\frac{-1}{(2x^2 + x + 1)^2}$. D. $\frac{(4x + 1)}{(2x^2 + x + 1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

$$y = \frac{1}{2x^2 + x + 1} \Rightarrow y' = \frac{-(2x^2 + x + 1)'}{(2x^2 + x + 1)^2} = \frac{-(4x + 1)}{(2x^2 + x + 1)^2}$$

Câu 51. Cho hàm số $f(x) = x + 1 - \frac{2}{x-1}$. Xét hai câu sau:

(I) $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2} \forall x \neq 1$

(II) $f'(x) > 0 \forall x \neq 1$.

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả hai đều sai.

D. Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

$$f(x) = x + 1 - \frac{2}{x-1} \Rightarrow f'(x) = 1 + \frac{2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 3}{(x-1)^2} > 0 \forall x \neq 1$$

Câu 52. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x-1}$. Xét hai câu sau:

(I): $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$.

(II): $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$.

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả (I); (II) đều sai.

D. Cả (I); (II) đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Áp dụng công thức $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$ ta có:

$$\forall x \neq 1, \text{ ta có: } f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{(x^2 + x - 1)' \cdot (x-1) - (x-1)' \cdot (x^2 + x - 1)}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{(2x+1) \cdot (x-1) - 1 \cdot (x^2 + x - 1)}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x + x - 1 - x^2 - x + 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \Rightarrow \text{(II) đúng.}$$

$$\text{Mặt khác: } f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 1 - 1}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2 - 1}{(x-1)^2} = 1 - \frac{1}{(x-1)^2} \Rightarrow \text{(I) đúng.}$$

Câu 53. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x(1-3x)}{x+1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-9x^2 - 4x + 1}{(x+1)^2}$.

B. $\frac{-3x^2 - 6x + 1}{(x+1)^2}$.

C. $1 - 6x^2$.

D. $\frac{1 - 6x^2}{(x+1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Áp dụng công thức $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}$. Có: $y = \frac{x(1-3x)}{x+1} = \frac{-3x^2 + x}{x+1}$, nên:

$$y' = \frac{(-3x^2 + x)' \cdot (x+1) - (x+1)' \cdot (-3x^2 + x)}{(x+1)^2} = \frac{(-6x+1) \cdot (x+1) - 1 \cdot (-3x^2 + x)}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{-6x^2 - 6x + x + 1 + 3x^2 - x}{(x+1)^2} = \frac{-3x^2 - 6x + 1}{(x+1)^2}.$$

Chọn B

Câu 54. Cho hàm số $y = \frac{-2x^2 + x - 7}{x^2 + 3}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\frac{-3x^2 - 13x - 10}{(x^2 + 3)^2}$.

B. $\frac{-x^2 + x + 3}{(x^2 + 3)^2}$.

C. $\frac{-x^2 + 2x + 3}{(x^2 + 3)^2}$.

D. $\frac{-7x^2 - 13x - 10}{(x^2 + 3)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Áp dụng công thức $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}$. Ta có:

$$y = \frac{-2x^2 + x - 7}{x^2 + 3} \Rightarrow y' = \frac{(-2x^2 + x - 7)' \cdot (x^2 + 3) - (x^2 + 3)' \cdot (-2x^2 + x - 7)}{(x^2 + 3)^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{(-4x+1) \cdot (x^2 + 3) - 2x \cdot (-2x^2 + x - 7)}{(x^2 + 3)^2} = \frac{-4x^3 - 12x + x^2 + 3 + 4x^3 - 2x^2 + 14x}{(x^2 + 3)^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{-x^2 + 2x + 3}{(x^2 + 3)^2}.$$

Câu 55. Cho hàm số $y = \frac{2x+5}{x^2+3x+3}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\frac{2x^2 + 10x + 9}{(x^2 + 3x + 3)^2}$.

B. $\frac{-2x^2 - 10x - 9}{(x^2 + 3x + 3)^2}$.

C. $\frac{x^2 - 2x - 9}{(x^2 + 3x + 3)^2}$.

D. $\frac{-2x^2 - 5x - 9}{(x^2 + 3x + 3)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có

$$y' = \frac{(2x+5)' \cdot (x^2+3x+3) - (2x+5) \cdot (x^2+3x+3)'}{(x^2+3x+3)^2}$$

$$= \frac{2(x^2+3x+3) - (2x+5) \cdot (2x+3)}{(x^2+3x+3)^2} = \frac{2x^2+6x+6-4x^2-6x-10x-15}{(x^2+3x+3)^2}$$

$$= \frac{-2x^2 - 10x - 9}{(x^2 + 3x + 3)^2}.$$

Câu 56. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 5}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-2x-2}{(x^2-2x+5)^2}$. B. $\frac{-4x+4}{(x^2-2x+5)^2}$. C. $\frac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$. D. $\frac{2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$y' = \frac{-(2x-2)}{(x^2-2x+5)^2} = \frac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}.$$

Câu 57. Hàm số $y = 2x+1 + \frac{2}{x-2}$ có y' bằng?.

A. $\frac{2x^2+8x+6}{(x-2)^2}$. B. $\frac{2x^2-8x+6}{x-2}$. C. $\frac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2}$. D. $\frac{2x^2+8x+6}{x-2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = 2 - \frac{2}{(x-2)^2} = \frac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2}.$$

Câu 58. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{(x-1)(x+3)}$ bằng biểu thức nào sau đây ?.

A. $\frac{1}{(x+3)^2(x-1)^2}$. B. $\frac{1}{2x+2}$. C. $-\frac{2x+2}{(x^2+2x-3)^2}$. D. $\frac{-4}{(x^2+2x-3)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\text{Ta có : } y = \frac{1}{(x-1)(x+3)} = \frac{1}{x^2+2x-3} \Rightarrow y' = -\frac{(x^2+2x-3)'}{(x^2+2x-3)^2} = -\frac{2x+2}{(x^2+2x-3)^2}.$$

Câu 59. Cho hàm số $y = \frac{2x^2+3x-1}{x^2-5x+2}$. Đạo hàm y' của hàm số là.

A. $\frac{-13x^2-10x+1}{(x^2-5x+2)^2}$. B. $\frac{-13x^2+5x+11}{(x^2-5x+2)^2}$. C. $\frac{-13x^2+5x+1}{(x^2-5x+2)^2}$. D. $\frac{-13x^2+10x+1}{(x^2-5x+2)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\text{Ta có: } y = \frac{2x^2+3x-1}{x^2-5x+2}.$$

$$y' = \frac{(2x^2+3x-1)'(x^2-5x+2) - (2x^2+3x-1)(x^2-5x+2)'}{(x^2-5x+2)^2}.$$

$$y' = \frac{(6x+3)(x^2-5x+2) - (2x^2+3x-1)(2x-5)}{(x^2-5x+2)^2} = \frac{-13x^2+10x+1}{(x^2-5x+2)^2}.$$

Câu 60. Hàm số nào sau đây có $y' = 2x + \frac{1}{x^2}$

A. $y = x^2 - \frac{1}{x}$.

B. $y = 2 - \frac{2}{x^3}$.

C. $y = x^2 + \frac{1}{x}$.

D. $y = 2 - \frac{1}{x}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Vì $y' = \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)' = 2x + \frac{1}{x^2}$.

Câu 61. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-3}{x^4} + \frac{1}{x^3}$.

B. $\frac{-3}{x^4} + \frac{2}{x^3}$.

C. $\frac{-3}{x^4} - \frac{2}{x^3}$.

D. $\frac{3}{x^4} - \frac{1}{x^3}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Ta có $y' = \left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2}\right)' = -\frac{3x^2}{x^6} + \frac{2x}{x^4} = -\frac{3}{x^4} + \frac{2}{x^3}$

Câu 62. Hàm số nào sau đây có $y' = 2x + \frac{1}{x^2}$?

A. $y = \frac{x^3 - 1}{x}$

B. $y = \frac{3(x^2 + x)}{x^3}$

C. $y = \frac{x^3 + 5x - 1}{x}$

D. $y = \frac{2x^2 + x - 1}{x}$

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Kiểm tra đáp án A $y = \frac{x^3 - 1}{x} = x^2 - \frac{1}{x} \Rightarrow y' = 2x + \frac{1}{x^2}$ đúng.

Câu 63. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(x + \frac{2}{3x^2}\right)^2$

A. $y' = \left(x + \frac{2}{3x^2}\right)\left(1 - \frac{4}{3x^3}\right)$

B. $y' = 2\left(x + \frac{2}{3x^2}\right)\left(1 + \frac{4}{3x^3}\right)$

C. $y' = \left(x + \frac{2}{3x^2}\right)\left(1 + \frac{4}{3x^3}\right)$

D. $y' = 2\left(x + \frac{2}{3x^2}\right)\left(1 - \frac{4}{3x^3}\right)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y' = 2\left(x + \frac{2}{3x^2}\right)\left(1 - \frac{4}{3x^3}\right)$

Câu 64. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(4x + \frac{5}{x^2}\right)^3$

A. $y' = 3\left(4 + \frac{10}{x^3}\right)\left(4x + \frac{5}{x^2}\right)^2$

B. $y' = 3\left(4 - \frac{10}{x^3}\right)\left(4x - \frac{5}{x^2}\right)^2$

C. $y' = \left(4x + \frac{5}{x^2}\right)^2$

D. $y' = 3\left(4 - \frac{10}{x^3}\right)\left(4x + \frac{5}{x^2}\right)^2$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$y' = 3\left(4 - \frac{10}{x^3}\right)\left(4x + \frac{5}{x^2}\right)^2$$

Câu 65. Cho hàm số $y = \sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $\frac{3x^2 + 2x}{2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$

B. $\frac{3x^2 + 2x + 1}{2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$

C. $\frac{9x^2 + 4x}{\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$

D. $\frac{9x^2 + 4x}{2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Công thức $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} u'$

Câu 66. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}$

A. $y' = \frac{3x^2 - 6x}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}}$

B. $y' = \frac{3x^2 + 6x}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}}$

C. $y' = \frac{3x^2 - 6x}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 - 2}}$

D. $y' = \frac{3x^2 - 6x}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$y' = \frac{3x^2 - 6x}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}}$$

Câu 67. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{1 - 2x^2}$ là kết quả nào sau đây?

A. $\frac{-4x}{2\sqrt{1 - 2x^2}}$

B. $\frac{1}{2\sqrt{1 - 2x^2}}$

C. $\frac{2x}{\sqrt{1 - 2x^2}}$

D. $\frac{-2x}{\sqrt{1 - 2x^2}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$y = \sqrt{1 - 2x^2} \Rightarrow y' = \frac{(1 - 2x^2)'}{2\sqrt{1 - 2x^2}} = \frac{-2x}{\sqrt{1 - 2x^2}}$$

Câu 68. Cho hàm số $f(x) = x\sqrt{x}$ có đạo hàm $f'(x)$ bằng.

A. $\frac{3\sqrt{x}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{x}}{2x}$

C. $\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{x}}{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có: $f(x) = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$.

Câu 69. Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 5)\sqrt{x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{7}{2}\sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

B. $3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$

C. $3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

D. $\frac{7}{2}\sqrt{x^2} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$y' = (x^3 - 5)' \sqrt{x} + (x^3 - 5)(\sqrt{x})' = 3x^2 \cdot \sqrt{x} + (x^3 - 5) \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{7x^3 - 5}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2} \sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}.$$

Câu 70. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x^3}$ là :

A. $\frac{x - 6x^2}{\sqrt{x^2 - 4x^3}}$.

B. $\frac{1}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}$.

C. $\frac{x - 12x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}$.

D. $\frac{x - 6x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$y' = \frac{2x - 12x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}} = \frac{x - 6x^2}{\sqrt{x^2 - 4x^3}}.$$

Câu 71. Đạo hàm của $y = \sqrt{3x^2 - 2x + 1}$ bằng:

A. $\frac{3x - 1}{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}$.

B. $\frac{6x - 2}{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}$.

C. $\frac{3x^2 - 1}{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}$.

D. $\frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Áp dụng công thức $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$, ta được:

$$y = \sqrt{3x^2 - 2x + 1} \Rightarrow y' = \frac{(3x^2 - 2x + 1)'}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 1}} = \frac{6x - 2}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 1}} = \frac{3x - 1}{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}.$$

Câu 72. Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 5x - 4}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\frac{4x + 5}{2\sqrt{2x^2 + 5x - 4}}$.

B. $\frac{4x + 5}{\sqrt{2x^2 + 5x - 4}}$.

C. $\frac{2x + 5}{2\sqrt{2x^2 + 5x - 4}}$.

D. $\frac{2x + 5}{\sqrt{2x^2 + 5x - 4}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Áp dụng công thức $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$, ta được:

$$y = \sqrt{2x^2 + 5x - 4} \Rightarrow y' = \frac{(2x^2 + 5x - 4)'}{2\sqrt{2x^2 + 5x - 4}} = \frac{4x + 5}{2\sqrt{2x^2 + 5x - 4}}.$$

Câu 73. Tính đạo hàm các hàm số sau $y = x\sqrt{x^2 + 1}$

A. $\frac{2x^2 + 1}{2\sqrt{x^2 + 1}}$

B. $\frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

C. $\frac{4x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

D. $\frac{2x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $y' = x' \sqrt{x^2 + 1} + (\sqrt{x^2 + 1})' \cdot x = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{(x^2 + 1)'}{2\sqrt{x^2 + 1}} \cdot x$

$$= \sqrt{x^2+1} + \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

Câu 74. Đạo hàm của hàm số $y = x\sqrt{x^2-2x}$ là

A. $y' = \frac{2x-2}{\sqrt{x^2-2x}}$. B. $y' = \frac{3x^2-4x}{\sqrt{x^2-2x}}$. C. $y' = \frac{2x^2-3x}{\sqrt{x^2-2x}}$. D. $y' = \frac{2x^2-2x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án C

$$y = x\sqrt{x^2-2x} \Rightarrow y' = \sqrt{x^2-2x} + x \cdot \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x}} = \frac{x^2-2x+x^2-x}{\sqrt{x^2-2x}} = \frac{2x^2-3x}{\sqrt{x^2-2x}}$$

Câu 75. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $D=[0;+\infty)$ cho bởi $f(x) = x\sqrt{x}$ có đạo hàm là:

A. $f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$. B. $f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}$. C. $f'(x) = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{x}}{x}$. D. $f'(x) = x + \frac{\sqrt{x}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$(u.v)' = u'.v + u.v'; \quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}; \quad x' = 1.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = (x\sqrt{x})' = x' \cdot \sqrt{x} + x \cdot (\sqrt{x})' = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{1}{2}\sqrt{x} = \frac{3}{2}\sqrt{x}.$$

Câu 76. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x+1)\sqrt{x^2+x+1}$.

A. $\frac{4x^2-5x+3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$ B. $\frac{4x^2+5x-3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$ C. $\frac{4x^2+5x+3}{\sqrt{x^2+x+1}}$ D. $\frac{4x^2+5x+3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = \sqrt{x^2+x+1} + (x+1) \cdot \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}} = \frac{4x^2+5x+3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$$

Câu 77. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 + x\sqrt{x+1}$

A. $y' = 2x + \sqrt{x+1} - \frac{x}{2\sqrt{x+1}}$ B. $y' = 2x - \sqrt{x+1} + \frac{x}{2\sqrt{x+1}}$
 C. $y' = \frac{x}{2\sqrt{x+1}}$ D. $y' = 2x + \sqrt{x+1} + \frac{x}{2\sqrt{x+1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$y' = 2x + \sqrt{x+1} + \frac{x}{2\sqrt{x+1}}$$

Câu 78. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}$

A. $y' = -\frac{a^2}{\sqrt{(a^2-x^2)^3}}$ B. $y' = \frac{a^2}{\sqrt{(a^2+x^2)^3}}$ C. $y' = \frac{2a^2}{\sqrt{(a^2-x^2)^3}}$ D. $y' = \frac{a^2}{\sqrt{(a^2-x^2)^3}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$y' = \frac{\sqrt{a^2-x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}}{(a^2-x^2)} = \frac{a^2}{\sqrt{(a^2-x^2)^3}}$$

Câu 79. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x\sqrt{x}}$

A. $y' = \frac{3}{2x^2\sqrt{x}}$ B. $y' = -\frac{1}{x^2\sqrt{x}}$ C. $y' = \frac{1}{x^2\sqrt{x}}$ D. $y' = -\frac{3}{2x^2\sqrt{x}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$y' = -\frac{(x\sqrt{x})'}{x^3} = -\frac{3}{2x^2\sqrt{x}}$$

Câu 80. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1+x}{\sqrt{1-x}}$

A. $y' = \frac{1-3x}{\sqrt{(1-x)^3}}$ B. $y' = \frac{1-3x}{3\sqrt{(1-x)^3}}$ C. $y' = -\frac{1}{3} \frac{1-3x}{2\sqrt{(1-x)^3}}$ D. $y' = \frac{1-3x}{2\sqrt{(1-x)^3}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$y' = \frac{\sqrt{1-x} - \frac{1+x}{2\sqrt{1-x}}}{1-x} = \frac{1-3x}{2\sqrt{(1-x)^3}}$$

Câu 81. Cho hàm số $y = \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)^2$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là:

A. $f'(x) = \frac{-2(1-\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})^3}$ B. $f'(x) = \frac{-2(1-\sqrt{x})}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^3}$

C. $f'(x) = \frac{2(1-\sqrt{x})}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$ D. $f'(x) = \frac{2(1-\sqrt{x})}{1+\sqrt{x}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có : $y' = 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right) \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right)' = 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right) \frac{-2}{(1+\sqrt{x})^2} (\sqrt{x})' = -\frac{2}{\sqrt{x}} \frac{1-\sqrt{x}}{(1+\sqrt{x})^3}$.

Câu 82. Hàm số $f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2$ xác định trên $D = (0; +\infty)$. Có đạo hàm của $f(x)$ là:

A. $f'(x) = x + \frac{1}{x} - 2$.

B. $f'(x) = x - \frac{1}{x^2}$.

C. $f'(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$.

D. $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Sử dụng công thức đạo hàm hợp: $(u^n)' = n.u^{n-1}.u'$ và $\left(\frac{1}{u} \right)' = -\frac{u'}{u^2}$.

Ta có: $f'(x) = \left[\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 \right]' = 2 \cdot \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \cdot \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)' = 2 \cdot \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2x\sqrt{x}} \right)$
 $= 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \left(1 + \frac{1}{x} \right) = \left(1 - \frac{1}{x} \right) \left(1 + \frac{1}{x} \right) = 1 - \frac{1}{x^2}$.

Câu 83. Hàm số $f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^3$ xác định trên $D = (0; +\infty)$. Đạo hàm của hàm $f(x)$ là:

A. $f'(x) = \frac{3}{2} \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}} \right)$.

B. $f'(x) = \frac{3}{2} \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}} \right)$.

C. $f'(x) = \frac{3}{2} \left(-\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2\sqrt{x}} \right)$.

D. $f'(x) = x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Sử dụng công thức đạo hàm hợp: $(u^n)' = n.u^{n-1}.u'$ và $\left(\frac{1}{u} \right)' = -\frac{u'}{u^2}$.

Ta có: $f'(x) = 3 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2x\sqrt{x}} \right) = 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \left(x - 2 + \frac{1}{x} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{x} \right)$
 $= \frac{3}{2\sqrt{x}} \left(x - 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) = \frac{3}{2} \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}} \right)$.

Câu 84. Cho hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$. Đạo hàm y' của hàm số là biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

B. $-\frac{x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

C. $\frac{x}{2(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

D. $-\frac{x(x^2+1)}{\sqrt{x^2+1}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B.

$$y' = \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \right)' = \frac{-(\sqrt{x^2+1})'}{x^2+1} = \frac{-(x^2+1)'}{2\sqrt{x^2+1}(x^2+1)} = \frac{-x}{\sqrt{x^2+1}(x^2+1)}.$$

Câu 85. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$. Để tính f' , hai học sinh lập luận theo hai cách:

(I) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}} \Rightarrow f'(x) = \frac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$.

(II) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2(x-1)\sqrt{x-1}} = \frac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$.

Cách nào đúng?

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (II)

C. Cả hai đều sai.

D. Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D.

$$\sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} = \frac{x}{\sqrt{x-1}}.$$

Lại có $\left(\frac{x}{\sqrt{x-1}} \right)' = \frac{\sqrt{x-1} - \frac{x}{2\sqrt{x-1}}}{x-1} = \frac{x-2}{2\sqrt{x-1}(x-1)}$ nên cả hai đều đúng.

Câu 86. Cho hàm số $y = f(x) = (1-2x^2)\sqrt{1+2x^2}$. Ta xét hai mệnh đề sau:

(I) $f'(x) = \frac{-2x(1+6x^2)}{\sqrt{1+2x^2}}$ (II) $f(x).f'(x) = 2x(12x^4 - 4x^2 - 1)$

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ (II).

B. Chỉ (I).

C. Cả hai đều sai.

D. Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= (1-2x^2)' \sqrt{1+2x^2} + (1-2x^2) (\sqrt{1+2x^2})' = -4x\sqrt{1+2x^2} + (1-2x^2) \frac{2x}{\sqrt{1+2x^2}} \\ &= \frac{-4x(1+2x^2) + (1-2x^2).2x}{\sqrt{1+2x^2}} = \frac{-2x-12x^3}{\sqrt{1+2x^2}} = \frac{-2x(1+6x^2)}{\sqrt{1+2x^2}} \end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} f(x).f'(x) &= (1-2x^2)\sqrt{1+2x^2} \cdot \frac{-2x(1+6x^2)}{\sqrt{1+2x^2}} = -2x(1-2x^2)(1+6x^2) \\ &= -2x(-12x^4 + 4x^2 + 1) = 2x(12x^4 - 4x^2 - 1) \end{aligned}$$

Câu 87. Đạo hàm của hàm số $y = -2x^7 + \sqrt{x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-14x^6 + 2\sqrt{x}$.

B. $-14x^6 + \frac{2}{\sqrt{x}}$.

C. $-14x^6 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

D. $-14x^6 + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án C

Ta có $y' = (-2x^7 + \sqrt{x})' = -14x^6 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Câu 88. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}$ là

A. $y' = \frac{5}{(2x-1)^2} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

B. $y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{(2x-1)^2} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

C. $y' = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

D. $y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{(x+2)^2} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D.

Ta có $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}} \cdot \left(\frac{2x-1}{x+2}\right)' = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{(x+2)^2} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

Câu 89. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{1-2x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{1}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}$.

B. $\frac{1}{-4\sqrt{x}}$.

C. $\frac{1-2x}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}$.

D. $\frac{1+2x}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D

Ta có

$$y' = \frac{(\sqrt{x})' \cdot (1-2x) - (1-2x)' \cdot \sqrt{x}}{(1-2x)^2} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (1-2x) + 2\sqrt{x}}{(1-2x)^2}$$

$$= \frac{1-2x+4x}{2\sqrt{x}(1-2x)^2} = \frac{1+2x}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}.$$

Câu 90. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x-3}{5+x} - \sqrt{2x}$ là:

A. $y' = \frac{13}{(x+5)^2} - \frac{1}{\sqrt{2x}}$.

B. $y' = \frac{17}{(x+5)^2} - \frac{1}{2\sqrt{2x}}$.

C. $y' = \frac{13}{(x+5)^2} - \frac{1}{2\sqrt{2x}}$.

D. $y' = \frac{17}{(x+5)^2} - \frac{1}{\sqrt{2x}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Cách 1: Ta có $y' = \frac{(2x-3)' \cdot (5+x) - (2x-3) \cdot (5+x)'}{(5+x)^2} - \frac{(2x)'}{2\sqrt{2x}}$
 $= \frac{2(5+x) - (2x-3)}{(5+x)^2} - \frac{2}{2\sqrt{2x}} = \frac{10+2x-2x+3}{(5+x)^2} - \frac{x}{\sqrt{2x}} = \frac{13}{(5+x)^2} - \frac{x}{\sqrt{2x}}$

Cách 2: Ta có $y' = \frac{2 \cdot 5 + 3 \cdot 1}{(5+x)^2} - \frac{(2x)'}{2\sqrt{2x}} = \frac{13}{(5+x)^2} - \frac{x}{\sqrt{2x}}$

Có thể dùng công thức $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{(cx+d)^2}$.

Câu 91. Đạo hàm của hàm số $y = (2x-1)\sqrt{x^2+x}$ là:

A. $y' = 2\sqrt{x^2+x} - \frac{4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}}$

B. $y' = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{4x^2-1}{\sqrt{x^2+x}}$

C. $y' = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}}$

D. $y' = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{4x^2+1}{2\sqrt{x^2+x}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $y' = (2x-1)' \cdot \sqrt{x^2+x} + (2x-1) \cdot (\sqrt{x^2+x})' = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{(2x-1)(2x+1)}{2\sqrt{x^2+x}} = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}}$

Câu 92. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

B. $\frac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

C. $\frac{2(x+1)}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

D. $\frac{x^2-x+1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$y' = \frac{(x-1)' \cdot \sqrt{x^2+1} - (x-1) \cdot (\sqrt{x^2+1})'}{(\sqrt{x^2+1})^2} = \frac{\sqrt{x^2+1} - (x-1) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{(\sqrt{x^2+1})^2} = \frac{x^2+1-x^2+x}{(\sqrt{x^2+1})^3} = \frac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

Câu 93. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$ là:

A. $y' = -\frac{1}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})^2}$

B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}+2\sqrt{x-1}}$

C. $y' = \frac{1}{4\sqrt{x+1}} + \frac{1}{4\sqrt{x-1}}$

D. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\text{Ta có: } y = \frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}{2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{1}{2}(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})' = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{x-1}}\right) = \frac{1}{4\sqrt{x+1}} + \frac{1}{4\sqrt{x-1}}.$$

Câu 94. Cho hàm số $f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

- A. $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$. B. $1 + \frac{1}{x^2}$. C. $x + \frac{1}{x} - 2$. D. $1 - \frac{1}{x^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Ta có } f(x) = x + \frac{1}{x} - 2. \text{ Suy ra } f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

Câu 95. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2+1} - \sqrt{1-x^2}$

- A. $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$. B. $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
C. $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$. D. $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$y' = (\sqrt{x^2+1})' - (\sqrt{1-x^2})' = \frac{(x^2+1)'}{2\sqrt{x^2+1}} - \frac{(1-x^2)'}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Câu 96. $y = \sqrt{\frac{x^2+1}{x}}$.

- A. $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$ B. $\frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}}$
C. $\frac{3}{2\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$ D. $\frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$\text{Sử dụng công thức } (\sqrt{u})' \text{ với } u = \frac{x^2+1}{x}$$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} \cdot \left(\frac{x^2+1}{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$$

Câu 97. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)$.

A. $y' = 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{1}{(1+\sqrt{x})^2}$

B. $y' = 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{-1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$

C. $y' = \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{-1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$

D. $y' = 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

Đầu tiên sử dụng công thức $(u^a)'$ với $u = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$

$$y' = 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) \cdot \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)'$$

$$\begin{aligned} \text{Tính } \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)' &= \frac{(1-\sqrt{x})'(1+\sqrt{x}) - (1+\sqrt{x})'(1-\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})^2} \\ &= \frac{\frac{-1}{2\sqrt{x}}(1+\sqrt{x}) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(1-x)}{(1+\sqrt{x})^2} = \frac{-1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } y' = 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{-1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$$

Câu 98. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

A. $\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{2\sqrt{x-1}(x-1)}$

B. $\frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{2\sqrt{x-1}}$

C. $\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{\sqrt{x-1}(x-1)}$

D. $\frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{2\sqrt{x-1}(x-1)}$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$y' = (\sqrt{x-1})' + \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{-(\sqrt{x-1})'}{(\sqrt{x-1})^2} = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{2\sqrt{x-1}(x-1)}.$$

Câu 99. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$.

A. $5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}.x}\right)$

B. $5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}.x}\right)$

C. $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}.x}\right)$

D. $5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}.x}\right)$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Bước đầu tiên sử dụng $(u^\alpha)'$ với $u = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$

$$\begin{aligned} y' &= 5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 \cdot \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)' = 5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{(\sqrt{x})'}{(\sqrt{x})^2}\right) \\ &= 5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}.x}\right) \end{aligned}$$

Câu 100. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1+x}{\sqrt{1-x}}$.

A. $\frac{-x}{2\sqrt{1-x}(1-x)}$

B. $\frac{3-x}{\sqrt{1-x}(1-x)}$

C. $\frac{3}{2\sqrt{1-x}(1-x)}$

D. $\frac{3-x}{2\sqrt{1-x}(1-x)}$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Sử dụng $\left(\frac{u}{v}\right)'$ được: $y' = \frac{(1+x)' \sqrt{1-x} - (\sqrt{1-x})' (1+x)}{(\sqrt{1-x})^2}$

$$= \frac{\sqrt{1-x} - \frac{(1-x)'}{2\sqrt{1-x}} \cdot (1+x)}{(1-x)} = \frac{2(1-x) + (1+x)}{2\sqrt{1-x} \cdot (1-x)} = \frac{3-x}{2\sqrt{1-x}(1-x)}.$$

Câu 101. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$.

A. $\frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \cdot \left[1 + \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x}}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \right]$.

B. $\frac{1}{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \cdot \left[1 + \frac{1}{\sqrt{x + \sqrt{x}}} \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \right]$.

C. $\frac{1}{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \cdot \left[1 + \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x}}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \right]$.

D. $\frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \cdot \left[1 - \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x}}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \right]$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Đầu tiên áp dụng \sqrt{u} với $u = x + \sqrt{x + \sqrt{x}}$

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \left(x + \sqrt{x + \sqrt{x}} \right)' = \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x}}} \cdot (x + \sqrt{x})' \right) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \cdot \left[1 + \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x}}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \right]. \end{aligned}$$

Câu 102. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{4x+1}{\sqrt{x^2+2}}$ (áp dụng u chia v đạo hàm)

A. $\frac{-x}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$

B. $\frac{x+8}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$

C. $\frac{-x+8}{(x^2+3)\sqrt{x^2+2}}$

D. $\frac{-x+8}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$y' = \frac{(4x+1)' \sqrt{x^2+2} - (\sqrt{x^2+2})' \cdot (4x+1)}{(\sqrt{x^2+2})^2} = \frac{4 \cdot \sqrt{x^2+2} - \frac{(x^2+2)'}{2\sqrt{x^2+2}} \cdot (4x+1)}{(x^2+2)}$$

$$= \frac{4\sqrt{x^2+2} - \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}(4x+1)}{x^2+2} = \frac{4(x^2+2) - x(4x+1)}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}} = \frac{-x+8}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$$

Câu 103. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\frac{x^3}{x-1}}$ (Áp dụng căn bậc hai của u đạo hàm).

A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$. **B.** $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{2x^3 - x^2}{(x-1)^2}$.

C. $y' = \frac{1}{\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$. **D.** $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \left(\frac{x^3}{x-1}\right)'$$

Ta có: $\left(\frac{x^3}{x-1}\right)' = \frac{(x^3)'(x-1) - (x-1)' \cdot x^3}{(x-1)^2} = \frac{3x^2(x-1) - x^3}{(x-1)^2} = \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$

Vậy $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$.

Câu 104. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{(x-2)^3}$.

A. $\frac{(x-2)}{2\sqrt{x-2}}$. **B.** $\frac{(x-2)}{\sqrt{x-2}}$. **C.** $\frac{3(x-2)}{\sqrt{x-2}}$. **D.** $\frac{3(x-2)}{2\sqrt{x-2}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Đầu tiên áp dụng $(\sqrt{u})'$ với $u = (x-2)^3$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{(x-2)^3}} \cdot \left((x-2)^3\right)' = \frac{1}{2\sqrt{(x-2)^3}} \cdot 3 \cdot (x-2)^2 = \frac{3(x-2)}{2\sqrt{x-2}}$$

Câu 105. Tính đạo hàm của hàm số $y = (1 + \sqrt{1-2x})^3$.

A. $\frac{-6(1+\sqrt{1-2x})^2}{\sqrt{1-2x}}$. B. $\frac{-(1+\sqrt{1-2x})^2}{2\sqrt{1-2x}}$. C. $\frac{-(1+\sqrt{1-2x})^2}{\sqrt{1-2x}}$. D. $\frac{-6(1+\sqrt{1-2x})^2}{2\sqrt{1-2x}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Bước đầu tiên áp dụng $(u^a)'$ với $u=1+\sqrt{1-2x}$

$$y' = 3(1+\sqrt{1-2x})^2 \cdot (1+\sqrt{1-2x})' = 3(1+\sqrt{1-2x})^2 \cdot \frac{(1-2x)'}{2\sqrt{1-2x}} = \frac{-6(1+\sqrt{1-2x})^2}{2\sqrt{1-2x}}$$

Câu 106. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\sqrt{x^2+1}+2x-1}$

A. $y' = \frac{x+2\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{(x^2+1)(\sqrt{x^2+1}+2x-1)}}$ B. $y' = \frac{x+\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{(x^2+1)(\sqrt{x^2+1}+2x-1)}}$
 C. $y' = \frac{x+\sqrt{x^2+1}}{2\sqrt{(x^2+1)(\sqrt{x^2+1}+2x-1)}}$ D. $y' = \frac{x+2\sqrt{x^2+1}}{2\sqrt{(x^2+1)(\sqrt{x^2+1}+2x-1)}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y' = \frac{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + 2}{2\sqrt{\sqrt{x^2+1}+2x-1}} = \frac{x+2\sqrt{x^2+1}}{2\sqrt{(x^2+1)(\sqrt{x^2+1}+2x-1)}}$.

Câu 107. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Hãy chọn câu **sai**:

- A. $f'(1) = 1$. B. Hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 1$.
 C. Hàm số liên tục tại $x_0 = 1$. D. $f'(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \geq 1 \\ 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A

Ta có: $f(1) = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 = 1 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x-1) = 1.$$

Vậy hàm số liên tục tại $x_0 = 1$. C đúng.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x+1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(2x-1) - 1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2(x-1)}{x-1} = 2$$

Vậy hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 1$ và $\Rightarrow y' = -2 \sin 2x \Rightarrow y'' = -4 \cos 2x \Rightarrow y''(0) = -4$

Câu 108. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ \sqrt{x-1} + 3 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

A. $f'(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

B. $f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

C. $f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

D. $f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

Hướng dẫn giải::

Chọn D

Với $x < 1$ ta có: $f'(x) = 2x + 1$

Với $x > 1$ ta có: $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

Tại $x = 1$ ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} = +\infty \text{ suy ra hàm số không có đạo}$$

hàm tại $x = 1$

Vậy $f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

Câu 109. Tìm a, b để các hàm số sau có đạo hàm trên \mathbb{R} . $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ -x^2 + ax + b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

A. $\begin{cases} a = 13 \\ b = -1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a = 3 \\ b = -11 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = 23 \\ b = -21 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$

Hướng dẫn giải::

Chọn D

Với $x \neq 1$ thì hàm số luôn có đạo hàm

Do đó hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow$ hàm số có đạo hàm tại $x = 1$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a + b - 1$

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow a + b - 1 = 1 \Leftrightarrow a + b = 2$

Khi đó: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 1$;

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x^2 + ax + 1 - a}{x - 1} = a - 2$$

Nên hàm số có đạo hàm trên \mathbb{R} thì $\begin{cases} a+b=2 \\ a-2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-1 \end{cases}$.

Câu 110. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+1}{x+1} & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2+ax+b & \text{khi } x < 0 \end{cases}$.

A. $a=0, b=11$

B. $a=10, b=11$

C. $a=20, b=21$

D. $a=0, b=1$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

. Tương tự như ý 1. **ĐS:** $a=0, b=1$.

DẠNG 3: ĐẠO HÀM VÀ CÁC BÀI TOÁN GIẢI PT, BPT

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$. Phương trình $y' = 0$ có nghiệm là:

- A. $\{-1; 2\}$. B. $\{-1; 3\}$. C. $\{0; 4\}$. D. $\{1; 2\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có : } y' = 3x^2 - 6x - 9$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 3.$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$ ($k \in \mathbb{R}$). Để $f'(1) = \frac{3}{2}$ thì ta chọn:

- A. $k = 1$. B. $k = -3$. C. $k = 3$. D. $k = \frac{9}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có: } f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = (k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x})' = k(\sqrt[3]{x})' + (\sqrt{x})'$$

$$\text{Đặt } y = \sqrt[3]{x} \Rightarrow y^3 = x \Rightarrow 3y^2 y' = 1 \Rightarrow y' = \frac{1}{3y^2} = \frac{1}{3(\sqrt[3]{x})^2}.$$

$$f'(x) = k(\sqrt[3]{x})' + (\sqrt{x})' = \frac{k}{3(\sqrt[3]{x})^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}. \text{ Vậy để } f'(1) = \frac{3}{2} \text{ thì } \frac{k}{3} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow k = 3.$$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2\sqrt{2}x^2 + 8x - 1$. Tập hợp những giá trị của x để $f'(x) = 0$ là:

- A. $\{-2\sqrt{2}\}$. B. $\{2; \sqrt{2}\}$. C. $\{-4\sqrt{2}\}$. D. $\{2\sqrt{2}\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) = x^2 - 4\sqrt{2}x + 8$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}.$$

Câu 4. Cho hàm số $y = 4x - \sqrt{x}$. Nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

- A. $x = \frac{1}{8}$. B. $x = \sqrt{\frac{1}{8}}$. C. $x = \frac{1}{64}$. D. $x = -\frac{1}{64}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$y' = 4 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow 8\sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{64}.$$

Câu 5. Cho hàm số $y = -4x^3 + 4x$. Để $y' \geq 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây ?

A. $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$.

B. $\left[-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$.

C. $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty)$.

D. $\left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có $y = -4x^3 + 4x \Rightarrow y' = -12x^2 + 4$.

Nên $y' \geq 0 \Leftrightarrow -12x^2 + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$.

Câu 6. $f'(x) \geq 0$ với $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

A. $\begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$

B. $x \leq 1$

C. $x \geq 0$

D. $0 \leq x \leq 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $f'(x) = 6x^2 - 6x$, suy ra $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$

Câu 7. $f'(x) < 0$ với $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 1$

A. $\begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$

B. $-1 < x < 0$

C. $x > 1$

D. $x < 0$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $f'(x) = -8x^3 + 8x$, suy ra $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$

Câu 8. Cho hàm số $y = -3x^3 + 25$. Các nghiệm của phương trình $y' = 0$ là.

A. $x = \pm \frac{5}{3}$.

B. $x = \pm \frac{3}{5}$.

C. $x = 0$.

D. $x = \pm 5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có: $y' = -9x^2 + 25$

$y' = 0 \Leftrightarrow -9x^2 + 25 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{5}{3}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 5$. Các nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

A. $x = \pm 1$.

B. $x = -1 \vee x = \frac{5}{2}$.

C. $x = -\frac{5}{2} \vee x = 1$.

D. $x = 0 \vee x = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$y' = 6x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$. Tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là

- A. $\{0\}$. B. \mathbb{R} . C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. \emptyset .

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 + 1) - 2x(x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{4x}{(x^2 + 1)} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x - 1}$. Tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là

- A. $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$. B. $\left\{-\frac{2}{3}; 0\right\}$. C. $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$. D. $\left\{-\frac{3}{2}; 0\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có } f'(x) = \left(\frac{x^3}{x-1}\right)' = \frac{3x^2(x-1) - x^3}{(x-1)^2} = \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 12. Tìm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ âm khi và chỉ khi.

- A. $0 < x < 2$. B. $x < 1$. C. $x < 0$ hoặc $x > 1$. D. $x < 0$ hoặc $x > 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3x^2 - 6x.$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2.$$

Câu 13. Cho hàm số $y = -2\sqrt{x} + 3x$. Để $y' > 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $\left(-\infty; \frac{1}{9}\right)$. C. $\left(\frac{1}{9}; +\infty\right)$. D. \emptyset .

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$y = -2\sqrt{x} + 3x \Rightarrow y' = 3 - \frac{1}{\sqrt{x}}; y' > 0 \Leftrightarrow 3 - \frac{1}{\sqrt{x}} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} > \frac{1}{3} \Rightarrow x > \frac{1}{9}.$$

Câu 14. Cho hàm số $y = (2x^2 + 1)^3$. Để $y' \geq 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

- A. \emptyset . B. $(-\infty; 0]$. C. $[0; +\infty)$. D. \mathbb{R} .

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$y = (2x^2 + 1)^3 \Rightarrow y' = 12x(2x^2 + 1)^2 \Rightarrow y' \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$$

Câu 15. Cho hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 1}$. Để $y' \leq 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

- A. \emptyset . B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0]$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$y = \sqrt{4x^2 + 1} \Rightarrow y' = \frac{4x}{\sqrt{4x^2 + 1}} \Rightarrow y' \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$$

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{3}{1-x}$. Để $y' < 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

- A. 1. B. 3. C. \emptyset . D. \mathbb{R} .

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$y' = \frac{3}{(1-x)^2} > 0 \forall x \in D.$$

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \frac{1-3x+x^2}{x-1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. \emptyset . C. $(1; +\infty)$. D. \mathbb{R} .

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{1-3x+x^2}{x-1} \right)' \\ &= \frac{(1-3x+x^2)'(x-1) - (1-3x+x^2)(x-1)'}{(x-1)^2} \\ &= \frac{(-3+2x)(x-1) - (1-3x+x^2)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 2}{(x-1)^2} \\ &= \frac{(x-1)^2 + 1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1 \end{aligned}$$

Câu 18. Cho hàm số $y = 3x^3 + x^2 + 1$. Để $y' \leq 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây

- A. $\left[-\frac{2}{9}; 0\right]$. B. $\left[-\frac{9}{2}; 0\right]$.
C. $\left(-\infty; -\frac{9}{2}\right] \cup [0; +\infty)$. D. $\left(-\infty; -\frac{2}{9}\right] \cup [0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

$$y = 3x^3 + x^2 + 1 \Rightarrow y' = 9x^2 + 2x$$

$$y' \leq 0 \Rightarrow -\frac{2}{9} \leq x \leq 0$$

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = \frac{5x-1}{2x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 0$ là

- A. \emptyset . B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Lưu ý: Công thức đạo hàm nhanh $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow \frac{2}{(2x)^2} < 0: \text{ vô nghiệm.}$$

Chọn A.

Câu 20. $2xf'(x) - f(x) \geq 0$ với $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$

- A. $x \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$ B. $x > \frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $x < \frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $x \geq \frac{2}{\sqrt{3}}$

Hướng dẫn giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{f(x)}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\text{Mặt khác: } f(x) > x + \sqrt{x^2} = x + |x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Nên } 2xf'(x) - f(x) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2xf(x)}{\sqrt{x^2+1}} - f(x) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2x \geq \sqrt{x^2+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 3x^2 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Câu 21. $f'(x) > 0$ với $f(x) = x + \sqrt{4-x^2}$.

- A. $-2 \leq x \leq \sqrt{2}$ B. $x \leq \sqrt{2}$ C. $-2 \leq x$ D. $x < 0$

Hướng dẫn giải:

TXĐ: $D = [-2; 2]$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \Rightarrow f'(x) > 0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} > x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x < 0 \\ x \geq 0 \\ 4-x^2 > x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x < 0 \\ 0 \leq x < \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < \sqrt{2}$$

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là

- A. $(-\infty; 1) \setminus \{-1; 0\}$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{-x+1}{2\sqrt{x}\cdot(x+1)^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x+1 > 0 \\ x \neq 0 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x \neq 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{x^3+1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) \leq 0$ là

- A. $\left[-\infty; \sqrt{\frac{1}{2}}\right]$. B. $\left[\sqrt{\frac{1}{2}}; +\infty\right)$. C. $\left[-\infty; \sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right]$. D. $\left[\sqrt[3]{\frac{1}{2}}; +\infty\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-2x^3+1}{(x^3+1)^2} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x^3+1 \leq 0 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = 2mx - mx^3$. Số $x=1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x) \leq 1$ khi và chỉ khi:

- A. $m \geq 1$. B. $m \leq -1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $m \geq -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Có $f(x) = 2mx - mx^3 \Rightarrow f'(x) = 2m - 3mx^2$. Nên $f'(1) \leq 1 \Leftrightarrow 2m - 3m \leq 1 \Leftrightarrow m \geq -1$.

Câu 25. Tìm m để các hàm số $y = (m-1)x^3 - 3(m+2)x^2 - 6(m+2)x + 1$ có $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

- A. $m \geq 3$ B. $m \geq 1$ C. $m \geq 4$ D. $m \geq 4\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có: $y' = 3[(m-1)x^2 - 2(m+2)x - 2(m+2)]$

Do đó $y' \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)x^2 - 2(m+2)x - 2(m+2) \geq 0$ (1)

• $m=1$ thì (1) $\Leftrightarrow -6x-6 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -1$ nên $m=1$ (loại)

• $m \neq 1$ thì (1) đúng với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m-1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m+1)(4-m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 4$$

Vậy $m \geq 4$ là những giá trị cần tìm.

Câu 26. Tìm m để các hàm số $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3m-1)x + 1$ có $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \leq \sqrt{2}$ B. $m \leq 2$ C. $m \leq 0$ D. $m < 0$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có: $y' = mx^2 - 2mx + 3m - 1$

Nên $y' \leq 0 \Leftrightarrow mx^2 - 2mx + 3m - 1 \leq 0$ (2)

- $m = 0$ thì (1) trở thành: $-1 \leq 0$ đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$
- $m \neq 0$, khi đó (1) đúng với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m(1-2m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 1-2m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$$

Vậy $m \leq 0$ là những giá trị cần tìm.

hoc360.net