Tài liệu bài giảng (Chinh phục Tích phân – Số phức)
BỘ CÂU HỎI TÍCH PHÂN CHỐNG CASIO
Thầy Đặng Việt Hùng – Moon.vn

Câu 1: Cho tích phân $I\, I=\int\limits_1^e \frac{\ln x+e^{\ln x}}{x}dx=e^a-b$, giá trị của $a+2b$ bằng

A. 2 **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** 3.

Câu 2: Cho đẳng thức $2\sqrt{3}.m-\int\limits_0^1 \frac{4x^3}{(x^4+2)^2}dx=0$. Khi đó $144m^2-1$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Câu 3: Cho tích phân $\int\limits_0^a \frac{(2x+1)e^x+2x}{e^x+1}dx=1+\ln\frac{e+1}{2}$, giá trị của số thực dương a bằng

A. $a=\frac{3}{2}$ **B.** $a=\frac{1}{2}$ **C.** $a=1$ **D.** $a=2$

Câu 4: Cho đẳng thức tích phân $\int\limits_1^m 3^{\frac{1}{x}}.\frac{\ln 3}{x^2}dx+6=0$ và tham số thực m, giá trị của m bằng

A. $m=\frac{3}{2}$ **B.** $m=\frac{1}{2}$ **C.** $m=1$ **D.** $m=2$

Câu 5: Cho tích phân $I=\int\limits_{e^a}^{e^{\frac{\pi}{2}}} \frac{\cos(\ln x)}{x}dx=1$ với $a\in[-1;1]$, giá trị của a bằng

A. $a=-1$ **B.** $a=1$ **C.** $a=\frac{1}{2}$ **D.** $a=0$

Câu 6: Biết rằng $\int\limits_0^1 \frac{dx}{x^2+5x+6}=a\ln 3-b\ln 2-c\ln 4$ với a,b,c là các số thực. Tính $P=2a+b^2+c^2$

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 7: Biết rằng $\int\limits_1^2 \frac{8x+5}{6x^2+7x+2}dx=a\ln x+b\ln x+c\ln 5$ với a,b,c là các số thực. Tính $P=a^2+b^2+3c$

A. 1. **B.** 12. **C.**3 **D.** 4.

Câu 8: Biết rằng $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2}dx = \frac{\pi}{a} + \frac{\sqrt{3}}{b}$ với a,b là các số nguyên. Tính $P = a + b$

A. 10. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 20.

Câu 9: Biết rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x}{1+\cos x}dx = a\ln 2 + b$ với a,b là các số nguyên. Tính $P = 2a^2 + 3b^3$

A. 5. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 11.

Câu 10: Biết rằng $\int_0^1 x^2 e^x dx = ae + b$ với a,b là các số nguyên. Tính $P = 2a^3 + b$

A. 0. **B.** 2. **C.** -2 **D.** 1.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;4]$ và $f(1) = 2; f(4) = 10$. Tính $I = \int_1^4 f'(x)dx$

A. $I = 48.$ **B.** $I = 3.$ **C.** $I = 8.$ **D.** $I = 12.$

Câu 12: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-5}$ và $F(6) = 4$. Tính $F(10)$.

A. $F(10) = 4 + \ln 5$. **B.** $F(10) = 5 + \ln 5.$ **C.** $F(10) = \frac{21}{5}.$ **D.** $F(10) = \frac{1}{5}.$

Câu 13: Cho $\int_0^6 f(x)dx = 20$. Tính $I = \int_0^3 f(2x)dx.$

A. $I = 40.$ **B.** $I = 10.$ **C.** $I = 20.$. **D.** $I = 5.$

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;6]$ thảo mãn $\int_0^6 f(x)dx = 10$ và $\int_2^4 f(x)dx = 6.$ Tính giá trị của biểu thức $P = \int_0^2 f(x)dx + \int_4^6 f(x)dx.$

A. $P = 4.$ **B.** $P = 16.$ **C.** $P = 8.$ **D.** $P = 10.$

Câu 15: Biết $\int_2^5 \frac{dx}{x^2 - x} = a\ln 2 + b\ln 5,$ với a,b là hai số nguyên. Tính $P = a^2 + 2ab + 3b^2$.

A. $P = 18.$ **B.** $P = 6.$ **C.** $P = 2.$ **D.** $P = 11.$

Câu 16: Biết $I=\int\limits_2^4 \frac{2x-1}{x^2-x}dx = a\ln 3 + b\ln 2,$ với a;b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $A=a^2+b^2$ là:

A. $A=2.$ **B.** $A=5.$ **C.** $A=10.$ **D.** $A=20.$

Câu 17: Biết rằng $I=\int\limits_1^e \frac{2\ln x+1}{x(\ln x+1)^2}dx = a\ln 2-\frac{b}{c}$, với a,b,c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b+c.$

A. $S=3.$ **B.** $S=5.$ **C.** $S=7.$ **D.** $S=10.$

Câu 18: Biết rằng $I=\int\limits_0^4 x\ln x(2x+1)dx = \frac{a}{b}.\ln 3-c;$ với a,b,c là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b+c.$

A. $S=60.$ **B.** $S=68.$ **C.** $S=70.$ **D.** $S=64.$

Câu 19: Biết rằng $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f(\sin x)dx = 8.$ Tính $K=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x.f(\cos x)dx.$

A. $K=-8.$ **B.** $K=4.$ **C.** $K=8$ **D.** $K=16.$

Câu 20: Cho hàm số $f(x)=a.e^x+b$ có đạo hmaf trên đoạn $[0;a]$, $f(0)=3a$ và $\int\limits_0^a f'(x)=e-1$. Tính giá trị của biểu thức $P=a^2+b^2$.

A. $P=25$ **B.** $P=20$ **C.** $P=5$ **D.** $P=10$

Câu 21: Biết rằng $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $T=\int\limits_0^9 f(x)dx=9.$ Tính $D=\int\limits_0^3 [f(3x)+T]dx.$

A. $D=30$ **B.** $D=3$ **C.** $D=12$ **D.** $D=27$

Câu 22: Kết quả của tích phân $I=\int\limits_2^3 \ln(x^2-x)dx$ được viết ở dạng $I=a.\ln 3-b$ với a,b là các số nguyên. Khi đó $a-b$ nhận giá trị nào sau đây ?

A. -2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 5

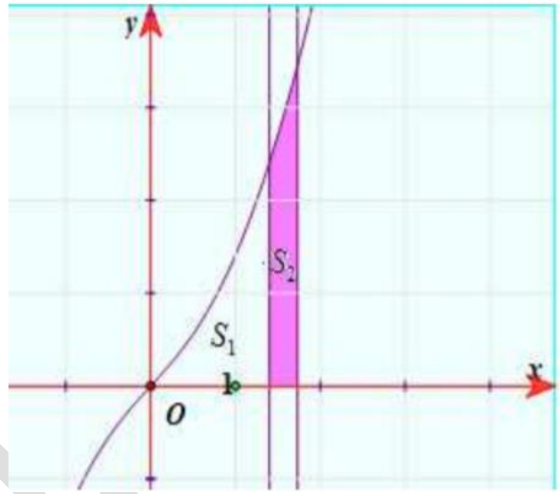
Câu 23: Cho $I=\int\limits_0^a (2x-3).\ln(x-1)dx$ biết rằng $a\int\limits_0^1 dx=4$ và $I=(a+b).\ln(a-1),$ giá trị của b bằng:

A. $b=1$ **B.** $b=4$ **C.** $b=2$ **D.** $b=3$

Câu 24: Cho a là một số thực khác 0, ký hiệu $b=\int_{-a}^{a}\frac{e^x}{x+2a}dx$. Tính $I=\int_{0}^{2a}\frac{dx}{(30-x)e^x}$ theo a và b.

A. a **B.** $\frac{b}{e^a}$ **C.** b **D.** $e^a.b$

Câu 25: Cho hình cong (H) giới hạn bởi các đường $y=x\sqrt{x^2+1}; y=0; x=0$ và $x=\sqrt{3}$. Đường thẳng $x=k$ với $1<k<\sqrt{3}$ chia (H) thành 2 phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Để $S_1=6S_2$ thì k gần bằng



A. $1,37$ **B.** $1,63$

C. $0,97$ **D.** $1,24$

Câu 26: Biết rằng hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{0}^{9}f(x)dx=9$. Khi đó, giá trị của $\int_{0}^{3}f(3x)dx$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 27: Tích phân $\int_{6\pi}^{2017\pi}\sin x dx$ bằng:

A. 2. **B.** −1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 28: Có bao nhiêu số thực a thỏa mãn $\int_{a}^{2}x^3dx=2$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 29: Có bao nhiêu số thực $a\in(0;2017)$ sao cho $\int_{0}^{a}\sin x dx=0$?

A. 301. **B.** 311. **C.** 321. **D.** 331.

Câu 30: Biết rằng $\int_{0}^{1}\frac{3x-1}{x^2+6x+9}dx=3\ln\frac{a}{b}-\frac{5}{6}$ b trong đó a,b là hai số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó ab bằng:

A. 5. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 31: Biết rằng $\int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} - \frac{1}{3x+1} \right) dx = \frac{1}{6} \ln \frac{a}{b}$ trong đó a,b là hai số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\sqrt[3]{a} + \sqrt{b} = 7$ **B.** $a+b<22$ **C.** $4a+9b>251$ **D.** $a-b>10$

Câu 32: Số nào sau đây bằng nghiệm của phương trình $\int_0^x e^t dt = 2^{2017} - 1$ (ẩn x)?

A. 1395. **B.** 1401. **C.** 1398. **D.** 1404.

Câu 33: Biết rằng hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f(0)=1$. Khi đó $\int_0^x f'(t)dt$ bằng:

A. $f(x)+1$ **B.** $f(x+1)$ **C.** $f(x)$ **D.** $f(x)-1$

Câu 34: Xét tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} x^5 \sqrt{x^2+1} dx = \frac{a}{b}$ là một phân số tối giản. Tính hiệu $a-b$

A. 743. **B.** -64 **C.** 27 **D.** -207

Câu 35: Khẳng định nào sau đây đúng về kết quả $\int_1^e x^3 \ln x dx = \frac{3e^a+1}{b}$?

A. $a.b=64$ **B.** $a.b=46$ **C.** $a-b=12$ **D.** $a-b=4$

Câu 1: Cho tích phân $I=\int\limits_1^e \frac{\ln x+e^{\ln x}}{x}dx=e^a-b$, giá trị của $a+2b$ bằng

A. 2 **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** 3.

HD: Ta có $I=\int\limits_1^e \frac{\ln x+e^{\ln x}}{x}dx=\int\limits_1^e \left(\ln x+e^{\ln x}\right)d\left(\ln x\right)=\left.\left(\frac{\ln^2 x}{2}+e^{\ln x}\right)\right|_1^e=e+\frac{1}{2}-1=e-\frac{1}{2}.$

Mà $I=e^a-b=e-\frac{1}{2}\to a=1;b=\frac{1}{2}\Rightarrow a+2b=1+1=2.$ **Chọn A**

Câu 2: Cho đẳng thức $2\sqrt{3}.m-\int\limits_0^1 \frac{4x^3}{(x^4+2)^2}dx=0$. Khi đó $144m^2-1$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{2}{3}$

HD: Ta có $\int\limits_0^1 \frac{4x^3}{(x^4+2)^2}dx=\int\limits_0^1 \frac{d(x^4)}{\left(x^4+2\right)^2}=\left.\left(-\frac{1}{x^4+2}\right)\right|_0^1=-\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{6}.$

Khi đó $2\sqrt{3}.m-\int\limits_0^1 \frac{4x^3}{\left(x^4+2\right)^2}dx=0\Leftrightarrow 2\sqrt{3}.m-\frac{1}{6}=0\Leftrightarrow m=\frac{\sqrt{3}}{36}\Rightarrow 144m^2-1=-\frac{2}{3}.$ **Chọn A.**

Câu 3: Cho tích phân $\int\limits_0^a \frac{(2x+1)e^x+2x}{e^x+1}dx=1+\ln\frac{e+1}{2}$, giá trị của số thực dương a bằng

A. $a=\frac{3}{2}$ **B.** $a=\frac{1}{2}$ **C.** $a=1$ **D.** $a=2$

HD: Ta có $\int_0^a \frac{(2x+1)e^x+2x}{e^x+1}dx=\int_0^a \frac{2x(e^x+1)+e^x}{e^x+1}dx=\int_0^a\left(2x+\frac{e^x}{e^x+1}\right)dx$

$=\int_0^a 2xdx+\int_0^a \frac{d(e^x+1)}{e^x+1}dx=\left[x^2+\ln(e^x+1)\right]\Big|_0^a=a^2+\ln\left(e^a+1\right)-\ln 2.$

$=1+\ln\frac{e+1}{2}=1+\ln(e+1)-\ln 2\Leftrightarrow a^2+\ln\left(e^a+1\right)=1+\ln(e+1)\Leftrightarrow a=1.$ **Chọn C.**

Câu 4: Cho đẳng thức tích phân $\int_1^m 3^{\frac{1}{x}}.\frac{\ln 3}{x^2}dx+6=0$ và tham số thực m, giá trị của m bằng

A. $m=\frac{3}{2}$ **B.** $m=\frac{1}{2}$ **C.** $m=1$ **D.** $m=2$

HD: Ta xét $I=\int_1^m 3^{\frac{1}{x}}.\frac{\ln 3}{x^2}dx=-\int_1^m 3^{\frac{1}{x}}.\ln 3d\left(\frac{1}{x}\right)=\left(-3^{\frac{1}{x}}\right)\Big|_1^m=-3^{\frac{1}{m}}+3.$

Mà $\int_1^3 3^{\frac{1}{x}}.\frac{\ln 3}{x^2}dx+6=0$ nên suy ra $--3^{\frac{1}{m}}+3+6=0\Leftrightarrow 3^{\frac{1}{m}}=9=3^2\Leftrightarrow\frac{1}{m}=2\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}.$ **Chọn B**

Câu 5: Cho tích phân $I=\int_{e^a}^{e^{\frac{\pi}{2}}}\frac{\cos(\ln x)}{x}dx=1$ với $a\in[-1;1]$, giá trị của a bằng

A. $a=-1$ **B.** $a=1$ **C.** $a=\frac{1}{2}$ **D.** $a=0$

HD: Ta có $I=\int_{e^a}^{e^{\frac{\pi}{2}}}\frac{\cos(\ln x)}{x}dx=\int_{e^a}^{e^{\frac{\pi}{2}}}\cos(\ln x)d(\ln x)=\sin(\ln x)\Big|_1^{e^{\frac{\pi}{2}}}=\sin\left(\ln e^{\frac{\pi}{2}}\right)-\sin\left(\ln e^a\right)=1-\sin a.$

Mà $I=\int_{e^a}^{e^{\frac{\pi}{2}}}\frac{\cos(\ln x)}{x}dx=\int_{e^a}^{e^{\frac{\pi}{2}}}\cos(\ln x)d(\ln x)=1\Leftrightarrow\sin a=0\Leftrightarrow a=0$ vì $a\in[1;1]$. **Chọn D**

Câu 6: Biết rằng $\int_0^1\frac{dx}{x^2+5x+6}=a\ln 3-b\ln 2-c\ln 4$ với a,b,c là các số thực. Tính $P=2a+b^2+c^2$

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

HD: Ta có $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+5x+6} = \int_0^1 \frac{(x+3)-(x-2)}{(x+2)(x+3)}dx = \ln\left|\frac{x+2}{x+3}\right|\Bigg|_0^1 = 2\ln 3 - \ln 2 - \ln 4$

Do đó $a=1; b=-1; c=-1 \Rightarrow P = 2a + b^2 + c^2 = 6$. **Chọn C**

Câu 7: Biết rằng $\int_1^2 \frac{8x+5}{6x^2+7x+2}dx = a\ln x + b\ln x + c\ln 5$ với a,b,c là các số thực. Tính $P = a^2 + b^2 + 3c$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3 **D.** 4.

HD: Ta có $\int_1^2 \frac{9x+5}{6x^2+7x+2}dx = \int_1^2 \frac{2(3x+2)+(2x+1)}{(2x+1)(3x+2)}dx = \left(\ln|2x+1| + \frac{1}{3}\ln|3x+2|\right)\Bigg|_1^2 = \ln 2 - \ln 3 + \frac{2}{3}\ln 5$

Do đó $a=1; b=-1; c=\frac{2}{3} \Rightarrow P = a^2 + b^3 + 3c = 4$. **Chọn D**

Câu 8: Biết rằng $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2}dx = \frac{\pi}{a} + \frac{\sqrt{3}}{b}$ với a,b là các số nguyên. Tính $P = a + b$

A. 10. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 20.

HD: Đặt $x = \sin t \Rightarrow dx = \cos t dt$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2}dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{1-\sin^2 t}\cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1+\cos 2t)dt = \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2t\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{2} + \frac{\sqrt{3}}{8}$$

Do đó $a = 12; b = 8 \Rightarrow P = a + b = 20$. **Chọn D.**

Câu 9: Biết rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x}{1+\cos x}dx = a\ln 2 + b$ với a,b là các số nguyên. Tính $P = 2a^2 + 3b^3$

A. 5. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 11.

HD: Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x}{1+\cos x}dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos^2 x dx}{1+\cos x} = -2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{1+\cos x}d(\cos x)$

$$= -2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\cos x - 1 + \frac{1}{\cos x}\right)d\left(\cos x\right) = \left(-\cos^2 x + 2x - 2\ln\left|1+\cos x\right|\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2\ln 2 - 1$$

Do đó $a = 2; b = -1 \Rightarrow P = 2a^2 + 3b^3 = 11$. **Chọn D.**

Câu 10: Biết rằng $\int_0^1 x^2e^x dx = ae + b$ với a,b là các số nguyên. Tính $P = 2a^3 + b$

A. 0. **B.** 2. **C.** -2 **D.** 1.

HD: Ta có $\int_0^1 x^2e^x dx = \int_0^1 x^2 d\left(e^x\right) = x^2e^x\Big|_0^1 - \int_0^1 e^x d\left(x^2\right) = e - 2\int_0^1 xe^x dx = e - 2\int_0^1 xd\left(e^x\right)$

$$e - 2xe^x\Big|_0^1 + 2\int_0^1 e^x dx = e - 2e + 2e^x\Big|_0^1 = -e + 2e - 2 = e - 2$$

Do đó $a = 1; b = -2 \Rightarrow P = 2a^3 + b = 0$. **Chọn A.**

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;4]$ và $f(1) = 2; f(4) = 10$. Tính $I = \int_1^4 f'(x)dx$

A. $I = 48$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = 8$. **D.** $I = 12$.

HD: Ta có $I = f(x)\Big|_1^4 = f(4) - f(1) = 8$. Chọn C

Câu 12: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-5}$ và $F(6) = 4$. Tính $F(10)$.

A. $F(10) = 4 + \ln 5$. **B.** $F(10) = 5 + \ln 5$. **C.** $F(10) = \frac{21}{5}$. **D.** $F(10) = \frac{1}{5}$.

HD: Ta có $F(x) = \int \frac{1}{x-5}dx = \ln\left|x-5\right| + C$.

Mà $F(6) = 4 \Rightarrow \ln 1 + C = 4 \Rightarrow C = 4 \Rightarrow F(10) = \ln 5 + 4$. **Chọn A.**

Câu 13: Cho $\int_0^6 f(x)dx = 20$. Tính $I = \int_0^3 f(2x)dx$.

A. $I=40.$ **B.** $I=10.$ **C.** $I=20.$ **D.** $I=5.$

HD: Đặt $2x=t\Rightarrow I=\int_0^6 f(t)d\left(\frac{t}{2}\right)=\frac{1}{2}\int_0^6 f(t)dt=\frac{1}{2}\int_0^6 f(x)dx=\frac{1}{2}.20=10.$ **Chọn B.**

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;6]$ thảo mãn $\int_0^6 f(x)dx=10$ và $\int_2^4 f(x)dx=6.$ Tính giá trị của biểu thức $P=\int_0^2 f(x)dx+\int_4^6 f(x)dx.$

A. $P=4.$ **B.** $P=16.$ **C.** $P=8.$ **D.** $P=10.$

HD: Ta có $P+6=\int_0^2 f(x)dx+\int_2^4 f(x)dx+\int_4^6 f(x)dx=\int_0^4 f(x)dx+\int_4^6 f(x)dx=\int_0^6 f(x)dx=10\Rightarrow P=4.$ **Chọn A**

Câu 15: Biết $\int_2^5 \frac{dx}{x^2-x}=a\ln 2+b\ln 5,$ với a,b là hai số nguyên. Tính $P=a^2+2ab+3b^2$.

A. $P=18.$ **B.** $A=5.$ **C.** $P=2.$ **D.** $P=11.$

HD: Ta có $\int_2^5 \frac{dx}{x^2-x}=\int_2^5 \frac{1}{x(x-1)}dx=\int_2^5\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}\right)dx=\ln|x-1|\Big|_2^5-\ln|x|\Big|_2^5$

$=\ln 4-(\ln 5-\ln 2)=3\ln 2-\ln 5\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=-1\end{cases}\Rightarrow P=6$.**Chọn B**

Câu 16: Biết $I=\int_2^4 \frac{2x-1}{x^2-x}dx=a\ln 3+b\ln 2,$ với a;b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $A=a^2+b^2$ là:

A. $A=2.$ **B.** $A=5.$ **C.** $A=10.$ **D.** $A=20.$

HD: Ta có : $I=\int_2^4 \frac{d(x^2-x)}{x^2-x}=\ln|x^2-x|\Big|_2^4=\ln 12-\ln 2=\ln 6=\ln 3+\ln 2\Rightarrow a=b=1\Rightarrow A=2.$ **Chọn A.**

Câu 17: Biết rằng $I=\int_1^e \frac{2\ln x+1}{x(\ln x+1)^2}dx=a\ln 2-\frac{b}{c},$ với a,b,c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b+c$

A. $S=3.$	**B.** $S=5$	**C.** $S=7$	**D.** $S=10$

HD: Đặt $t=\ln x \Rightarrow dt=\frac{dx}{x} \Rightarrow I=\int_0^1 \frac{2t+1}{(t+1)^2}dt=\int_0^1\left(\frac{2}{t+1}-\frac{1}{(t+1)^{2}}\right)dt$

$=\left[2\ln|t+1|+\frac{1}{t+1}\right]\Big|_0^1=2\ln 2-\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} a=2;b=1 \\ c=2 \end{cases} \Rightarrow S=5.$ **Chọn B.**

Câu 18: Biết rằng $I=\int_0^4 x\ln x(2x+1)dx=\frac{a}{b}.\ln 3-c;$ với a,b,c là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b+c.$

A. $S=60.$	**B.** $S=68.$	**C.** $S=70.$	**D.** $S=64.$

HD: Đặt $\begin{cases} u=\ln(2x+1) \\ dv=xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\dfrac{2}{2x+1} \\ v=\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{1}{8}=\dfrac{4x^2-1}{8} \end{cases}$

Khi đó $I=\frac{4x^2-1}{8}\ln(2x+1)\Big|_0^4-\int_0^4\frac{2x-1}{4}dx=\frac{63}{8}\ln 9-\left(\frac{x^2}{4}-\frac{x}{4}\right)\Big|_0^4=\frac{63}{4}\ln 3-3 \Rightarrow \begin{cases} a=63;b=4 \\ c=3 \end{cases}$

Do đó $S=70.$ **Chọn C.**

Câu 19: Biết rằng $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f(\sin x)dx=8.$ Tính $K=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x.f(\cos x)dx.$

A. $K=-8.$	**B.** $K=4.$	**C.** $K=8.$	**D.** $K=16.$

HD: Đặt $t=\frac{\pi}{2}-x \Rightarrow dx=-dt.$ Đổi cận $\left| \begin{array}{l} x=0 \Rightarrow t=\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{2} \Rightarrow t=0 \end{array} \right.$.

$\Rightarrow I=\int_{\frac{\pi}{2}}^0 \cos\left(\frac{\pi}{2}-t\right)f\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}-t\right)\right](-dt)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin t.f(\cos t)dt=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x.f(\cos x)dx-8.$ **Chọn C.**

Câu 20: Cho hàm số $f(x)=a.e^x+b$ có đạo hàm trên đoạn $[0;a]$, $f(0)=3a$ và $\int_0^a f'(x)=e-1$. Tính giá trị của biểu thức $P=a^2+b^2$.

A. $P=25$. **B.** $P=20$. **C.** $P=5$. **D.** $P=10$.

HD: Ta có $f(0)=3a\Rightarrow a.e^0+b=3a\Leftrightarrow b=2a$. Mặt khác $\int_0^a f'(x)=e+2\Rightarrow f(a)-f(0)=e+2$.

$\Leftrightarrow a.e^a+b-3a=e-1\Leftrightarrow a.e^a-a=e-1\Leftrightarrow a.\left(e^a-1\right)-e+1=0\Rightarrow a=1\Rightarrow b=2\Rightarrow P-5$. **Chọn C.**

Câu 21: Biết rằng $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $T=\int_0^9 f(x)dx=9$. Tính $D=\int_0^3\left[f(3x)+T\right]dx$.

A. $D=30$. **B.** $D=3$. **C.** $D=12$. **D.** $D=27$.

HD: Xét $D=\int_0^3\left[f(3x)+T\right]dx=\int_0^3 f\left(3x\right)dx+\int_0^3 Tdx=\int_0^3 f(3x)dx+9\int_0^3 dx=\int_0^3 f\left(3x\right)dx+27$.

Đặt $t=3x\Rightarrow dx=\dfrac{dt}{3}\Rightarrow\int_0^3 f(3x)dx=\int_0^9 f(t).\dfrac{dt}{3}=\dfrac{1}{3}.\int_0^9 f(t)dt=\dfrac{T}{3}=3$. Do đó $D=30$. **Chọn A.**

Câu 22: Kết quả của tích phân $I=\int_2^3\ln(x^2-x)dx$ được viết ở dạng $I=a.\ln 3-b$ với a,b là các số nguyên. Khi đó $a-b$ nhận giá trị nào sau đây ?

A. -2. **B.** 3 **C.** 1. **D.** 5.

HD: Đặt $\begin{cases}u=\ln(x^2-x)\\ dv=dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{2x-1}{x^2-x}dx\\ v=x\end{cases}\Rightarrow I=x.\ln(x^2-x)\Big|_2^3-\int_2^3\dfrac{2x-1}{x-1}dx=3\ln 6-2.\ln 2-D$.

Xét D= $D=\int_2^3\dfrac{2x-1}{x-1}dx=\int_2^3\left(2+\dfrac{1}{x+1}\right)dx=\left(2x+\ln\left|x-1\right|\right)\Big|_2^3=2+\ln 2\Rightarrow I=3.\ln 3-2\Rightarrow\begin{cases}a=3\\ b=-2\end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 23: Cho $I=\int_0^a(2x-3).\ln(x-1)dx$ biết rằng $a\int_0^1 dx=4$ và $I=(a+b).\ln(a-1)$, giá trị của b bằng:

A. $b=1$	**B.** $b=4$	**C.** $b=2$	**D.** $b=3$

HD: Ta có $a.\int_0^1 dx = 4 \Leftrightarrow (ax)\Big|_0^1 = 4 \Leftrightarrow a = 4 \Rightarrow I = \int_0^4 (2x-3)\ln(x-1)\,dx.$

Đặt $\begin{cases} u=\ln(x-1) \\ dv=(2x-3)dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du=\dfrac{dx}{x-1} \\ v=x^2-3x+2 \end{cases}$. Khi đó $I = (x^2-3x+2)\ln(x-1)\Big|_0^4 - \int_0^4 (x-2)\,dx = 6.\ln 3.$

Do đó $I = (a+b).\ln(a-1) = 6.\ln 3 \Leftrightarrow a+b = 6 \Leftrightarrow b = 2.$ **Chọn C.**

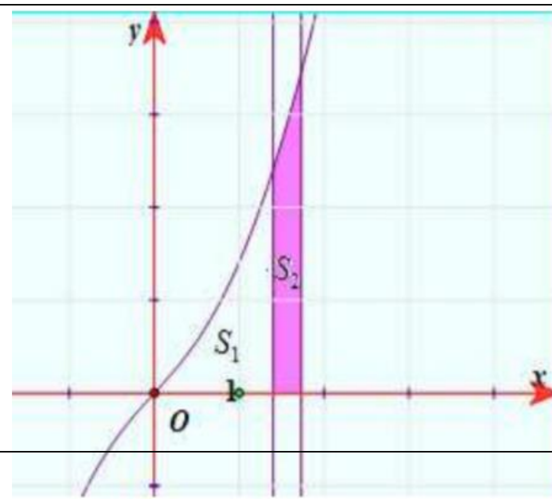
Câu 24: Cho a là một số thực khác 0, ký hiệu $b = \int_{-a}^{a} \dfrac{e^x}{x+2a}dx.$ Tính $I = \int_0^{2a} \dfrac{dx}{(30-x)e^x}$ theo a và b.

A. a	**B.** $\dfrac{b}{e^a}$	**C.** b	**D.** $e^a.b$

HD: Đặt $t = a - x \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-x=t+2a \\ dx=-dt \end{cases}$ và đổi cận $\begin{cases} x=0 \to t=a \\ x=2a \to t=-a \end{cases}$. Khi đó $I = -\int_a^{-a} \dfrac{dt}{(t+2a)e^{a-1}}.$

$\Rightarrow I = \int_{-a}^{a} \dfrac{e^t}{(t+2a)e^a}dx$ mà $b = \int_{-a}^{a} \dfrac{e^x}{x+2a}dx \Rightarrow I = \dfrac{b}{e^a}.$ **Chọn B.**

Câu 25: Cho hình cong (H) giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{x^2+1}; y=0; x=0$ và $x=\sqrt{3}.$ Đường thẳng $x=k$ với $l<k<\sqrt{3}$ chia (H) thành 2 phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Để $S_1 = 6S_2$ thì k gần bằng



A. 1,37	**B.** 1,63
C. 0,97	**D.** 1,24

HD: Ta có $S = S_1 + S_2 = \int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{x^2+1}dx = \dfrac{1}{2}\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{x^2+1}\,d(x^2+1) = \dfrac{\sqrt{(x^2+1)^3}}{3}\Bigg|_0^{\sqrt{3}} = \dfrac{7}{3} \Rightarrow S_1 + \dfrac{S_1}{6} = \dfrac{7}{3} \Rightarrow S_1 = 2.$

Lại có $S_1 = \left.\dfrac{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}}{3}\right|_1^k = \dfrac{\sqrt{\left(k^2+1\right)^3}-1}{3} = 2 \Rightarrow k = \sqrt{\sqrt[3]{49}-1} \approx 1,63$. **Chọn B.**

Câu 26: Biết rằng hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x)dx = 9$. Khi đó, giá trị của $\int_0^3 f(3x)dx$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

HD: $\int_0^3 f(3x)dx = \frac{1}{3}\int_0^3 f(3x)d(3x) = \frac{1}{3}\int_0^9 f(x)dx = 3$. **Chọn C.**

Câu 27: Tích phân $\int_{6\pi}^{2017\pi} \sin xdx$ bằng:

A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

HD: $\int_{6\pi}^{2017\pi} \sin xdx = -\cos x\Big|_{6\pi}^{2017\pi} = 2$. **Chọn A.**

Câu 28: Có bao nhiêu số thực a thỏa mãn $\int_a^2 x^3dx = 2$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

HD: $2 = \int_a^2 x^3dx = \left.\dfrac{x^4}{4}\right|_a^2 = 4 - \dfrac{a^4}{4} \Leftrightarrow a^4 = 8 \Leftrightarrow a = \pm\sqrt[4]{8}$. **Chọn C.**

Câu 29: Có bao nhiêu số thực $a \in (0;2017)$ sao cho $\int_0^a \sin xdx = 0$?

A. 301. **B.** 311. **C.** 321. **D.** 331.

HD: $\int_0^a \sin xdx = -\cos x\Big|_0^a = -\cos a + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos a = 1 \Leftrightarrow a = k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$

Vì $a = k2\pi \in \left(0;2017\right) \Leftrightarrow 0 < k \le 321$. Có tất cả 321 giá trị k ứng với 321 giá trị a thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 30: Biết rằng $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9}dx = 3\ln\frac{a}{b} - \frac{5}{6}$ b trong đó a,b là hai số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó ab bằng:

A. 5. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 8.

HD: Ta có $3\ln\frac{a}{b} - \frac{5}{6} = \int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9}dx = \int_0^1 \frac{3(x+3)-10}{(x+3)^2}dx = 3\int_0^1 \frac{dx}{x+3} - 10\int_0^1 \frac{dx}{(x+3)^2} = \left(3\ln|x+3| + \frac{10}{x+3}\right)\Big|_0^1$

$= 3\ln(4) + \frac{5}{2} - 3\ln(3) - \frac{10}{3} = 3\ln\frac{4}{3} - \frac{5}{6} \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow ab = 12.$ **Chọn B.**

Câu 31: Biết rằng $\int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} - \frac{1}{3x+1}\right)dx = \frac{1}{6}\ln\frac{a}{b}$ trong đó a,b là hai số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\sqrt[3]{a} + \sqrt{b} = 7.$ **B.** $a+b<22$ **C.** $4a+9b>251.$ **D.** $a-b>10$

HD: Ta có $\int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} - \frac{1}{3x+1}\right)dx = \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{d(2x+1)}{2x+1} - \frac{1}{3}\int_0^1 \frac{d(3x+1)}{3x+1} = \left[\frac{\ln|2x+1|}{2} - \frac{\ln|3x+1|}{3}\right]\Big|_0^1$

$= \frac{\ln(3)}{2} - \frac{\ln(4)}{3} = \frac{1}{6}\ln\frac{3^3}{4^2} = \frac{1}{6}\ln\frac{a}{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3^3 \\ b=4^2 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 32: Số nào sau đây bằng nghiệm của phương trình $\int_0^x e^t dt = 2^{2017} - 1$ (ẩn x)?

A. 1395. **B.** 1401. **C.** 1398. **D.** 1404.

HD: $2^{2017} - 1 = \int_0^x e^t dt = e^t\Big|_0^x = e^x - 1 \Leftrightarrow e^x = 2^{2017} \Leftrightarrow x = \ln\left(2^{2017}\right) = 2017\ln 2 = 1398.$ **Chọn C.**

Câu 33: Biết rằng hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f(0) = 1$. Khi đó $\int_0^x f'(t)dt$ bằng:

A. $f(x)+1$ **B.** $f(x+1).$ **C.** $f(x).$ **D.** $f(x)-1.$

HD: $\int_0^x f'(t)dt = f(t)\Big|_0^x = f(x) - f(0) = f(x) - 1$. **Chọn D.**

Câu 34: Xét tích phân $I=\int_0^{\sqrt{3}} x^5\sqrt{x^2+1}dx=\dfrac{a}{b}$ là một phân số tối giản. Tính hiệu $a-b$

A. 743. **B.** -64 **C.** 27 **D.** -207

HD: Đặt $t=\sqrt{x^2+1}\Rightarrow t^2=x^2+1\Rightarrow tdt=xdx.$ Đổi cận $\left|\begin{array}{l} x=0\Rightarrow t=1\\ x=\sqrt{3}\Rightarrow t=2\end{array}\right.$

Khi đó $I=\int_1^2\left(t^2-1\right)^2.t^2dt=\int_1^2\left(t^6-2t^4+t^2\right)dt=\left.\left(\dfrac{t^7}{7}-2\dfrac{t^5}{5}+\dfrac{t^3}{3}\right)\right|_1^2=\dfrac{848}{105}=\dfrac{a}{b}$

Suy ra $a-b=743.$ **Chọn A.**

Câu 35: Khẳng định nào sau đây đúng về kết quả $\int_1^e x^3\ln xdx=\dfrac{3e^a+1}{b}$?

A. $a.b=64.$ **B.** $a.b=46$ **C.** $a-b=12$ **D.** $a-b=4$

HD: Đặt $\begin{cases} u=\ln x\\ dv=x^3dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} du=\dfrac{dx}{x}\\ v=\dfrac{x^4}{4}\end{cases}\Rightarrow I=\left.\dfrac{x^4\ln x}{4}\right|_1^e-\int_1^e\dfrac{x^3}{4}dx=\dfrac{e^4}{4}-\left(\dfrac{e^4-1}{16}\right)=\dfrac{3e^4+1}{16}$

Do đó $a=4;b=16\Rightarrow ab=64.$ **Chọn A.**