A. $I=40.$ **B.** $I=10.$ **C.** $I=20.$ **D.** $I=5.$

HD: Đặt $2x=t\Rightarrow I=\int_0^6 f(t)d\left(\frac{t}{2}\right)=\frac{1}{2}\int_0^6 f(t)dt=\frac{1}{2}\int_0^6 f(x)dx=\frac{1}{2}.20=10.$ **Chọn B.**

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;6]$ thảo mãn $\int_0^6 f(x)dx=10$ và $\int_2^4 f(x)dx=6.$ Tính giá trị của biểu thức $P=\int_0^2 f(x)dx+\int_4^6 f(x)dx.$

A. $P=4.$ **B.** $P=16.$ **C.** $P=8.$ **D.** $P=10.$

HD: Ta có $P+6=\int_0^2 f(x)dx+\int_2^4 f(x)dx+\int_4^6 f(x)dx=\int_0^4 f(x)dx+\int_4^6 f(x)dx=\int_0^6 f(x)dx=10\Rightarrow P=4.$ **Chọn A**

Câu 15: Biết $\int_2^5 \frac{dx}{x^2-x}=a\ln 2+b\ln 5,$ với a,b là hai số nguyên. Tính $P=a^2+2ab+3b^2$.

A. $P=18.$ **B.** $A=5.$ **C.** $P=2.$ **D.** $P=11.$

HD: Ta có $\int_2^5 \frac{dx}{x^2-x}=\int_2^5 \frac{1}{x(x-1)}dx=\int_2^5\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}\right)dx=\ln|x-1|\Big|_2^5-\ln|x|\Big|_2^5$

$=\ln 4-(\ln 5-\ln 2)=3\ln 2-\ln 5\Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-1 \end{cases}\Rightarrow P=6$.**Chọn B**

Câu 16: Biết $I=\int_2^4 \frac{2x-1}{x^2-x}dx=a\ln 3+b\ln 2,$ với a;b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $A=a^2+b^2$ là:

A. $A=2.$ **B.** $A=5.$ **C.** $A=10.$ **D.** $A=20.$

HD: Ta có : $I=\int_2^4 \frac{d(x^2-x)}{x^2-x}=\ln|x^2-x|\Big|_2^4=\ln 12-\ln 2=\ln 6=\ln 3+\ln 2\Rightarrow a=b=1\Rightarrow A=2.$ **Chọn A.**

Câu 17: Biết rằng $I=\int_1^e \frac{2\ln x+1}{x(\ln x+1)^2}dx=a\ln 2-\frac{b}{c},$ với a,b,c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b+c$

A. $S=3.$	**B.** $S=5$	**C.** $S=7$	**D.** $S=10$

HD: Đặt $t=\ln x \Rightarrow dt=\dfrac{dx}{x} \Rightarrow I=\int\limits_0^1 \dfrac{2t+1}{(t+1)^2}dt=\int\limits_0^1\left(\dfrac{2}{t+1}-\dfrac{1}{(t+1)^{\rightarrow 2}}\right)dt$

$=\left[2\ln|t+1|+\dfrac{1}{t+1}\right]\Bigg|_0^1=2\ln 2-\dfrac{1}{2}\Rightarrow\begin{cases}a=2;b=1\\c=2\end{cases}\Rightarrow S=5.$ **Chọn B.**

Câu 18: Biết rằng $I=\int\limits_0^4 x\ln x(2x+1)dx=\dfrac{a}{b}.\ln 3-c;$ với a,b,c là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b+c.$

A. $S=60.$	**B.** $S=68.$	**C.** $S=70.$	**D.** $S=64.$

HD: Đặt $\begin{cases}u=\ln(2x+1)\\dv=xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{2}{2x+1}\\v=\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{1}{8}=\dfrac{4x^2-1}{8}\end{cases}$

Khi đó $I=\dfrac{4x^2-1}{8}\ln(2x+1)\Bigg|_0^4-\int\limits_0^4\dfrac{2x-1}{4}dx=\dfrac{63}{8}\ln 9-\left(\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{x}{4}\right)\Bigg|_0^4=\dfrac{63}{4}\ln 3-3\Rightarrow\begin{cases}a=63;b=4\\c=3\end{cases}$

Do đó $S=70.$ **Chọn C.**

Câu 19: Biết rằng $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f(\sin x)dx=8.$ Tính $K=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x.f(\cos x)dx.$

A. $K=-8.$	**B.** $K=4.$	**C.** $K=8.$	**D.** $K=16.$

HD: Đặt $t=\dfrac{\pi}{2}-x\Rightarrow dx=-dt.$ Đổi cận $\left|\begin{array}{l}x=0\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{2}\\x=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow t=0\end{array}\right..$

$\Rightarrow I=\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^0\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-t\right)f\left[\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-t\right)\right](-dt)=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin t.f(\cos t)dt=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x.f(\cos x)dx-8.$ **Chọn C.**

Câu 20: Cho hàm số $f(x)=a.e^x+b$ có đạo hàm trên đoạn $[0;a]$, $f(0)=3a$ và $\int_0^a f'(x)=e-1$. Tính giá trị của biểu thức $P=a^2+b^2$.

A. $P=25$. **B.** $P=20$. **C.** $P=5$. **D.** $P=10$.

HD: Ta có $f(0)=3a\Rightarrow a.e^0+b=3a\Leftrightarrow b=2a$. Mặt khác $\int_0^a f'(x)=e+2\Rightarrow f(a)-f(0)=e+2$.

$\Leftrightarrow a.e^a+b-3a=e-1\Leftrightarrow a.e^a-a=e-1\Leftrightarrow a.\left(e^a-1\right)-e+1=0\Rightarrow a=1\Rightarrow b=2\Rightarrow P-5$. **Chọn C.**

Câu 21: Biết rằng $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $T=\int_0^9 f(x)dx=9$. Tính $D=\int_0^3[f(3x)+T]dx$.

A. $D=30$. **B.** $D=3$. **C.** $D=12$. **D.** $D=27$.

HD: Xét $D=\int_0^3[f(3x)+T]dx=\int_0^3 f(3x)dx+\int_0^3 Tdx=\int_0^3 f(3x)dx+9\int_0^3 dx=\int_0^3 f(3x)dx+27$.

Đặt $t=3x\Rightarrow dx=\frac{dt}{3}\Rightarrow\int_0^3 f(3x)dx=\int_0^9 f(t).\frac{dt}{3}=\frac{1}{3}.\int_0^9 f(t)dt=\frac{T}{3}=3$. Do đó $D=30$. **Chọn A.**

Câu 22: Kết quả của tích phân $I=\int_2^3\ln(x^2-x)dx$ được viết ở dạng $I=a.\ln 3-b$ với a,b là các số nguyên. Khi đó $a-b$ nhận giá trị nào sau đây ?

A. -2. **B.** 3 **C.** 1. **D.** 5.

HD: Đặt $\begin{cases}u=\ln(x^2-x)\\ dv=dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{2x-1}{x^2-x}dx\\ v=x\end{cases}\Rightarrow I=x.\ln(x^2-x)\Big|_2^3-\int_2^3\frac{2x-1}{x-1}dx=3\ln 6-2.\ln 2-D$.

Xét D= $D=\int_2^3\frac{2x-1}{x-1}dx=\int_2^3\left(2+\frac{1}{x+1}\right)dx=\left(2x+\ln|x-1|\right)\Big|_2^3=2+\ln 2\Rightarrow I=3.\ln 3-2\Rightarrow\begin{cases}a=3\\ b=-2\end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 23: Cho $I=\int_0^a(2x-3).\ln(x-1)dx$ biết rằng $a\int_0^1 dx=4$ và $I=(a+b).\ln(a-1)$, giá trị của b bằng:

A. $b=1$	**B.** $b=4$	**C.** $b=2$	**D.** $b=3$

HD: Ta có $a.\int_0^1 dx=4\Leftrightarrow (ax)\Big|_0^1=4\Leftrightarrow a=4\Rightarrow I=\int_0^4 (2x-3)\ln(x-1)\,dx.$

Đặt $\begin{cases} u=\ln(x-1) \\ dv=(2x-3)dx \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} du=\dfrac{dx}{x-1} \\ v=x^2-3x+2 \end{cases}$. Khi đó $I=\left(x^2-3x+2\right)\ln(x-1)\Big|_0^4-\int_0^4 (x-2)\,dx=6.\ln 3.$

Do đó $I=(a+b).\ln(a-1)=6.\ln 3\Leftrightarrow a+b=6\Leftrightarrow b=2.$ **Chọn C.**

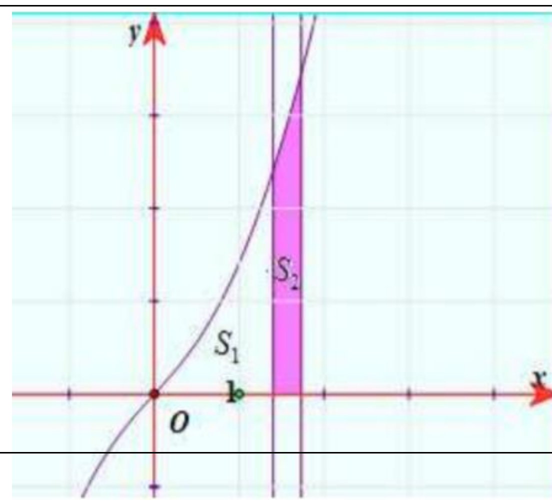
Câu 24: Cho a là một số thực khác 0, ký hiệu $b=\int_{-a}^{a}\frac{e^x}{x+2a}dx$. Tính $I=\int_0^{2a}\frac{dx}{(30-x)e^x}$ theo a và b.

A. a	**B.** $\dfrac{b}{e^a}$	**C.** b	**D.** $e^a.b$

HD: Đặt $t=a-x\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-x=t+2a \\ dx=-dt \end{cases}$ và đổi cận $\begin{cases} x=0\to t=a \\ x=2a\to t=-a \end{cases}$. Khi đó $I=-\int_a^{-a}\frac{dt}{(t+2a)e^{a-t}}$.

$\Rightarrow I=\int_{-a}^{a}\frac{e^t}{(t+2a)e^a}dx$ mà $b=\int_{-a}^{a}\frac{e^x}{x+2a}dx\Rightarrow I=\frac{b}{e^a}$. **Chọn B.**

Câu 25: Cho hình cong (H) giới hạn bởi các đường $y=x\sqrt{x^2+1}; y=0; x=0$ và $x=\sqrt{3}$. Đường thẳng $x=k$ với $l<k<\sqrt{3}$ chia (H) thành 2 phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Để $S_1=6S_2$ thì k gần bằng



A. 1,37	**B.** 1,63
C. 0,97	**D.** 1,24

HD: Ta có $S=S_1+S_2=\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{x^2+1}\,dx=\frac{1}{2}\int_0^{\sqrt{3}}\sqrt{x^2+1}\,d\left(x^2+1\right)=\frac{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}}{3}\Bigg|_0^{\sqrt{3}}=\frac{7}{3}\Rightarrow S_1+\frac{S_1}{6}=\frac{7}{3}\Rightarrow S_1=2.$