

Tài liệu bài giảng (Chinh phục Tích phân – Số phức)
BỘ CÂU HỎI TÍCH PHÂN CHỐNG CASIO

Câu 1: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln x + e^{\ln x}}{x} dx = e^a - b$, giá trị của $a + 2b$ bằng

A. 2

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{5}{2}$

D. 3.

HD: Ta có $I = \int_1^e \frac{\ln x + e^{\ln x}}{x} dx = \int_1^e (\ln x + e^{\ln x}) d(\ln x) = \left(\frac{\ln^2 x}{2} + e^{\ln x} \right) \Big|_1^e = e + \frac{1}{2} - 1 = e - \frac{1}{2}$.

Mà $I = e^a - b = e - \frac{1}{2} \rightarrow a = 1; b = \frac{1}{2} \Rightarrow a + 2b = 1 + 1 = 2$. **Chọn A**

Câu 2: Cho đẳng thức $2\sqrt{3}.m - \int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4 + 2)^2} dx = 0$. Khi đó $144m^2 - 1$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$

B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

HD: Ta có $\int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4 + 2)^2} dx = \int_0^1 \frac{d(x^4)}{(x^4 + 2)^2} = \left(-\frac{1}{x^4 + 2} \right) \Big|_0^1 = -\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{6}$.

Khi đó $2\sqrt{3}.m - \int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4 + 2)^2} dx = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{3}.m - \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{\sqrt{3}}{36} \Rightarrow 144m^2 - 1 = -\frac{2}{3}$. **Chọn A.**

Câu 3: Cho tích phân $\int_0^a \frac{(2x+1)e^x + 2x}{e^x + 1} dx = 1 + \ln \frac{e+1}{2}$, giá trị của số thực dương a bằng

A. $a = \frac{3}{2}$

B. $a = \frac{1}{2}$

C. $a = 1$

D. $a = 2$

HD: Ta có $\int_0^a \frac{(2x+1)e^x + 2x}{e^x + 1} dx = \int_0^a \frac{2x(e^x + 1) + e^x}{e^x + 1} dx = \int_0^a \left(2x + \frac{e^x}{e^x + 1} \right) dx$

$$= \int_0^a 2x dx + \int_0^a \frac{d(e^x + 1)}{e^x + 1} dx = \left[x^2 + \ln(e^x + 1) \right]_0^a = a^2 + \ln(e^a + 1) - \ln 2.$$

$$= 1 + \ln \frac{e+1}{2} = 1 + \ln(e+1) - \ln 2 \Leftrightarrow a^2 + \ln(e^a + 1) = 1 + \ln(e+1) \Leftrightarrow a = 1. \text{ Chọn C.}$$

Câu 4: Cho đẳng thức tích phân $\int_1^m 3^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{\ln 3}{x^2} dx + 6 = 0$ và tham số thực m, giá trị của m bằng

A. $m = \frac{3}{2}$

B. $m = \frac{1}{2}$

C. $m = 1$

D. $m = 2$

HD: Ta xét $I = \int_1^m 3^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{\ln 3}{x^2} dx = -\int_1^m 3^{\frac{1}{x}} \cdot \ln 3 d\left(\frac{1}{x}\right) = \left(-3^{\frac{1}{x}}\right) \Big|_1^m = -3^{\frac{1}{m}} + 3.$

Mà $\int_1^3 3^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{\ln 3}{x^2} dx + 6 = 0$ nên suy ra $-3^{\frac{1}{m}} + 3 + 6 = 0 \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{m}} = 9 = 3^2 \Leftrightarrow \frac{1}{m} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}. \text{ Chọn B}$

Câu 5: Cho tích phân $I = \int_{e^a}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(\ln x)}{x} dx = 1$ với $a \in [-1; 1]$, giá trị của a bằng

A. $a = -1$

B. $a = 1$

C. $a = \frac{1}{2}$

D. $a = 0$

HD: Ta có $I = \int_{e^a}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(\ln x)}{x} dx = \int_{e^a}^{\frac{\pi}{2}} \cos(\ln x) d(\ln x) = \sin(\ln x) \Big|_{e^a}^{\frac{\pi}{2}} = \sin\left(\ln e^{\frac{\pi}{2}}\right) - \sin(\ln e^a) = 1 - \sin a.$

Mà $I = \int_{e^a}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(\ln x)}{x} dx = \int_{e^a}^{\frac{\pi}{2}} \cos(\ln x) d(\ln x) = 1 \Leftrightarrow \sin a = 0 \Leftrightarrow a = 0$ vì $a \in [-1; 1]$. **Chọn D**

Câu 6: Biết rằng $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 5x + 6} = a \ln 3 - b \ln 2 - c \ln 4$ với a, b, c là các số thực. Tính $P = 2a + b^2 + c^2$

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

HD: Ta có $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+5x+6} = \int_0^1 \frac{(x+3)-(x-2)}{(x+2)(x+3)} dx = \ln \left| \frac{x+2}{x+3} \right| \Big|_0^1 = 2\ln 3 - \ln 2 - \ln 4$

Do đó $a=1; b=-1; c=-1 \Rightarrow P=2a+b^2+c^2=6$. **Chọn C**

Câu 7: Biết rằng $\int_1^2 \frac{8x+5}{6x^2+7x+2} dx = a \ln x + b \ln x + c \ln 5$ với a,b,c là các số thực. Tính $P = a^2 + b^2 + 3c$

A. 1.

B. 2.

C. 3

D. 4.

HD: Ta có $\int_1^2 \frac{9x+5}{6x^2+7x+2} dx = \int_1^2 \frac{2(3x+2)+(2x+1)}{(2x+1)(3x+2)} dx = \left(\ln|2x+1| + \frac{1}{3} \ln|3x+2| \right) \Big|_1^2 = \ln 2 - \ln 3 + \frac{2}{3} \ln 5$

Do đó $a=1; b=-1; c=\frac{2}{3} \Rightarrow P=a^2+b^3+3c=4$. **Chọn D**

Câu 8: Biết rằng $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{a} + \frac{\sqrt{3}}{b}$ với a,b là các số nguyên. Tính $P = a + b$

A. 10.

B. 12.

C. 15.

D. 20.

HD: Đặt $x = \sin t \Rightarrow dx = \cos t dt$. Đổi cận $x=0 \Rightarrow t=0; x=\frac{1}{2} \Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{1-\sin^2 t} \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 + \cos 2t) dt = \left(\frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{2} + \frac{\sqrt{3}}{8}$

Do đó $a=12; b=8 \Rightarrow P=a+b=20$. **Chọn D.**

Câu 9: Biết rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x}{1 + \cos x} dx = a \ln 2 + b$ với a,b là các số nguyên. Tính $P = 2a^2 + 3b^3$

A. 5.

B. 7.

C. 8.

D. 11.

HD: Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x}{1 + \cos x} dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos^2 x dx}{1 + \cos x} = -2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{1 + \cos x} d(\cos x)$

$$= -2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\cos x - 1 + \frac{1}{\cos x} \right) d(\cos x) = \left(-\cos^2 x + 2x - 2 \ln |1 + \cos x| \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2 \ln 2 - 1$$

Do đó $a = 2; b = -1 \Rightarrow P = 2a^2 + 3b^3 = 11$. **Chọn D.**

Câu 10: Biết rằng $\int_0^1 x^2 e^x dx = ae + b$ với a, b là các số nguyên. Tính $P = 2a^3 + b$

A. 0.

B. 2.

C. -2

D. 1.

HD: Ta có $\int_0^1 x^2 e^x dx = \int_0^1 x^2 d(e^x) = x^2 e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x d(x^2) = e - 2 \int_0^1 x e^x dx = e - 2 \int_0^1 x d(e^x)$

$$e - 2x e^x \Big|_0^1 + 2 \int_0^1 e^x dx = e - 2e + 2e^x \Big|_0^1 = -e + 2e - 2 = e - 2$$

Do đó $a = 1; b = -2 \Rightarrow P = 2a^3 + b = 0$. **Chọn A.**

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 4]$ và $f(1) = 2; f(4) = 10$. Tính $I = \int_1^4 f'(x) dx$

A. $I = 48$.

B. $I = 3$.

C. $I = 8$.

D. $I = 12$.

HD: Ta có $I = f(x) \Big|_1^4 = f(4) - f(1) = 8$. **Chọn C**

Câu 12: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-5}$ và $F(6) = 4$. Tính $F(10)$.

A. $F(10) = 4 + \ln 5$.

B. $F(10) = 5 + \ln 5$.

C. $F(10) = \frac{21}{5}$.

D. $F(10) = \frac{1}{5}$.

HD: Ta có $F(x) = \int \frac{1}{x-5} dx = \ln|x-5| + C$.

Mà $F(6) = 4 \Rightarrow \ln 1 + C = 4 \Rightarrow C = 4 \Rightarrow F(10) = \ln 5 + 4$. **Chọn A.**

Câu 13: Cho $\int_0^6 f(x) dx = 20$. Tính $I = \int_0^3 f(2x) dx$.