

PHẦN II – HƯỚNG DẪN GIẢI XÁC SUẤT

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Biến cố

- Không gian mẫu Ω : là tập các kết quả có thể xảy ra của một phép thử.
- Biến cố A : là tập các kết quả của phép thử làm xảy ra A . $A \subset \Omega$.
- Biến cố không: \emptyset
- Biến cố chắc chắn: Ω
- Biến cố đối của A : $\bar{A} = \Omega \setminus A$
- Hợp hai biến cố: $A \cup B$
- Giao hai biến cố: $A \cap B$ (hoặc $A.B$)
- Hai biến cố xung khắc: $A \cap B = \emptyset$
- Hai biến cố độc lập: nếu việc xảy ra biến cố này không ảnh hưởng đến việc xảy ra biến cố kia.

2. Xác suất

- Xác suất của biến cố: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$
- $0 \leq P(A) \leq 1$; $P(\Omega) = 1$; $P(\emptyset) = 0$
- Quy tắc cộng: Nếu $A \cap B = \emptyset$ thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- Mở rộng: A, B bất kì: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A.B)$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- Quy tắc nhân: Nếu A, B độc lập thì $P(A.B) = P(A).P(B)$

B – BÀI TẬP

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH PHÉP THỬ, KHÔNG GIAN MẪU VÀ BIẾN CỐ

Phương pháp: Để xác định không gian mẫu và biến cố ta thường sử dụng các cách sau

Cách 1: Liệt kê các phần tử của không gian mẫu và biến cố rồi chúng ta đếm.

Cách 2: Sử dụng các quy tắc đếm để xác định số phần tử của không gian mẫu và biến cố.

Câu 1: Trong các thí nghiệm sau thí nghiệm nào không phải là phép thử ngẫu nhiên:

- Gieo đồng tiền xem nó mặt ngửa hay mặt sấp
- Gieo 3 đồng tiền và xem có mấy đồng tiền lật ngửa
- Chọn bất kì 1 học sinh trong lớp và xem là nam hay nữ
- Bỏ hai viên bi xanh và ba viên bi đỏ trong một chiếc hộp, sau đó lấy từng viên một để đếm xem có tất cả bao nhiêu viên bi.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phép thử ngẫu nhiên là phép thử mà ta chưa biết được kết quả là gì.

Đáp án D không phải là phép thử vì ta biết chắc chắn kết quả chỉ có thể là một số cụ thể số bi xanh và số bi đỏ.

Câu 2: Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:

- $\{NN, NS, SN, SS\}$
- $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$.
- $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.
- $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Liệt kê các phần tử.

Câu 3: Gieo một đồng tiền và một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 24. B. 12. C. 6. D. 8.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{S1; S2; S3; S4; S5; S6; N1; N2; N3; N4; N5; N6\}$.

Câu 4: Gieo 2 con súc sắc và gọi kết quả xảy ra là tích số hai nút ở mặt trên. Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 9. B. 18. C. 29. D. 39.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 12; 15; 16; 18; 20; 24; 25; 30; 36\}$.

Câu 5: Gieo con súc sắc hai lần. Biến cố A là biến cố để sau hai lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm :

- A. $A = \{(1; 6), (2; 6), (3; 6), (4; 6), (5; 6)\}$.
B. $A = \{(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6)\}$.
C. $A = \{(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)\}$.
D. $A = \{(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Liệt kê ta có: $A = \{(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)\}$

Câu 6: Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là:

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 6.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Liệt kê ta có: $A = \{NS, SN\}$

Câu 7: Gieo ngẫu nhiên 2 đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu biến cố:

- A. 4. B. 8. C. 12. D. 16.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$

Câu 8: Cho phép thử có không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Các cặp biến cố không đối nhau là:

- A. $A = \{1\}$ và $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$. B. $C = \{1, 4, 5\}$ và $D = \{2, 3, 6\}$.
C. $E = \{1, 4, 6\}$ và $F = \{2, 3\}$. D. Ω và \emptyset .

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Cặp biến cố không đối nhau là $E = \{1, 4, 6\}$ và $F = \{2, 3\}$ do $E \cap F = \emptyset$ và $E \cup F \neq \Omega$.

Câu 9: Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Số phần tử của biến cố A là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Liệt kê ta có: $A = \{(1; 2; 3); (1; 2; 4); (1; 2; 5); (1; 3; 4)\}$

Câu 10: Xét phép thử tung con súc sắc 6 mặt hai lần. Xác định số phần tử của không gian mẫu

- A. 36 B. 40 C. 38 D. 35

Hướng dẫn giải:

Không gian mẫu gồm các bộ (i, j) , trong đó $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

i nhận 6 giá trị, j cũng nhận 6 giá trị nên có $6.6 = 36$ bộ (i, j)

Vậy $\Omega = \{(i, j) | i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ và $n(\Omega) = 36$.

Câu 10: Xét phép thử tung con súc sắc 6 mặt hai lần. Các biến cố:

A: “ số chấm xuất hiện ở cả hai lần tung giống nhau”

- A. $n(A) = 12$ B. $n(A) = 8$ C. $n(A) = 16$ D. $n(A) = 6$

B: “ Tổng số chấm xuất hiện ở hai lần tung chia hết cho 3”

- A. $n(B) = 14$ B. $n(B) = 13$ C. $n(B) = 15$ D. $n(B) = 11$

C: “ Số chấm xuất hiện ở lần một lớn hơn số chấm xuất hiện ở lần hai”.

- A. $n(C) = 16$ B. $n(C) = 17$ C. $n(C) = 18$ D. $n(C) = 15$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $A = \{(1,1); (2,2); (3,3); (4,4); (5,5); (6,6)\}$, $n(A) = 6$

Xét các cặp (i, j) với $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ mà $i + j : 3$

Ta có các cặp có tổng chia hết cho 3 là $(1,2); (1,5); (2,4); (3,3); (3,6); (4,5)$

Hơn nữa mỗi cặp (trừ cặp $(3,3)$) khi hoán vị ta được một cặp thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy $n(B) = 11$.

Số các cặp $(i, j); i > j$ là $(2,1); (3,1); (3,2); (4,1); (4,2); (4,3); (5,1)$

$(5,2); (5,3); (5,4); (6,1); (6,2); (6,3); (6,4); (6,5)$.

Vậy $n(C) = 15$.

Câu 11: Gieo một đồng tiền 5 lần. Xác định và tính số phần tử của

1. Không gian mẫu

- A. $n(\Omega) = 8$ B. $n(\Omega) = 16$ C. $n(\Omega) = 32$ D. $n(\Omega) = 64$

2. Các biến cố:

A: “ Lần đầu tiên xuất hiện mặt ngửa”

- A. $n(A) = 16$ B. $n(A) = 18$ C. $n(A) = 20$ D. $n(A) = 22$

B: “ Mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần”

- A. $n(B) = 31$ B. $n(B) = 32$ C. $n(B) = 33$ D. $n(B) = 34$

C: “ Số lần mặt sấp xuất hiện nhiều hơn mặt ngửa”

- A. $n(C) = 19$ B. $n(C) = 18$ C. $n(C) = 17$ D. $n(C) = 20$

Hướng dẫn giải:

1. Kết quả của 5 lần gieo là dãy $abcde$ với a, b, c, d, e nhận một trong hai giá trị N hoặc S. Do đó số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 2.2.2.2.2 = 32$.

2. Lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp nên a chỉ nhận giá trị S; b, c, d, e nhận S hoặc N nên

$n(A) = 1.2.2.2.2 = 16$.

Kết quả 5 lần gieo mà không có lần nào xuất hiện mặt sấp là 1

Vậy $n(B) = 32 - 1 = 31$.

Kết quả của 5 lần gieo mà mặt N xuất hiện đúng một lần: C_5^1

Kết quả của 5 lần gieo mà mặt N xuất hiện đúng hai lần: C_5^2

Số kết quả của 5 lần gieo mà số lần mặt S xuất hiện nhiều hơn số lần mặt N là:

$$n(C) = 32 - C_5^2 - C_5^1 = 17.$$

Câu 12: Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính số phần tử của:

1. Không gian mẫu

A. $n(\Omega) = C_{100}^5$ B. $n(\Omega) = A_{100}^5$ C. $n(\Omega) = C_{100}^1$ D. $n(\Omega) = A_{100}^1$

2. Các biến cố:

A: “Số ghi trên các tấm thẻ được chọn là số chẵn”

A. $n(A) = A_{50}^5$ B. $n(A) = A_{100}^5$ C. $n(A) = C_{50}^5$ D. $n(A) = C_{100}^5$

B: “Có ít nhất một số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”.

A. $n(B) = C_{100}^5 + C_{67}^5$ B. $n(B) = C_{100}^5 - C_{50}^5$ C. $n(B) = C_{100}^5 + C_{50}^5$ D. $n(B) = C_{100}^5 - C_{67}^5$

Hướng dẫn giải:

1. Ta có $n(\Omega) = C_{100}^5$

2. Trong 100 tấm thẻ có 50 tấm được ghi các số chẵn, do đó

$$n(A) = C_{50}^5$$

Từ 1 đến 100 có 33 số chia hết cho 3. Do đó, số cách chọn 5 tấm thẻ mà không có tấm thẻ nào ghi số chia hết cho 3 là: C_{67}^5

Vậy $n(B) = C_{100}^5 - C_{67}^5$.

Câu 13: Trong một chiếc hộp đựng 6 viên bi đỏ, 8 viên bi xanh, 10 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính số phần tử của:

1. Không gian mẫu

A. 10626 B. 14241 C. 14284 D. 31311

2. Các biến cố:

A: “4 viên bi lấy ra có đúng hai viên bi màu trắng”

A. $n(A) = 4245$ B. $n(A) = 4295$ C. $n(A) = 4095$ D. $n(A) = 3095$

B: “4 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi màu đỏ”

A. $n(B) = 7366$ B. $n(B) = 7563$ C. $n(B) = 7566$ D. $n(B) = 7568$

C: “4 viên bi lấy ra có đủ 3 màu”

A. $n(C) = 4859$ B. $n(C) = 58552$ C. $n(C) = 5859$ D. $n(C) = 8859$

Hướng dẫn giải:

1. Ta có: $n(\Omega) = C_{24}^4 = 10626$

2. Số cách chọn 4 viên bi có đúng hai viên bi màu trắng là: $C_{10}^2 \cdot C_{14}^2 = 4095$

Suy ra: $n(A) = 4095$.

Số cách lấy 4 viên bi mà không có viên bi màu đỏ được chọn là: C_{18}^4

Suy ra: $n(B) = C_{24}^4 - C_{18}^4 = 7566$.

Số cách lấy 4 viên bi chỉ có một màu là: $C_6^4 + C_8^4 + C_{10}^4$

Số cách lấy 4 viên bi có đúng hai màu là:

$$C_{14}^4 + C_{18}^4 + C_{14}^4 - 2(C_6^4 + C_8^4 + C_{10}^4)$$

Số cách lấy 4 viên bi có đủ ba màu là:

$$C_{24}^4 - (C_{14}^4 + C_{18}^4 + C_{14}^4) + (C_6^4 + C_8^4 + C_{10}^4) = 5859$$

Suy ra $n(C) = 5859$.

Câu 14: Một xạ thủ bắn liên tục 4 phát đạn vào bia. Gọi A_k là các biến cố “xạ thủ bắn trúng lần thứ k ” với $k=1,2,3,4$. Hãy biểu diễn các biến cố sau qua các biến cố A_1, A_2, A_3, A_4

A: “Lần thứ tư mới bắn trúng bia”

A. $A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$

B. $A = A_1 \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$

C. $A = \overline{A_1} \cap A_2 \cap \overline{A_3} \cap A_4$

D. $A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$

B: “Bắn trúng bia ít nhất một lần”

A. $B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cap A_4$

B. $B = A_1 \cap A_2 \cup A_3 \cup A_4$

C. $B = A_1 \cup A_2 \cap A_3 \cup A_4$

D. $B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$

C: “Chỉ bắn trúng bia hai lần”

A. $C = A_i \cup A_j \cap \overline{A_k} \cap \overline{A_m}, i, j, k, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ và đôi một khác nhau.

B. $C = A_i \cup A_j \cup \overline{A_k} \cup \overline{A_m}, i, j, k, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ và đôi một khác nhau.

C. $C = A_i \cap A_j \cup \overline{A_k} \cup \overline{A_m}, i, j, k, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ và đôi một khác nhau.

D. $C = A_i \cap A_j \cap \overline{A_k} \cap \overline{A_m}, i, j, k, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ và đôi một khác nhau.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\overline{A_k}$ là biến cố lần thứ k ($k=1,2,3,4$) bắn không trúng bia.

Do đó:

$$A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$$

$$B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$$

$$C = A_i \cap A_j \cap \overline{A_k} \cap \overline{A_m} \text{ với } i, j, k, m \in \{1, 2, 3, 4\} \text{ và đôi một khác nhau.}$$