

DẠNG 2: BÀI TOÁN TỔNG $\sum_{k=0}^n a_k C_n^k b^k$.

Phương pháp 1: Dựa vào khai triển nhị thức Newton

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + a^{n-1} b C_n^1 + a^{n-2} b^2 C_n^2 + \dots + b^n C_n^n.$$

Ta chọn những giá trị a, b thích hợp thay vào đẳng thức trên.

Một số kết quả ta thường hay sử dụng:

$$* C_n^k = C_n^{n-k}$$

$$* C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$$

$$* \sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k = 0$$

$$* \sum_{k=0}^n C_{2n}^{2k} = \sum_{k=0}^n C_{2n}^{2k-1} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{2n} C_{2n}^k$$

$$* \sum_{k=0}^n C_n^k a^k = (1+a)^n.$$

Phương pháp 2: Dựa vào đẳng thức đặc trưng

Mẫu chốt của cách giải trên là ta tìm ra được đẳng thức (*) và ta thường gọi (*) là đẳng thức đặc trưng. Cách giải ở trên được trình bày theo cách xét số hạng tổng quát ở vế trái (thường có hệ số chứa k) và biến đổi số hạng đó có hệ số không chứa k hoặc chứa k nhưng tổng mới để tính hơn hoặc đã có sẵn.

Câu 1: Tổng $T = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^n$ bằng:

A. $T = 2^n$. B. $T = 2^n - 1$. C. $T = 2^n + 1$. D. $T = 4^n$.

Câu 2: Tính giá trị của tổng $S = C_6^0 + C_6^1 + \dots + C_6^6$ bằng:

A. 64. B. 48. C. 72. D. 100.

Câu 3: Khai triển $(x+y)^5$ rồi thay x, y bởi các giá trị thích hợp. Tính tổng $S = C_5^0 + C_5^1 + \dots + C_5^5$

A. 32. B. 64. C. 1. D. 12.

Câu 4: Tìm số nguyên dương n sao cho: $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 243$

A. 4 B. 11 C. 12 D. 5

Câu 5: Khai triển $(x+y)^5$ rồi thay x, y bởi các giá trị thích hợp. Tính tổng $S = C_5^0 + C_5^1 + \dots + C_5^5$

A. 32. B. 64. C. 1. D. 12.

Câu 6: Khai triển $(1+x+x^2+x^3)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{15}x^{15}$

a) Hãy tính hệ số a_{10} .

A. $a_{10} = C_5^0 + C_5^4 + C_5^4 C_5^3$ B. $a_{10} = C_5^0 \cdot C_5^5 + C_5^2 C_5^4 + C_5^4 C_5^3$

C. $a_{10} = C_5^0 \cdot C_5^5 + C_5^2 C_5^4 - C_5^4 C_5^3$ D. $a_{10} = C_5^0 \cdot C_5^5 - C_5^2 C_5^4 + C_5^4 C_5^3$

b) Tính tổng $T = a_0 + a_1 + \dots + a_{15}$ và $S = a_0 - a_1 + a_2 - \dots - a_{15}$

A. 131 B. 147614 C. 0 D. 1

Câu 7: Khai triển $(1+2x+3x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$

a) Hãy tính hệ số a_4

A. $a_4 = C_{10}^0 \cdot 2^4$ B. $a_4 = 2^4 C_{10}^4$ C. $a_4 = C_{10}^0 C_{10}^4$ D. $a_4 = C_{10}^0 \cdot 2^4 C_{10}^4$

b) Tính tổng $S = a_1 + 2a_2 + 4a_3 + \dots + 2^{20} a_{20}$

A. $S = 17^{10}$ B. $S = 15^{10}$ C. $S = 17^{20}$ D. $S = 7^{10}$

Câu 8: Tính tổng sau: $S = \frac{1}{2}C_n^0 - \frac{1}{4}C_n^1 + \frac{1}{6}C_n^2 - \frac{1}{8}C_n^3 + \dots + \frac{(-1)^n}{2(n+1)}C_n^n$

A. $\frac{1}{2(n+1)}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{1}{(n+1)}$

Câu 9: Tính tổng sau: $S = C_n^1 3^{n-1} + 2C_n^2 3^{n-2} + 3C_n^3 3^{n-3} + \dots + nC_n^n$

A. $n.4^{n-1}$ B. 0 C. 1 D. 4^{n-1}

Câu 10: Tính các tổng sau: $S_1 = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n$

A. $\frac{2^{n+1} + 1}{n+1}$ B. $\frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$ C. $\frac{2^{n+1} - 1}{n+1} + 1$ D. $\frac{2^{n+1} - 1}{n+1} - 1$

Câu 11: Tính các tổng sau: $S_2 = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n$

A. $2n.2^{n-1}$ B. $n.2^{n+1}$ C. $2n.2^{n+1}$ D. $n.2^{n-1}$

Câu 12: Tính các tổng sau: $S_3 = 2.1.C_n^2 + 3.2.C_n^3 + 4.3.C_n^4 + \dots + n(n-1)C_n^n$.

A. $n(n-1)2^{n-2}$ B. $n(n+2)2^{n-2}$ C. $n(n-1)2^{n-3}$ D. $n(n-1)2^{n+2}$

Câu 13: Tính tổng $S = C_n^0 + \frac{3^2 - 1}{2}C_n^1 + \dots + \frac{3^{n+1} - 1}{n+1}C_n^n$

A. $S = \frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1}$ B. $S = \frac{4^{n+1} + 2^{n+1}}{n+1} - 1$
 C. $S = \frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1} + 1$ D. $S = \frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1} - 1$

Câu 14: Tính tổng $S = C_n^0 + \frac{2^2 - 1}{2}C_n^1 + \dots + \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}C_n^n$

A. $S = \frac{3^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1}$ B. $S = \frac{3^n - 2^{n+1}}{n+1}$ C. $S = \frac{3^{n+1} - 2^n}{n+1}$ D. $S = \frac{3^{n+1} + 2^{n+1}}{n+1}$

Câu 15: Tìm số nguyên dương n sao cho : $C_{2n+1}^1 - 2.2.C_{2n+1}^2 + 3.2^2.C_{2n+1}^3 - \dots + (2n+1)2^n.C_{2n+1}^{2n+1} = 2005$

A. $n = 1001$ B. $n = 1002$ C. $n = 1114$ D. $n = 102$

Câu 16: Tính tổng $1.3^0.5^{n-1}C_n^{n-1} + 2.3^1.5^{n-2}C_n^{n-2} + \dots + n.3^{n-1}.5^0C_n^0$

A. $n.8^{n-1}$ B. $(n+1).8^{n-1}$ C. $(n-1).8^n$ D. $n.8^n$

Câu 17: Tính tổng $S = 2.1.C_n^2 + 3.2.C_n^3 + 4.3.C_n^4 + \dots + n(n-1)C_n^n$

A. $n(n+1)2^{n-2}$ B. $n(n-1)2^{n-2}$ C. $n(n-1)2^n$ D. $(n-1)2^{n-2}$

Câu 18: Tính tổng $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2$

A. C_{2n}^n B. C_{2n}^{n-1} C. $2C_{2n}^n$ D. C_{2n-1}^{n-1}

Câu 19: Tính tổng sau: $S_1 = 5^n C_n^0 + 5^{n-1}.3.C_n^{n-1} + 3^2.5^{n-2}C_n^{n-2} + \dots + 3^n C_n^n$

A. 28^n B. $1+8^n$ C. 8^{n-1} D. 8^n

Câu 20: $S_2 = C_{2011}^0 + 2^2 C_{2011}^2 + \dots + 2^{2010} C_{2011}^{2010}$

A. $\frac{3^{2011} + 1}{2}$ B. $\frac{3^{211} - 1}{2}$ C. $\frac{3^{2011} + 12}{2}$ D. $\frac{3^{2011} - 1}{2}$

Câu 21: Tính tổng $S_3 = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n$

A. $4n.2^{n-1}$ B. $n.2^{n-1}$ C. $3n.2^{n-1}$ D. $2n.2^{n-1}$