PHẦN II – HƯỚNG DẪN GIẢI

DẠNG 4: TÍNH GIÁ TRỊ, CHỨNG MINH, GIẢI PT, BPT, HPT CÓ CHỨA P_n, A_n^k, C_n^k

Phương pháp: Dựa vào công thức tổ hợp, chỉnh hợp hoán vị để chuyển phương trình, bất phương trình, hệ phương trình tổ hợp về phương trình, bất phương trình, hệ phương trình đại số.

Câu 1: Cho $C_n^{n-3}=1140$. Tính $A=\dfrac{A_n^6+A_n^5}{A_n^4}$

A. 256 **B.** 342 **C.** 231 **D.** 129

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

ĐK: $\begin{cases} n\in\mathbb{N} \\ n\geq 6\end{cases}$

Ta có: $C_n^{n-3}=1140 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{3!(n-3)!}=1140 \Leftrightarrow n=20$

Khi đó: $A=\dfrac{n(n-1)...(n-5)+n(n-1)...(n-4)}{n(n-1)...(n-3)}=n-4+(n-4)(n-5)=256$

Câu 2: Tính $B=\dfrac{1}{A_2^2}+\dfrac{1}{A_3^2}+...+\dfrac{1}{A_n^2}$, biết $C_n^1+2\dfrac{C_n^2}{C_n^1}+...+n\dfrac{C_n^n}{C_n^{n-1}}=45$

A. $\dfrac{9}{10}$ **B.** $\dfrac{10}{9}$ **C.** $\dfrac{1}{9}$ **D.** 9

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $C_n^1=n$; $2\dfrac{C_n^2}{C_n^1}=2.\dfrac{\dfrac{n!}{2!.(n-2)!}}{\dfrac{n!}{1!.(n-1)!}}=n-1$;.; $n\dfrac{C_n^n}{C_n^{n-1}}=\dfrac{1}{\dfrac{n!}{1!.(n-1)!}}=1$

Nên $C_n^1+2\dfrac{C_n^2}{C_n^1}+...+n\dfrac{C_n^n}{C_n^{n-1}}=45 \Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)}{2}=45 \Leftrightarrow n=10$

$B=\dfrac{1}{A_2^2}+\dfrac{1}{A_3^2}+...+\dfrac{1}{A_n^2}=1-\dfrac{1}{n}=\dfrac{9}{10}$.

Câu 3: Tính $M=\dfrac{A_{n+1}^4+3A_n^3}{(n+1)!}$, biết $C_{n+1}^2+2C_{n+2}^2+2C_{n+3}^2+C_{n+4}^2=149$.

A. $\dfrac{9}{10}$ **B.** $\dfrac{10}{9}$ **C.** $\dfrac{1}{9}$ **D.** $\dfrac{3}{4}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Điều kiện: $\begin{cases} n\in\mathbb{N} \\ n\geq 3\end{cases}$

Ta có: $C_{n+1}^2+2C_{n+2}^2+2C_{n+3}^2+C_{n+4}^2=149$

$\Leftrightarrow \dfrac{(n+1)!}{2!(n-1)!}+2\dfrac{(n+2)!}{2!n!}+2\dfrac{(n+3)!}{2!(n+1)!}+\dfrac{(n+4)!}{2!(n+2)!}=149 \Leftrightarrow n=5$

Do đó: $M=\dfrac{A_6^4+3A_5^3}{6!}=\dfrac{3}{4}$.

Câu 4: Cho biết $C_n^{n-k}=28$. Giá trị của n và k lần lượt là:

A. 8 và 4.
B. 8 và 3.
C. 8 và 2.
D. Không thể tìm được.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Thử đáp án, dễ dàng tìm được $n=8$ và $k=2$.

Câu 5: Nếu $A_x^2=110$ thì:

A. $x=10$.
B. $x=11$.
C. $x=11$ hay $x=10$.
D. $x=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện: $x\in\mathbb{Z}, x\ge 2$

Ta có: $A_x^2=110\Leftrightarrow \dfrac{x!}{(x-2)!}=110\Leftrightarrow x(x-1)=110\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=11\\x=-10\end{array}\right.$.

So sánh điều kiện ta nhận $x=11$.

Câu 6: Nếu $2A_n^4=3A_{n-1}^4$ thì n bằng:

A. $n=11$.
B. $n=12$.
C. $n=13$.
D. $n=14$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện: $n\ge 4; n\in\mathbb{N}$

Ta có: $2A_n^4=3A_{n-1}^4\Leftrightarrow 2.\dfrac{n!}{(n-4)!}=3.\dfrac{(n-1)!}{(n-5)!}\Leftrightarrow \dfrac{2n}{n-4}=3\Leftrightarrow n=12$.

Câu 7: Kết quả nào sau đây ***sai***:

A. $C_{n+1}^0=1$.
B. $C_n^n=1$.
C. $C_n^1=n+1$.
D. $C_n^{n-1}=n$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Vì $C_n^1=n$ nên câu C sai

Câu 8: Nghiệm của phương trình $A_n^3=20n$ là

A. $n=6$.
B. $n=5$.
C. $n=8$.
D. không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

PT $\Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-3)!}=20n, (n\in\mathbb{N}, n\ge 3)\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)=20n\Leftrightarrow (n-1)(n-2)=20\Leftrightarrow n^2-3n-18=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}n=6(nhan)\\n=-3(loai)\end{array}\right.\Leftrightarrow n=6$.

Câu 9: Giá trị của $n\in\mathbb{N}$ thỏa mãn đẳng thức $C_n^6+3C_n^7+3C_n^8+C_n^9=2C_{n+2}^8$ là

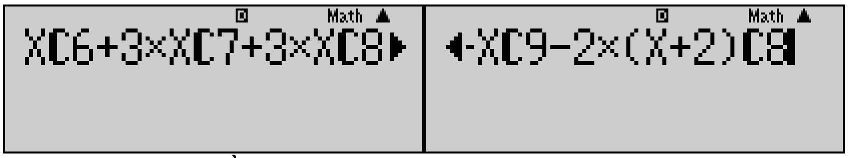
A. $n=18$.
B. $n=16$.
C. $n=15$.
D. $n=14$.

Hướng dẫn giải:

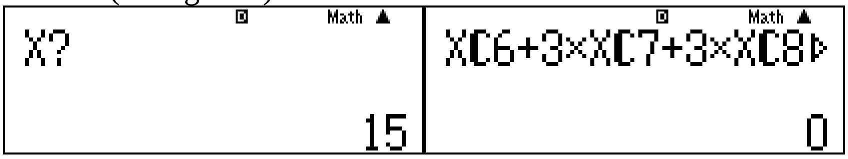
Chọn C.

PP sử dụng máy tính để chọn đáp số đúng (PP trắc nghiệm):

+ Nhập PT vào máy tính: $C_n^6+3C_n^7+3C_n^8+C_n^9-2C_{n+2}^8=0$



+ Tính (CALC) lần lượt với $X=18$ (không thoả); với $X=16$ (không thoả); với $X=15$ (**thoả**), với $X=14$ (không thoả)



Câu 10: Giá trị của n thỏa mãn $3A_n^2-A_{2n}^2+42=0$ là

A. 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 10.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

**** PP tự luận:***

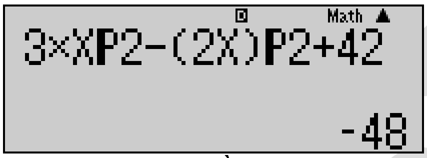
+ PT

$\Leftrightarrow 3.\dfrac{n!}{(n-2)!}-\dfrac{(2n)!}{(2n-2)!}+42=0$, $(n\in\mathbb{N}, n\ge 2)\Leftrightarrow 3n(n-1)-2n.(2n-1)+42=0\Leftrightarrow -n^2-n+42=0$

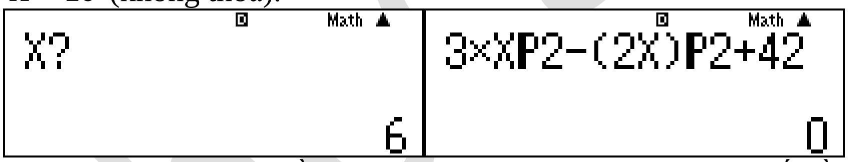
$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=6(nhan)\\ n=-7(loai)\end{array}\right.\Leftrightarrow n=6$.

**** PP trắc nghiệm:***

+ Nhập vào máy tính PT $3A_n^2-A_{2n}^2+42=0$.



+ Tính (CALC) lần lượt với $X=9$ (không thoả); với $X=8$ (không thoả), với $X=6$ (**thoả**), với $X=10$ (không thoả).



Câu 11: Cho đa giác đều n đỉnh, $n\in\mathbb{N}$ và $n\ge 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo

A. $n=15$. **B.** $n=27$. **C.** $n=8$. **D.** $n=18$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

+ Tìm công thức tính số đường chéo: Số đoạn thẳng tạo bởi n đỉnh là C_n^2, trong đó có n cạnh, suy ra số đường chéo là C_n^2-n.

+ Đa giác đã cho có 135 đường chéo nên $C_n^2-n=135$.

+ Giải PT

: $\dfrac{n!}{(n-2)!2!}-n=135$, $(n\in\mathbb{N}, n\ge 2)\Leftrightarrow (n-1)n-2n=270\Leftrightarrow n^2-3n-270=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=18(nhan)\\ n=-15(loai)\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow n=18$.

Câu 12: Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $3C_{n+1}^3-3A_n^2=52(n-1)$. Giá trị của n bằng:

A. $n=13$. **B.** $n=16$. **C.** $n=15$. **D.** $n=14$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

**** PP tự luận:***

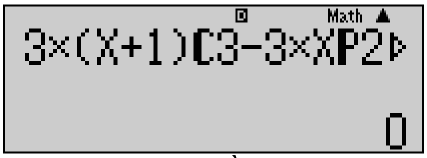
PT

$\Leftrightarrow 3.\dfrac{(n+1)!}{(n-2)!3!}-3.\dfrac{n!}{(n-2)!}=52(n-1)$, $(n\in\mathbb{N},n\geq 2)\Leftrightarrow \dfrac{(n-1)n(n+1)}{2}-3(n-1)n=52(n-1)$

$\Leftrightarrow n(n+1)-6n=104\Leftrightarrow n^2-5n-104=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=13(nhan)\\ n=-8(loai)\end{array}\right.\Leftrightarrow n=13$.

**** PP trắc nghiệm:***

+ Nhập vào máy tính $3C_{n+1}^3-3A_n^2-52(n-1)=0$.



+ Tính (CALC) lần lượt với $X=13$ (**thoả**); với $X=16$ (không thoả), với $X=15$ (không thoả), với $X=14$ (không thoả).

Câu 13: Tìm $x\in\mathbb{N}$, biết $C_x^0+C_x^{x-1}+C_x^{x-2}=79$

A. $x=13$. **B.** $x=17$. **C.** $x=16$. **D.** $x=12$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

**** PP tự luận:***

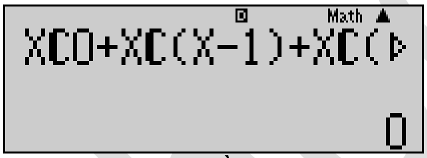
PT

$\Leftrightarrow 1+\dfrac{x!}{(x-1)!}+\dfrac{x!}{(x-2)!2!}=79\left(x\in\mathbb{N},x\geq 1\right)\Leftrightarrow 1+x+\dfrac{(x-1)x}{2}=79\Leftrightarrow x^2+x-156=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=12(nhan)\\ x=-13(loai)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=12$.

**** PP trắc nghiệm:***

+ Nhập vào máy tính $C_x^0+C_x^{x-1}+C_x^{x-2}-79=0$.



+ Tính (CALC) lần lượt với $X=13$ (không thoả); với $X=17$ (không thoả), với $X=16$ (không thoả), với $X=12$ (**thoả**).

Câu 14: Giá trị của $n\in\mathbb{N}$ thỏa mãn $C_{n+8}^{n+3}=5A_{n+6}^3$ là

A. $n=15$. **B.** $n=17$. **C.** $n=6$. **D.** $n=14$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

**** PP tự luận:***

PT

$\Leftrightarrow \dfrac{(n+8)!}{5!(n+3)!}=5.\dfrac{(n+6)!}{(n+3)!}$, $(n\in\mathbb{N})\Leftrightarrow \dfrac{(n+4)(n+5)(n+6)(n+7)(n+8)}{5!}=5.(n+4)(n+5)(n+6)$

$\Leftrightarrow \dfrac{(n+7)(n+8)}{5!}=5\Leftrightarrow n^2+15n-544=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=17(nhan)\\ n=-32(loai)\end{array}\right.\Leftrightarrow n=17$.

**** PP trắc nghiệm:***