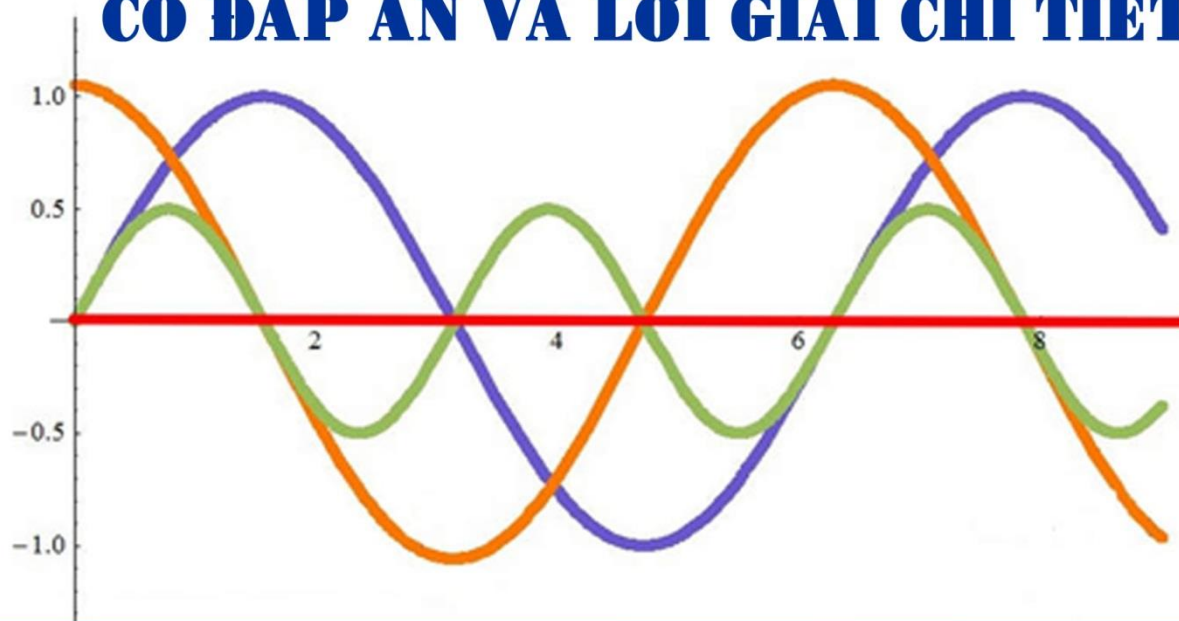


ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

NEW

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

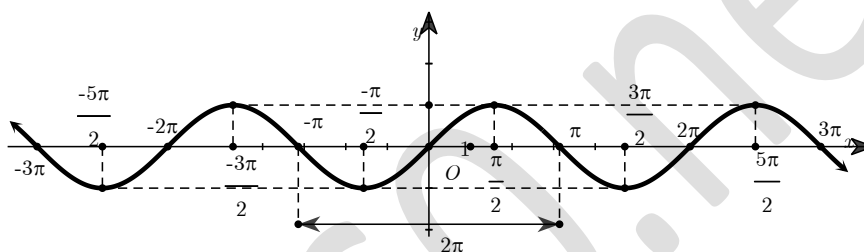


ÔN THI THPT QUỐC GIA NĂM 2017 - 2018

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

1. Hàm số $y = \sin x$

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$
- Tập giá trị: $[-1; 1]$, tức là $-1 \leq \sin x \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi)$, nghịch biến trên mỗi khoảng $(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi)$.
- Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ nên đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.
- Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.
- Đồ thị hàm số $y = \sin x$.

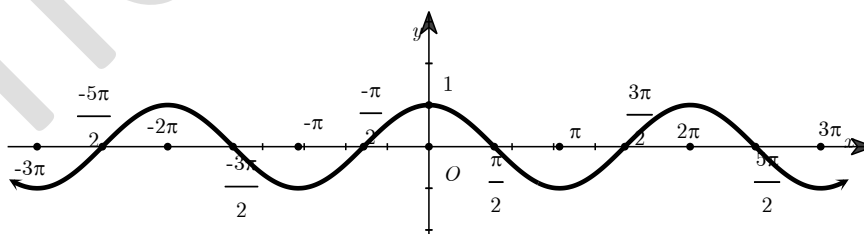


2. Hàm số $y = \cos x$

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$
- Tập giá trị: $[-1; 1]$, tức là $-1 \leq \cos x \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$, đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$.
- Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số nhận trục Oy làm trục đối xứng.
- Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.
- Đồ thị hàm số $y = \cos x$.

Đồ thị hàm số $y = \cos x$ bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \sin x$

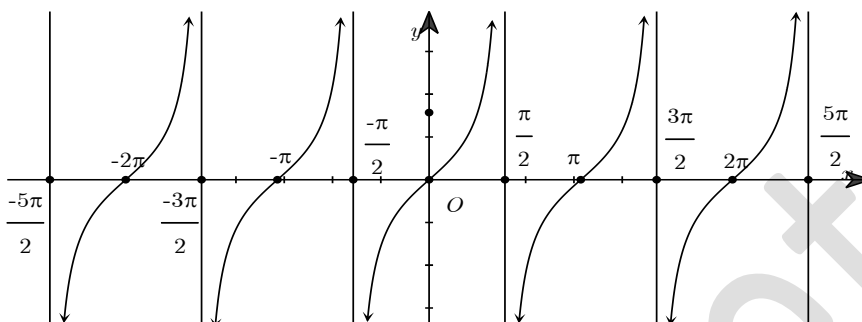
theo véc tơ $\vec{v} = (-\frac{\pi}{2}; 0)$.



3. Hàm số $y = \tan x$

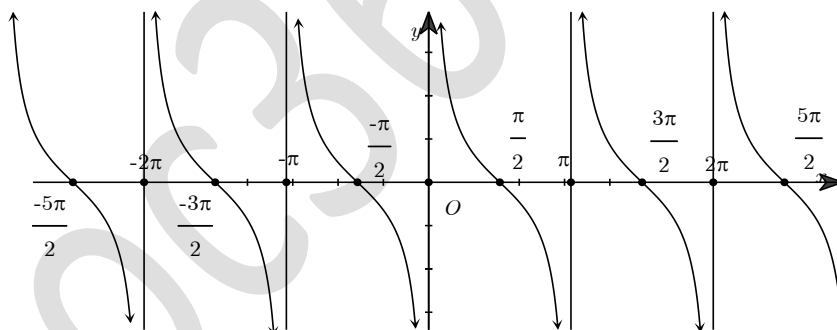
- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- Tập giá trị: \mathbb{R}
- Là hàm số lẻ
- Là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$

- Hàm đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$
- Đồ thị nhận mỗi đường thẳng $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ làm một đường tiệm cận.
- Đồ thị



4. Hàm số $y = \cot x$

- Tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
- Tập giá trị: \mathbb{R}
- Là hàm số lẻ
- Là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$
- Hàm nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi)$
- Đồ thị nhận mỗi đường thẳng $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ làm một đường tiệm cận.
- Đồ thị



PHẦN I: ĐỀ BÀI

DẠNG 1: TÌM TẬP XÁC ĐỊNH, TẬP GIÁ TRỊ, XÉT TÍNH CHẴN LẺ, CHU KỲ CỦA HÀM SỐ

Phương pháp.

- Hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow f(x) \geq 0$ và $f(x)$ tồn tại
- Hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow f(x) \neq 0$ và $f(x)$ tồn tại.
- $\sin u(x) \neq 0 \Leftrightarrow u(x) \equiv k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\cos u(x) \neq 0 \Leftrightarrow u(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Định nghĩa: Hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D được gọi là hàm số tuần hoàn nếu có số $T \neq 0$ sao cho với mọi $x \in D$ ta có

$$x \pm T \in D \text{ và } f(x+T) = f(x).$$

Nếu có số T **dương nhỏ nhất** thỏa mãn các điều kiện trên thì hàm số đó được gọi là **hàm số tuần hoàn với chu kỳ T** .

- Hàm số $f(x) = a \sin ux + b \cos vx + c$ (với $u, v \in \mathbb{Z}$) là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|(u, v)|}$ ((u, v)

là ước chung lớn nhất).

- Hàm số $f(x) = a \tan ux + b \cot vx + c$ (với $u, v \in \mathbb{Z}$) là hàm tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{|(u, v)|}$.
- $y = f_1(x)$ có chu kỳ T_1 ; $y = f_2(x)$ có chu kỳ T_2

Thì hàm số $y = f_1(x) \pm f_2(x)$ có chu kỳ T_0 là bội chung nhỏ nhất của T_1 và T_2 .

$y = \sin x$: Tập xác định $D = \mathbb{R}$; tập giá trị $T = [-1, 1]$; hàm lẻ, chu kỳ $T_0 = 2\pi$.

* $y = \sin(ax + b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{2\pi}{|a|}$

* $y = \sin(f(x))$ xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định.

$y = \cos x$: Tập xác định $D = \mathbb{R}$; Tập giá trị $T = [-1, 1]$; hàm chẵn, chu kỳ $T_0 = 2\pi$.

* $y = \cos(ax + b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{2\pi}{|a|}$

* $y = \cos(f(x))$ xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định.

$y = \tan x$: Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$; tập giá trị $T = \mathbb{R}$, hàm lẻ, chu kỳ $T_0 = \pi$.

* $y = \tan(ax + b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{\pi}{|a|}$

* $y = \tan(f(x))$ xác định $\Leftrightarrow f(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

$y = \cot x$: Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$; tập giá trị $T = \mathbb{R}$, hàm lẻ, chu kỳ $T_0 = \pi$.

* $y = \cot(ax + b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{\pi}{|a|}$

* $y = \cot(f(x))$ xác định $\Leftrightarrow f(x) \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

TẬP XÁC ĐỊNH

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ là

- A. $x \neq k\pi$. B. $x \neq k2\pi$. C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1-3\cos x}{\sin x}$ là

- A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. B. $x \neq k2\pi$. C. $x \neq \frac{k\pi}{2}$. D. $x \neq k\pi$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{\sin^2 x - \cos^2 x}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D. \mathbb{R}

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$ là

- A. $x \neq k2\pi$ B. $x \neq k\pi$ C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ là

- A. $x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}$ B. $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\pi$ C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ D. $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}$

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

- A. $x \neq \frac{-\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ C. $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ D. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\sin x + 1}$ là

- A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $x \neq k2\pi$. C. $x \neq \frac{3\pi}{2} + k2\pi$. D. $x \neq \pi + k2\pi$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \cos \sqrt{x}$ là

- A. $x > 0$. B. $x \geq 0$. C. \mathbb{R} . D. $x \neq 0$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1-2\cos x}{\sin 3x - \sin x}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi; \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 11: Hàm số $y = \cot 2x$ có tập xác định là

- A. $k\pi$ B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$ C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y = \tan x + \cot x$ là

- A. \mathbb{R} B. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$ C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2x}{1-\sin^2 x}$ là

- A. $-\frac{5}{2}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $y = |\sin x - x| - |\sin x + x|$. D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}$.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; \pi\}$.

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\cot x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ 0; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2} \right\}$.

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\cot x - \sqrt{3}}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 19: Tập xác định của hàm số: $y = \frac{x+1}{\tan 2x}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3x+1}{1-\cos^2 x}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \emptyset$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số: $y = \frac{x+1}{\cot x}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = \tan(3x-1)$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} + k \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{3} + k \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} + k \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} + k \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ là

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $k2\pi$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$.

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y = \sin(x-1)$ là:

A. \mathbb{R} .

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$.

Câu 25: Tập xác định của hàm số $y = \sin \frac{x-1}{x+1}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

B. $(-1; 1)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 26: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sin x}$ là:

A. \mathbb{R} .

B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 27: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{2} \sin x}{1 + \cos x}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. \mathbb{R} .

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 28: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \cos x}}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 29: Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\sin x + 2}$ là

A. $\mathbb{R}..$

B. $[-2; +\infty)$.

C. $(0; 2\pi)$.

D. $[\arcsin(-2); +\infty)$.

Câu 30: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 - \cos 2x}$ là

A. $D = \mathbb{R}..$

B. $D = [0; 1]$.

C. $D = [-1; 1]$.

D.

$D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 31: Hàm số nào sau đây có tập xác định \mathbb{R} .

A. $y = \sqrt{\frac{2 + \cos x}{2 - \sin x}}$.

B. $y = \tan^2 x + \cot^2 x$.

C. $y = \frac{1 + \sin^2 x}{1 + \cot^2 x}$.

D. $y = \frac{\sin^3 x}{2 \cos x + \sqrt{2}}$.

Câu 32: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{\sin^2 x}}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 33: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{\cos^2 x}}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 34: Hàm số $y = \frac{2 - \sin 2x}{\sqrt{m \cos x + 1}}$ có tập xác định \mathbb{R} khi

A. $m > 0$.

B. $0 < m < 1$.

C. $m \neq -1$.

D. $-1 < m < 1$.

Câu 35: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\cos x - 1}$ là:

A. $x \neq k2\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

C. $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k2\pi \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$.

Câu 36: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $x = k2\pi$.

C. $x = k\pi$.

D. $x \neq \frac{k\pi}{2}$.

Câu 37: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\sin x + 1}$ là:

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

B. $x \neq k2\pi$.

C. $x \neq \frac{3\pi}{2} + k2\pi$.

D. $x \neq \pi + k2\pi$.

Câu 38: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - 3\cos x}{\sin x}$ là:

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $x \neq k2\pi$.

C. $x \neq \frac{k\pi}{2}$.

D. $x \neq k\pi$.

Câu 39: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{\sin x}$ là:

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 40: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ là:

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 41: Chọn khẳng định sai

A. Tập xác định của hàm số $y = \sin x$ là \mathbb{R} .

B. Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. Tập xác định của hàm số $y = \cos x$ là \mathbb{R} .

D. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 42: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. \mathbb{R} .

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 43: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \cos 3x}{1 + \sin 4x}}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 44: Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \sqrt{\frac{1 + \cot^2 x}{1 - \sin 3x}}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi, \frac{\pi}{6} + \frac{n2\pi}{3}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6} + \frac{n2\pi}{3}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi, \frac{\pi}{6} + \frac{n2\pi}{5}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi, \frac{\pi}{5} + \frac{n2\pi}{3}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 44: Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \frac{\tan 2x}{\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 45: Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cot\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{5} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{5} + k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 46: Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \tan 3x \cdot \cot 5x$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, \frac{n\pi}{5}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{3}, \frac{n\pi}{5}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{4}, \frac{n\pi}{5}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{3}, \frac{n\pi}{5}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

D. Hàm số $y = |\sin x - x| - |\sin x + x|$ là hàm số lẻ.

Câu 11: Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ ?

A. $y = 2x + \cos x$.

B. $y = \cos 3x$.

C. $y = x^2 \sin(x+3)$.

D. $y = \frac{\cos x}{x^3}$.

Câu 12: Hàm số $y = \tan x + 2\sin x$ là:

A. Hàm số lẻ trên tập xác định.

B. Hàm số chẵn tập xác định.

C. Hàm số không lẻ tập xác định.

D. Hàm số không chẵn tập xác định.

Câu 13: Hàm số $y = \sin x \cdot \cos^3 x$ là:

A. Hàm số lẻ trên \mathbb{R} .

B. Hàm số chẵn trên \mathbb{R} .

C. Hàm số không lẻ trên \mathbb{R} .

D. Hàm số không chẵn \mathbb{R} .

Câu 14: Hàm số $y = \sin x + 5\cos x$ là:

A. Hàm số lẻ trên \mathbb{R} .

B. Hàm số chẵn trên \mathbb{R} .

C. Hàm số không chẵn, không lẻ trên \mathbb{R} .

D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 15: Hàm số nào sau đây không chẵn, không lẻ ?

A. $y = \frac{\sin x + \tan x}{2\cos^2 x}$.

B. $y = \tan x - \cot x$.

C. $y = \sin 2x + \cos 2x$.

D. $y = \sqrt{2 - \sin^2 3x}$.

Câu 16: Hàm số $y = \sin x + 5\cos x$ là:

A. Hàm số lẻ trên \mathbb{R} .

B. Hàm số chẵn trên \mathbb{R} .

C. Hàm số không chẵn, không lẻ trên \mathbb{R} .

D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 17: Hàm số nào sau đây không chẵn, không lẻ ?

A. $y = \frac{\sin x + \tan x}{2\cos^2 x}$.

B. $y = \tan x - \cot x$.

C. $y = \sin 2x + \cos 2x$.

D. $y = \sqrt{2 - \sin^2 3x}$.

Câu 18: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn:

A. $y = 5\sin x \cdot \tan 2x$.

B. $y = 3\sin x + \cos x$.

C. $y = 2\sin 3x + 5$.

D. $y = \tan x - 2\sin x$.

Câu 19: Hàm số nào sau đây không chẵn, không lẻ:

A. $y = \frac{\sin x + \tan x}{2\cos^3 x}$.

B. $y = \tan x + \cot x$.

C. $y = \sin 2x + \cos 2x$.

D. $y = \sqrt{2 - \sin^2 3x}$.

Câu 20: Trong các hàm số sau đây hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \sin^2 x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = -\cos x$.

D. $y = \sin x$.

Câu 21: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = -\sin x$.

B. $y = \cos x - \sin x$.

C. $y = \cos x + \sin^2 x$.

D. $y = \cos x \sin x$.

Câu 22: Trong các hàm số dưới đây có bao nhiêu hàm số là hàm số chẵn:

$y = \cos 3x$ (1);

$y = \sin(x^2 + 1)$ (2);

$y = \tan^2 x$ (3);

$y = \cot x$ (4).

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 24: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \sin x$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = x^2$.

D. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Câu 25: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \sin x - x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = x \sin x$

D. $y = \frac{x^2 + 1}{x}$.

Câu 26: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = x \cos x$.

B. $y = x \tan x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \frac{1}{x}$.

Câu 27: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \frac{\sin x}{x}$.

B. $y = \tan x + x$.

C. $y = x^2 + 1$.

D. $y = \cot x$.

Câu 29: Chu kỳ của hàm số $y = \sin x$ là:

A. $k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. π .

D. 2π .

Câu 30: Chu kỳ của hàm số $y = \cos x$ là:

A. $k2\pi$.

B. $\frac{2\pi}{3}$.

C. π .

D. 2π .

Câu 31: Chu kỳ của hàm số $y = \tan x$ là:

A. 2π .

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. π .

Câu 33: Chu kỳ của hàm số $y = \cot x$ là:

A. 2π .

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. π .

D. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

DẠNG 2: SỰ BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Phương pháp.

Cho hàm số $y = f(x)$ tuần hoàn với chu kì T

* Để khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số, ta chỉ cần khảo sát và vẽ đồ thị hàm số trên một đoạn có độ dài bằng T sau đó ta tịnh tiến theo các véc tơ $k\vec{v}$ (với $\vec{v} = (T; 0)$, $k \in \mathbb{Z}$) ta được toàn bộ đồ thị của hàm số.

* Số nghiệm của phương trình $f(x) = k$, (với k là hằng số) chính bằng số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = k$.

* Nghiệm của bất phương trình $f(x) \geq 0$ là miền x mà đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm trên trục Ox .

Câu 1: Hàm số $y = \sin x$:

A. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

B. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2} + k2\pi; \frac{5\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

C. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

D. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Hàm số $y = \cos x$:

A. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

B. Đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

C. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

D. Đồng biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; 3\pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3: Hàm số: $y = \sqrt{3} + 2\cos x$ tăng trên khoảng:

- A. $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$. B. $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$. C. $\left(\frac{7\pi}{6}; 2\pi\right)$. D. $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 4: Hàm số nào đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right)$:

- A. $y = \cos x$. B. $y = \cot 2x$. C. $y = \sin x$. D. $y = \cos 2x$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số $y = \sin x$ tăng trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
B. Hàm số $y = \cot x$ giảm trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
C. Hàm số $y = \tan x$ tăng trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
D. Hàm số $y = \cos x$ tăng trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 7: Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên:

- A. Khoảng $(0; \pi)$. B. Các khoảng $\left(-\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.
C. Các khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$. D. Khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu 9: Hàm số $y = \cos x$:

- A. Tăng trong $[0; \pi]$. B. Tăng trong $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ và giảm trong $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.
C. Nghịch biến $[0; \pi]$. D. Các khẳng định trên đều sai.

Câu 10: Hàm số $y = \cos x$ đồng **biến** trên đoạn nào dưới đây:

- A. $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. B. $[\pi; 2\pi]$. C. $[-\pi; \pi]$. D. $[0; \pi]$.

Câu 12: Hàm số nào sau **đây** có tính đơn điệu trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khác với các hàm số còn lại?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan x$. D. $y = -\cot x$.

Câu 13: Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng:

- A. $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. B. $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. C. $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 14: Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

B. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

C. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right)$.

D. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 15: Hàm số nào **sau** đây nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. $y = \sin x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = -\cot x$.

Câu 16: Hàm số nào **dưới** đây đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$?

A. $y = \sin x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \cot x$.

D. $y = \tan x$.

DẠNG 3: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin 2x - 5$ lần lượt là:

- A. -8 và -2 . B. 2 và 8 . C. -5 và 2 . D. -5 và 3 .

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 7 - 2\cos(x + \frac{\pi}{4})$ lần lượt là:

- A. -2 và 7 . B. -2 và 2 . C. 5 và 9 . D. 4 và 7 .

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1$ lần lượt là:

- A. $\sqrt{2}$ và 2 . B. 2 và 4 . C. $4\sqrt{2}$ và 8 . D. $4\sqrt{2} - 1$ và 7 .

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4\sin x - 5$ là:

- A. -20 . B. -8 . C. 0 . D. 9 .

Câu 5: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 - 2\cos x - \cos^2 x$ là:

- A. 2 . B. 5 . C. 0 . D. 3 .

Câu 6: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2 + 3\sin 3x$

- A. $\min y = -2$; $\max y = 5$ B. $\min y = -1$; $\max y = 4$
C. $\min y = -1$; $\max y = 5$ D. $\min y = -5$; $\max y = 5$

Câu 7: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 - 4\sin^2 2x$

- A. $\min y = -2$; $\max y = 1$ B. $\min y = -3$; $\max y = 5$
C. $\min y = -5$; $\max y = 1$ D. $\min y = -3$; $\max y = 1$

Câu 8: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2\cos(3x - \frac{\pi}{3}) + 3$

- A. $\min y = 2$, $\max y = 5$ B. $\min y = 1$, $\max y = 4$
C. $\min y = 1$, $\max y = 5$ D. $\min y = 1$, $\max y = 3$

Câu 9: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{3 - 2\sin^2 2x} + 4$

- A. $\min y = 6$, $\max y = 4 + \sqrt{3}$ B. $\min y = 5$, $\max y = 4 + 2\sqrt{3}$
C. $\min y = 5$, $\max y = 4 + 3\sqrt{3}$ D. $\min y = 5$, $\max y = 4 + \sqrt{3}$

Câu 10: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{2\sin x + 3}$

- A. $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 1$ B. $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 2\sqrt{5}$
C. $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 2$ D. $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 3$

Câu 11: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 - \sqrt{2\cos^2 x + 1}$

- A. $\max y = 1$, $\min y = 1 - \sqrt{3}$ B. $\max y = 3$, $\min y = 1 - \sqrt{3}$
C. $\max y = 2$, $\min y = 1 - \sqrt{3}$ D. $\max y = 0$, $\min y = 1 - \sqrt{3}$

Câu 12: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

- A. $\min y = -2$, $\max y = 4$ B. $\min y = 2$, $\max y = 4$
C. $\min y = -2$, $\max y = 3$ D. $\min y = -1$, $\max y = 4$

Câu 13: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3 - 2\cos^2 3x$

- A. $\min y = 1$, $\max y = 2$ B. $\min y = 1$, $\max y = 3$

C. $\min y = 2, \max y = 3$

D. $\min y = -1, \max y = 3$

Câu 14: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + \sqrt{2 + \sin 2x}$

A. $\min y = 2, \max y = 1 + \sqrt{3}$

B. $\min y = 2, \max y = 2 + \sqrt{3}$

C. $\min y = 1, \max y = 1 + \sqrt{3}$

D. $\min y = 1, \max y = 2$

Câu 15: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{4}{1 + 2 \sin^2 x}$

A. $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 4$

B. $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 3$

C. $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 2$

D. $\min y = \frac{1}{2}, \max y = 4$

Câu 16: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2 \sin^2 x + \cos^2 2x$

A. $\max y = 4, \min y = \frac{3}{4}$

B. $\max y = 3, \min y = 2$

C. $\max y = 4, \min y = 2$

D. $\max y = 3, \min y = \frac{3}{4}$

Câu 17: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3 \sin x + 4 \cos x + 1$

A. $\max y = 6, \min y = -2$

B. $\max y = 4, \min y = -4$

C. $\max y = 6, \min y = -4$

D. $\max y = 6, \min y = -1$

Câu 18: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3 \sin x + 4 \cos x - 1$

A. $\min y = -6; \max y = 4$

B. $\min y = -6; \max y = 5$

C. $\min y = -3; \max y = 4$

D. $\min y = -6; \max y = 6$

Câu 19: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2 \sin^2 x + 3 \sin 2x - 4 \cos^2 x$

A. $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} + 1$

B. $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} - 1$

C. $\min y = -3\sqrt{2}; \max y = 3\sqrt{2} - 1$

D. $\min y = -3\sqrt{2} - 2; \max y = 3\sqrt{2} - 1$

Câu 20: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sin^2 x + 3 \sin 2x + 3 \cos^2 x$

A. $\max y = 2 + \sqrt{10}; \min y = 2 - \sqrt{10}$

B. $\max y = 2 + \sqrt{5}; \min y = 2 - \sqrt{5}$

C. $\max y = 2 + \sqrt{2}; \min y = 2 - \sqrt{2}$

D. $\max y = 2 + \sqrt{7}; \min y = 2 - \sqrt{7}$

Câu 21: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2 \sin 3x + 1$

A. $\min y = -2, \max y = 3$

B. $\min y = -1, \max y = 2$

C. $\min y = -1, \max y = 3$

D. $\min y = -3, \max y = 3$

Câu 22: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3 - 4 \cos^2 2x$

A. $\min y = -1, \max y = 4$

B. $\min y = -1, \max y = 7$

C. $\min y = -1, \max y = 3$

D. $\min y = -2, \max y = 7$

Câu 23: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + 2\sqrt{4 + \cos 3x}$

A. $\min y = 1 + 2\sqrt{3}, \max y = 1 + 2\sqrt{5}$

B. $\min y = 2\sqrt{3}, \max y = 2\sqrt{5}$

C. $\min y = 1 - 2\sqrt{3}, \max y = 1 + 2\sqrt{5}$

D. $\min y = -1 + 2\sqrt{3}, \max y = -1 + 2\sqrt{5}$

Câu 24: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 4 \sin 6x + 3 \cos 6x$

A. $\min y = -5, \max y = 5$

B. $\min y = -4, \max y = 4$

C. $\min y = -3, \max y = 5$

D. $\min y = -6, \max y = 6$

Câu 25: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{3}{1 + \sqrt{2 + \sin^2 x}}$

A. $\min y = \frac{-3}{1 + \sqrt{3}}, \max y = \frac{3}{1 + \sqrt{2}}$

B. $\min y = \frac{3}{1 + \sqrt{3}}, \max y = \frac{4}{1 + \sqrt{2}}$

C. $\min y = \frac{2}{1 + \sqrt{3}}, \max y = \frac{3}{1 + \sqrt{2}}$

D. $\min y = \frac{3}{1 + \sqrt{3}}, \max y = \frac{3}{1 + \sqrt{2}}$

Câu 26: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{3 \sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 4 \cos^2 x + 1}$

A. $\min y = \frac{-6 - 3\sqrt{5}}{4}, \max y = \frac{-6 + 3\sqrt{5}}{4}$

B. $\min y = \frac{-4 - 3\sqrt{5}}{4}, \max y = \frac{-4 + 3\sqrt{5}}{4}$

C. $\min y = \frac{-7 - 3\sqrt{5}}{4}, \max y = \frac{-7 + 3\sqrt{5}}{4}$

D. $\min y = \frac{-5 - 3\sqrt{5}}{4}, \max y = \frac{-5 + 3\sqrt{5}}{4}$

Câu 27: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sin x + \sqrt{2 - \sin^2 x}$

A. $\min y = 0, \max y = 3$

B. $\min y = 0, \max y = 4$

C. $\min y = 0, \max y = 6$

D. $\min y = 0, \max y = 2$

Câu 28: Tìm tập giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \tan^2 x - 4 \tan x + 1$

A. $\min y = -2$

B. $\min y = -3$

C. $\min y = -4$

D. $\min y = -1$

Câu 29: Tìm tập giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \tan^2 x + \cot^2 x + 3(\tan x + \cot x) - 1$

A. $\min y = -5$

B. $\min y = -3$

C. $\min y = -2$

D. $\min y = -4$

Câu 30: Tìm m để hàm số $y = \sqrt{5 \sin 4x - 6 \cos 4x + 2m - 1}$ xác định với mọi x .

A. $m \geq 1$

B. $m \geq \frac{\sqrt{61} - 1}{2}$

C. $m < \frac{\sqrt{61} + 1}{2}$

D. $m \geq \frac{\sqrt{61} + 1}{2}$

Câu 31: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + \sqrt{3 + 2 \sin x}$

A. $\min y = -2; \max y = 1 + \sqrt{5}$

B. $\min y = 2; \max y = \sqrt{5}$

C. $\min y = 2; \max y = 1 + \sqrt{5}$

D. $\min y = 2; \max y = 4$

Câu 32: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 4 \sin 3x - 3 \cos 3x + 1$

A. $\min y = -3; \max y = 6$

B. $\min y = -4; \max y = 6$

C. $\min y = -4; \max y = 4$

D. $\min y = -2; \max y = 6$

Câu 33: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{3} \cos x + \sin x + 4$

A. $\min y = 2; \max y = 4$

B. $\min y = 2; \max y = 6$

C. $\min y = 4; \max y = 6$

D. $\min y = 2; \max y = 8$

Câu 34: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{\sin 2x + 2 \cos 2x + 3}{2 \sin 2x - \cos 2x + 4}$

A. $\min y = -\frac{2}{11}; \max y = 2$

B. $\min y = \frac{2}{11}; \max y = 3$

C. $\min y = \frac{2}{11}; \max y = 4$

D. $\min y = \frac{2}{11}; \max y = 2$

Câu 35: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{2 \sin^2 3x + 4 \sin 3x \cos 3x + 1}{\sin 6x + 4 \cos 6x + 10}$

A. $\min y = \frac{11 - 9\sqrt{7}}{83}; \max y = \frac{11 + 9\sqrt{7}}{83}$

B. $\min y = \frac{22 - 9\sqrt{7}}{11}; \max y = \frac{22 + 9\sqrt{7}}{11}$

C. $\min y = \frac{33-9\sqrt{7}}{83}$; $\max y = \frac{33+9\sqrt{7}}{83}$

D. $\min y = \frac{22-9\sqrt{7}}{83}$; $\max y = \frac{22+9\sqrt{7}}{83}$

Câu 36: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3\cos x + \sin x - 2$

A. $\min y = -2 - \sqrt{5}$; $\max y = -2 + \sqrt{5}$

B. $\min y = -2 - \sqrt{7}$; $\max y = -2 + \sqrt{7}$

C. $\min y = -2 - \sqrt{3}$; $\max y = -2 + \sqrt{3}$

D. $\min y = -2 - \sqrt{10}$; $\max y = -2 + \sqrt{10}$

Câu 37: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{\sin^2 2x + 3\sin 4x}{2\cos^2 2x - \sin 4x + 2}$

A. $\min y = \frac{5-\sqrt{97}}{4}$, $\max y = \frac{5+\sqrt{97}}{4}$

B. $\min y = \frac{5-\sqrt{97}}{18}$, $\max y = \frac{5+\sqrt{97}}{18}$

C. $\min y = \frac{5-\sqrt{97}}{8}$, $\max y = \frac{5+\sqrt{97}}{8}$

D. $\min y = \frac{7-\sqrt{97}}{8}$, $\max y = \frac{7+\sqrt{97}}{8}$

Câu 38: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3(3\sin x + 4\cos x)^2 + 4(3\sin x + 4\cos x) + 1$

A. $\min y = \frac{1}{3}$; $\max y = 96$

B. $\min y = \frac{1}{3}$; $\max y = 6$

C. $\min y = -\frac{1}{3}$; $\max y = 96$

D. $\min y = 2$; $\max y = 6$

Câu 39: Tìm m để các bất phương trình $(3\sin x - 4\cos x)^2 - 6\sin x + 8\cos x \geq 2m - 1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

A. $m > 0$

B. $m \leq 0$

C. $m < 0$

D. $m \leq 1$

Câu 40: Tìm m để các bất phương trình $\frac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 4\cos^2 x + 1} \leq m + 1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

A. $m \geq \frac{3\sqrt{5}}{4}$

B. $m \geq \frac{3\sqrt{5}+9}{4}$

C. $m \geq \frac{3\sqrt{5}-9}{2}$

D. $m \geq \frac{3\sqrt{5}-9}{4}$

Câu 41: Tìm m để các bất phương trình $\frac{4\sin 2x + \cos 2x + 17}{3\cos 2x + \sin 2x + m + 1} \geq 2$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

A. $\sqrt{10} - 3 < m \leq \frac{15 - \sqrt{29}}{2}$

B. $\sqrt{10} - 1 < m \leq \frac{15 - \sqrt{29}}{2}$

C. $\sqrt{10} - 1 < m \leq \frac{15 + \sqrt{29}}{2}$

D. $\sqrt{10} - 1 < m < \sqrt{10} + 1$

Câu 42: Cho $x, y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thỏa $\cos 2x + \cos 2y + 2\sin(x+y) = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{\sin^4 x}{y} + \frac{\cos^4 y}{x}$$

A. $\min P = \frac{3}{\pi}$

B. $\min P = \frac{2}{\pi}$

C. $\min P = \frac{2}{3\pi}$

D. $\min P = \frac{5}{\pi}$

Câu 43: Tìm k để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{k\sin x + 1}{\cos x + 2}$ lớn hơn -1 .

A. $|k| < \sqrt{2}$

B. $|k| < 2\sqrt{3}$

C. $|k| < \sqrt{3}$

D. $|k| < 2\sqrt{2}$

PHẦN II: HƯỚNG DẪN GIẢI:

DẠNG 1: TÌM TẬP XÁC ĐỊNH, TẬP GIÁ TRỊ, XÉT TÍNH CHẴN LẺ,
CHU KỲ CỦA HÀM SỐ

Phương pháp.

- Hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow f(x) \geq 0$ và $f(x)$ tồn tại
- Hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow f(x) \neq 0$ và $f(x)$ tồn tại.
- $\sin u(x) \neq 0 \Leftrightarrow u(x) \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\cos u(x) \neq 0 \Leftrightarrow u(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Định nghĩa: Hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D được gọi là hàm số tuần hoàn nếu có số $T \neq 0$ sao cho với mọi $x \in D$ ta có

$$x \pm T \in D \text{ và } f(x+T) = f(x).$$

Nếu có số T **duy nhất** thỏa mãn các điều kiện trên thì hàm số đó được gọi là **hàm số tuần hoàn với chu kỳ T** .

- Hàm số $f(x) = a \sin ux + b \cos vx + c$ (với $u, v \in \mathbb{Z}$) là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|(u, v)|}$ ((u, v)

là ước chung lớn nhất).

- Hàm số $f(x) = a \tan ux + b \cot vx + c$ (với $u, v \in \mathbb{Z}$) là hàm tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{|(u, v)|}$.

- $y = f_1(x)$ có chu kỳ T_1 ; $y = f_2(x)$ có chu kỳ T_2

Thì hàm số $y = f_1(x) \pm f_2(x)$ có chu kỳ T_0 là bội chung nhỏ nhất của T_1 và T_2 .

$y = \sin x$: Tập xác định $D = \mathbb{R}$; tập giá trị $T = [-1, 1]$; hàm lẻ, chu kỳ $T_0 = 2\pi$.

* $y = \sin(ax + b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{2\pi}{|a|}$

* $y = \sin(f(x))$ xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định.

$y = \cos x$: Tập xác định $D = \mathbb{R}$; Tập giá trị $T = [-1, 1]$; hàm chẵn, chu kỳ $T_0 = 2\pi$.

* $y = \cos(ax + b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{2\pi}{|a|}$

* $y = \cos(f(x))$ xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định.

$y = \tan x$: Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$; tập giá trị $T = \mathbb{R}$, hàm lẻ, chu kỳ $T_0 = \pi$.

* $y = \tan(ax + b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{\pi}{|a|}$

* $y = \tan(f(x))$ xác định $\Leftrightarrow f(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

$y = \cot x$: Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$; tập giá trị $T = \mathbb{R}$, hàm lẻ, chu kỳ $T_0 = \pi$.

* $y = \cot(ax + b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{\pi}{|a|}$

* $y = \cot(f(x))$ xác định $\Leftrightarrow f(x) \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

TẬP XÁC ĐỊNH

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ là

A. $x \neq k\pi$.

B. $x \neq k2\pi$.

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

D. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Do điều kiện $\sin x - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \tan x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - 3\cos x}{\sin x}$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $x \neq k2\pi$.

C. $x \neq \frac{k\pi}{2}$.

D. $x \neq k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Do điều kiện $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{\sin^2 x - \cos^2 x}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Do điều kiện $\sin^2 x - \cos^2 x \neq 0 \Leftrightarrow \tan^2 x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

D. \mathbb{R}

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sin x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$ là

A. $x \neq k2\pi$

B. $x \neq k\pi$

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow 1 - \cos x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x \neq 1$$

$$\Leftrightarrow x \neq k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy tập xác định $x \neq k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}$

B. $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\pi$

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

D. $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy tập xác định $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $x \neq \frac{-\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

C. $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

D. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \cos 2x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy tập xác định $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\sin x + 1}$ là

- A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $x \neq k2\pi$. C. $x \neq \frac{3\pi}{2} + k2\pi$. D. $x \neq \pi + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \sin x + 1 \neq 0$

$$\Leftrightarrow \sin x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{3\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy tập xác định: $x \neq \frac{3\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \cos \sqrt{x}$ là

- A. $x > 0$. B. $x \geq 0$. C. \mathbb{R} . D. $x \neq 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x \geq 0$

Vậy $x \geq 0$

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - 2\cos x}{\sin 3x - \sin x}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi; \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \sin x + 1 \neq 0$

$$\Leftrightarrow \sin 3x \neq \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x \neq x + k2\pi \\ 3x \neq \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

Vậy tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi; \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 11: Hàm số $y = \cot 2x$ có tập xác định là

- A. $k\pi$ B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$ C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \sin 2x \neq 0$

Chọn C.

Hàm số $y = \cot x$ xác định khi và chỉ khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; \pi\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ xác định khi và chỉ khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\cot x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ 0; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2} \right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số $y = \frac{1}{\cot x}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cot x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\cot x - \sqrt{3}}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số $y = \frac{1}{\cot x - \sqrt{3}}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cot x \neq \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 19: Tập xác định của hàm số: $y = \frac{x+1}{\tan 2x}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số $y = \frac{x+1}{\tan 2x}$ xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \tan 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 4x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3x+1}{1-\cos^2 x}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}.$

D. $D = \emptyset.$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số $y = \frac{3x+1}{1-\cos^2 x}$ xác định khi và chỉ khi

$$1 - \cos^2 x \neq 0 \Leftrightarrow \sin^2 x \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi.$$

Câu 21: Tập xác định của hàm số: $y = \frac{x+1}{\cot x}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $\mathbb{R} \setminus \{ k\pi, k \in \mathbb{Z} \}.$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số $y = \frac{x+1}{\cot x}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cot x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = \tan(3x-1)$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{3} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Hàm số $y = \tan(3x-1)$ xác định khi và chỉ khi

$$\cos(3x-1) \neq 0 \Leftrightarrow 3x-1 \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{3} + \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ là

A. $D = \mathbb{R}.$

B. $\{ k2\pi \}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi \}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$DK : \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}.$$

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y = \sin(x-1)$ là:

A. \mathbb{R} .

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 25: Tập xác định của hàm số $y = \sin \frac{x-1}{x+1}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

B. $(-1; 1)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$DK : x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$.

Câu 26: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sin x}$ là:

A. \mathbb{R} .

B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$DK : \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$.

Câu 27: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{2} \sin x}{1 + \cos x}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. \mathbb{R} .

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$DK : 1 + \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi$.

Câu 28: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \cos x}}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $1 - \sin x \geq 0; 1 + \cos x \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$DK : 1 + \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi$

Câu 29: Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\sin x + 2}$ là

A. \mathbb{R} .

B. $[-2; +\infty)$.

C. $(0; 2\pi)$.

D. $[\arcsin(-2); +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\sin x + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 30: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 - \cos 2x}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = [0; 1]$. C. $D = [-1; 1]$. D.

$$D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có: $-1 \leq \cos 2x \leq 1 \Rightarrow 1 - \cos 2x \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 31: Hàm số nào sau đây có tập xác định \mathbb{R} .

- A. $y = \sqrt{\frac{2 + \cos x}{2 - \sin x}}$. B. $y = \tan^2 x + \cot^2 x$.
 C. $y = \frac{1 + \sin^2 x}{1 + \cot^2 x}$. D. $y = \frac{\sin^3 x}{2 \cos x + \sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$-1 \leq \sin x; \cos \leq 1 \Rightarrow 2 + \cos x > 0; 2 - \sin x > 0$

$$\Rightarrow \frac{2 + \cos x}{2 - \sin x} > 0 \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 32: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{\sin^2 x}}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $1 - \sin x \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

ĐK: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$.

Câu 33: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{\cos^2 x}}$ là:

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} 1 - \cos x \geq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} (*)$

Vì $1 - \cos x \geq 0, \forall x$ nên $(*) \Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Vậy } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 34: Hàm số $y = \frac{2 - \sin 2x}{\sqrt{m \cos x + 1}}$ có tập xác định \mathbb{R} khi

- A. $m > 0$. B. $0 < m < 1$. C. $m \neq -1$. D. $-1 < m < 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Hàm số có tập xác định \mathbb{R} khi $m \cos x + 1 > 0, \forall x$ (*).

Khi $m = 0$ thì (*) luôn đúng nên nhận giá trị $m = 0$.

Khi $m > 0$ thì $m \cos x + 1 \in [-m + 1; m + 1]$ nên (*) đúng khi $-m + 1 > 0 \Rightarrow 0 < m < 1$.

Khi $m < 0$ thì $m \cos x + 1 \in [m + 1; -m + 1]$ nên (*) đúng khi $m + 1 > 0 \Rightarrow -1 < m < 0$.

Vậy giá trị m thoả $-1 < m < 1$.

Câu 35: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\cos x - 1}$ là:

- A. $x \neq k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. C. $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k2\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} \cos x - 1 \neq 0 \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$\cos x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy $x \neq k2\pi, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 36: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x}$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. B. $x = k2\pi$. C. $x = k\pi$. D. $x \neq \frac{k\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$

$\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 37: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\sin x + 1}$ là:

- A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $x \neq k2\pi$. C. $x \neq \frac{3\pi}{2} + k2\pi$. D. $x \neq \pi + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số xác định khi $\sin x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 38: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1-3\cos x}{\sin x}$ là

- A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. B. $x \neq k2\pi$. C. $x \neq \frac{k\pi}{2}$. D. $x \neq k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Hàm số xác định khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 39: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{\sin x}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Hàm số xác định khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy, tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 40: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số xác định khi $3x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy, tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 41: Chọn khẳng định sai

- A. Tập xác định của hàm số $y = \sin x$ là \mathbb{R} .
B. Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. Tập xác định của hàm số $y = \cos x$ là \mathbb{R} .
D. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số $y = \cot x$ xác định khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 42: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. \mathbb{R} .

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Hàm số xác định khi $1 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy, tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 43: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \cos 3x}{1 + \sin 4x}}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Do $1 - \cos 3x \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số có nghĩa $\Leftrightarrow 1 + \sin 4x \neq 0$

$\Leftrightarrow \sin 4x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 44: Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \sqrt{\frac{1 + \cot^2 x}{1 - \sin 3x}}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi, \frac{\pi}{6} + \frac{n2\pi}{3}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6} + \frac{n2\pi}{3}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi, \frac{\pi}{6} + \frac{n2\pi}{5}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi, \frac{\pi}{5} + \frac{n2\pi}{3}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases} x \neq k\pi \\ \sin 3x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}$

Vật TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi, \frac{\pi}{6} + \frac{n2\pi}{3}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 44: Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \frac{\tan 2x}{\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ 2 \sin(2x - \frac{\pi}{6}) \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ 2x - \frac{\pi}{6} \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 45: Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \tan(x - \frac{\pi}{4}) \cdot \cot(x - \frac{\pi}{3})$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{5} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{5} + k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x - \frac{\pi}{3} \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{3\pi}{4} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 46: Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \tan 3x \cdot \cot 5x$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, \frac{n\pi}{5}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{3}, \frac{n\pi}{5}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{4}, \frac{n\pi}{5}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{3}, \frac{n\pi}{5}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \sin 5x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \\ x \neq \frac{n\pi}{5} \end{cases}$$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, \frac{n\pi}{5}; k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$$f(-x) = \cos(-x + \pi) = -\cos x = \cos(x + \pi) = f(x)$$

Do đó $y = \cos(x + \pi)$ là hàm số chẵn trên \mathbb{R} .

+ Xét hàm $y = g(x) = \tan^{2016} x$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$$g(-x) = \tan^{2016}(-x) = (-\tan x)^{2016} = \tan^{2016} x = g(x)$$

Do đó: $y = \tan^{2016} x$ là hàm chẵn trên tập xác định của nó.

Câu 5: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn.

A. $y = \sin 3x$.

B. $y = x \cdot \cos x$.

C. $y = \cos x \cdot \tan 2x$.

D. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Xét hàm $y = f(x) = \frac{\tan x}{\sin x}$

$$\text{ĐK: } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$$f(-x) = \frac{\tan(-x)}{\sin(-x)} = \frac{\tan x}{\sin x} = f(x) \text{ nên } y = \frac{\tan x}{\sin x} \text{ là hàm số chẵn trên } D.$$

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$ và $g(x) = \tan 3x$, chọn mệnh đề đúng

A. $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số chẵn.

C. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số chẵn.

D. $f(x)$ và $g(x)$ đều là hàm số lẻ.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

+ Xét hàm $y = f(x) = \cos 2x$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$$f(-x) = \cos(-2x) = \cos 2x = f(x)$$

Do đó $y = \cos 2x$ là hàm số chẵn trên \mathbb{R} .

+ Xét hàm $y = g(x) = \tan 3x$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$$g(-x) = \tan(-3x) = -\tan 3x = -f(x)$$

Do đó: $y = \tan 3x$ là hàm chẵn trên tập xác định của nó.

Câu 7: Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số $y = x^2 + \cos x$ là hàm số chẵn.
- B. Hàm số $y = |\sin x - x| - |\sin x + x|$ là hàm số lẻ.
- C. Hàm số $y = \frac{\sin x}{x}$ là hàm số chẵn.
- D. Hàm số $y = \sin x + 2$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

+ Xét hàm $y = f(x) = \sin x + 2$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Chọn $\pm \frac{\pi}{2} \in \mathbb{R}$.

Ta có: $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1 \neq \pm f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pm 3$ nên $y = f(x) = \sin x + 2$ là hàm số không chẵn không lẻ trên \mathbb{R} .

Câu 8: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn

- A. $y = \sin^2 x + \sin x$.
- B. $[2; 5]$.
- C. $y = \sin^2 x + \tan x$.
- D. $y = \sin^2 x + \cos x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

+ Xét hàm $y = f(x) = \sin^2 x + \cos x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$$f(-x) = \sin^2(-x) + \cos(-x) = \sin^2 x + \cos x = f(x)$$

Kết luận: hàm số $y = \sin^2 x + \cos x$ là hàm số chẵn \mathbb{R} .

Câu 9: Trong các hàm số sau, có bao nhiêu hàm số là hàm chẵn trên tập xác định của nó

$y = \cot 2x$, $y = \cos(x + \pi)$, $y = 1 - \sin x$, $y = \tan^{2016} x$?

- A. 2.
- B. 1.
- C. 4.
- D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

+ Xét hàm $y = f(x) = \cot 2x$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$$f(-x) = \cot(-2x) = -\cot 2x = -f(x)$$

Do đó, $y = f(x) = \cot 2x$ là hàm **lẻ** trên tập xác định của nó.

+ Xét hàm $y = g(x) = \cos(x + \pi)$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$$g(-x) = \cos(-x + \pi) = -\cos x = \cos(x + \pi) = g(x)$$

Do đó: $y = g(x) = \cos(x + \pi)$ là hàm **chẵn** trên \mathbb{R} .

+ Xét hàm $y = h(x) = \tan^{2016} x$.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$$h(-x) = \tan^{2016}(-x) = \tan^{2016} x = h(x)$$

Do đó: $y = h(x) = \tan^{2016} x$ là hàm số **chẵn** trên D .

+ Xét hàm $y = t(x) = 1 - \sin x$.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

Chọn $\pm \frac{\pi}{2} \in \mathbb{R}$.

Ta có $g\left(\frac{\pi}{2}\right) \neq \pm g\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ nên hàm số **không chẵn không lẻ** trên \mathbb{R} .

Câu 10: Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số $y = \sin x + 2$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

B. Hàm số $y = \frac{\sin x}{x}$ là hàm số chẵn.

C. Hàm số $y = x^2 + \cos x$ là hàm số chẵn.

D. Hàm số $y = |\sin x - x| - |\sin x + x|$ là hàm số lẻ.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\text{Xét hàm } y = f(x) = |\sin x - x| - |\sin x + x|$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-x \in \mathbb{R}$ và

$$f(-x) = |-\sin x + x| - |-\sin x - x| = |\sin x - x| - |\sin x + x| = f(x)$$

Do đó: $y = f(x) = |\sin x - x| - |\sin x + x|$ là hàm số chẵn trên \mathbb{R} .

Câu 11: Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ ?

A. $y = 2x + \cos x$.

B. $y = \cos 3x$.

C. $y = x^2 \sin(x+3)$.

D. $y = \frac{\cos x}{x^3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\text{Xét hàm } y = f(x) = \frac{\cos x}{x^3}$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D \text{ và } f(-x) = \frac{\cos(-x)}{(-x)^3} = \frac{\cos x}{-x^3} = -f(x)$$

Kết luận: $y = \frac{\cos x}{x^3}$ là hàm số lẻ trên D .

Câu 12: Hàm số $y = \tan x + 2\sin x$ là:

A. Hàm số lẻ trên tập xác định.

B. Hàm số chẵn tập xác định.

C. Hàm số không lẻ tập xác định.

D. Hàm số không chẵn tập xác định.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Xét hàm $y = f(x) = \tan x + 2 \sin x$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D \text{ và } f(-x) = \tan(-x) + 2 \sin(-x) = -f(x)$$

Kết luận: $y = \tan x + 2 \sin x$ là hàm số lẻ trên tập xác định của nó.

Câu 13: Hàm số $y = \sin x \cdot \cos^3 x$ là:

A. Hàm số lẻ trên \mathbb{R} .

B. Hàm số chẵn trên \mathbb{R} .

C. Hàm số không lẻ trên \mathbb{R} .

D. Hàm số không chẵn \mathbb{R} .

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Xét hàm $y = f(x) = \sin x \cdot \cos^3 x$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

$$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D \text{ và } f(-x) = \sin(-x) \cdot \cos^3(-x) = -f(x)$$

Kết luận: $y = \sin x \cdot \cos^3 x$ là hàm số lẻ \mathbb{R} .

Câu 14: Hàm số $y = \sin x + 5 \cos x$ là:

A. Hàm số lẻ trên \mathbb{R} .

B. Hàm số chẵn trên \mathbb{R} .

C. Hàm số không chẵn, không lẻ trên \mathbb{R} .

D. Cả A, B, C đều sai.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Xét hàm $y = f(x) = \sin x + 5 \cos x$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}.$$

$$\text{Chọn } \pm \frac{\pi}{4} \in \mathbb{R}. \text{ Ta có: } f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}; f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}$$

$$\text{Vì } \begin{cases} f\left(-\frac{\pi}{4}\right) \neq f\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ f\left(-\frac{\pi}{4}\right) \neq -f\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{cases} \text{ nên hàm số không chẵn, không lẻ trên } \mathbb{R}.$$

Câu 15: Hàm số nào sau đây không chẵn, không lẻ ?

A. $y = \frac{\sin x + \tan x}{2 \cos^2 x}$.

B. $y = \tan x - \cot x$.

C. $y = \sin 2x + \cos 2x$.

D. $y = \sqrt{2 - \sin^2 3x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Xét hàm $y = f(x) = \sin 2x + \cos 2x$

$$\text{TXĐ là } D = \mathbb{R}.$$

$$\text{Chọn } \pm \frac{\pi}{8} \in \mathbb{R}. \text{ Ta có: } f\left(-\frac{\pi}{8}\right) = 2\sqrt{2}; f\left(\frac{\pi}{8}\right) = 3\sqrt{2}$$

$$\text{Vì } \begin{cases} f\left(-\frac{\pi}{8}\right) \neq f\left(\frac{\pi}{8}\right) \\ f\left(-\frac{\pi}{8}\right) \neq -f\left(\frac{\pi}{8}\right) \end{cases} \text{ nên hàm số không chẵn, không lẻ trên } \mathbb{R}.$$

Câu 16: Hàm số $y = \sin x + 5 \cos x$ là:

- A. Hàm số lẻ trên \mathbb{R} .
 B. Hàm số chẵn trên \mathbb{R} .
 C. Hàm số không chẵn, không lẻ trên \mathbb{R} .
 D. Cả A, B, C đều sai.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Xét hàm $y = f(x) = \sin x + 5 \cos x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Chọn $\pm \frac{\pi}{4} \in \mathbb{R}$. Ta có: $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}$

$$\text{Vì } \begin{cases} f\left(-\frac{\pi}{4}\right) \neq f\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ f\left(-\frac{\pi}{4}\right) \neq -f\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{cases} \text{ nên hàm số không chẵn, không lẻ trên } \mathbb{R}.$$

Câu 17: Hàm số nào sau đây không chẵn, không lẻ ?

- A. $y = \frac{\sin x + \tan x}{2 \cos^2 x}$.
 B. $y = \tan x - \cot x$.
 C. $y = \sin 2x + \cos 2x$.
 D. $y = \sqrt{2 - \sin^2 3x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Xét hàm $y = f(x) = \sin 2x + \cos 2x$

TXĐ là $D = \mathbb{R}$.

Chọn $\pm \frac{\pi}{8} \in \mathbb{R}$. Ta có: $f\left(-\frac{\pi}{8}\right) = 2\sqrt{2}$; $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = 3\sqrt{2}$

$$\text{Vì } \begin{cases} f\left(-\frac{\pi}{8}\right) \neq f\left(\frac{\pi}{8}\right) \\ f\left(-\frac{\pi}{8}\right) \neq -f\left(\frac{\pi}{8}\right) \end{cases} \text{ nên hàm số không chẵn, không lẻ trên } \mathbb{R}.$$

Câu 18: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn:

- A. $y = 5 \sin x \cdot \tan 2x$.
 B. $y = 3 \sin x + \cos x$.
 C. $y = 2 \sin 3x + 5$.
 D. $y = \tan x - 2 \sin x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Xét hàm $y = f(x) = 5 \sin x \cdot \tan 2x$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $f(-x) = 5 \sin(-x) \cdot \tan(-2x) = 5 \sin x \cdot \tan 2x = f(x)$.

Vậy $y = f(x) = 5 \sin x \cdot \tan 2x$ là hàm số chẵn trên tập xác định của nó.

Câu 19: Hàm số nào sau đây không chẵn, không lẻ:

A. $y = \frac{\sin x + \tan x}{2 \cos^3 x}$.

B. $y = \tan x + \cot x$.

C. $y = \sin 2x + \cos 2x$.

D. $y = \sqrt{2 - \sin^2 3x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $\frac{\pi}{6} \in D \Rightarrow -\frac{\pi}{6} \in D$

Vì $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \neq \pm f\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ nên hàm số không chẵn không lẻ trên \mathbb{R} .

Nhận xét: Tổng của một hàm chẵn và một hàm lẻ là một hàm không chẵn không lẻ.

Câu 20: Trong các hàm số sau đây hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \sin^2 x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = -\cos x$.

D. $y = \sin x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Xét hàm $y = f(x) = \sin x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $f(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -f(x)$.

Vậy $y = f(x) = \sin x$ là hàm số lẻ trên tập xác định của nó.

Câu 21: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = -\sin x$.

B. $y = \cos x - \sin x$.

C. $y = \cos x + \sin^2 x$.

D. $y = \cos x \sin x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Xét hàm $y = f(x) = \cos x + \sin^2 x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $f(-x) = \cos(-x) + \sin^2(-x) = \cos x + \sin^2 x = f(x)$.

Vậy $y = f(x) = \cos x + \sin^2 x$ là hàm số chẵn trên \mathbb{R} .

Câu 22: Trong các hàm số dưới đây có bao nhiêu hàm số là hàm số chẵn:

$y = \cos 3x$ (1);

$y = \sin(x^2 + 1)$ (2);

$y = \tan^2 x$ (3);

$y = \cot x$ (4).

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

+ Xét hàm $y = f(x) = \cos 3x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$f(-x) = \cos(-3x) = \cos 3x = f(x)$

Do đó, $y = f(x) = \cos 3x$ là hàm chẵn trên tập xác định của nó.

+ Xét hàm $y = g(x) = \sin(x^2 + 1)$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$$g(-x) = \sin((-x)^2 + 1) = \sin(x^2 + 1) = g(x)$$

Do đó: $y = g(x) = \sin(x^2 + 1)$ là hàm **chẵn** trên \mathbb{R} .

+ Xét hàm $y = h(x) = \tan^2 x$.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$$h(-x) = \tan^2(-x) = \tan^2 x = h(x)$$

Do đó: $y = h(x) = \tan^2 x$ là hàm số **chẵn** trên D .

+ Xét hàm $y = t(x) = \cot x$.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$$t(-x) = \cot(-x) = -\cot x = -t(x)$$

Do đó: $y = t(x) = \cot x$ là hàm số **lẻ** trên D .

Vậy (1), (2), (3) là các hàm số chẵn.

Câu 24: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \sin x$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = x^2$.

D. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D$, $k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k2\pi \in D$ và $x + k2\pi \in D$, $\sin(x + k2\pi) = \sin x$.

Vậy $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn.

Câu 25: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \sin x - x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = x \sin x$

D. $y = \frac{x^2 + 1}{x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D$, $k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k2\pi \in D$ và $x + k2\pi \in D$, $\cos(x + k2\pi) = \cos x$.

Vậy $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn.

Câu 26: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = x \cos x$.

B. $y = x \tan x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \frac{1}{x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Xét hàm số $y = \tan x$

$$\text{Tập xác định của hàm số: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Với mọi $x \in D$, $k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k\pi \in D$ và $x + k\pi \in D$, $\tan(x + k\pi) = \tan x$.

Vậy $y = \tan x$ là hàm số tuần hoàn.

Câu 27: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

- A. $y = \frac{\sin x}{x}$. B. $y = \tan x + x$. C. $y = x^2 + 1$. D. $y = \cot x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Xét hàm số $y = \cot x$,

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Với mọi $x \in D, k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k\pi \in D$ và $x + k\pi \in D, \cot(x + k\pi) = \cot x$.

Vậy $y = \cot x$ là hàm tuần hoàn.

Câu 29: Chu kỳ của hàm số $y = \sin x$ là:

- A. $k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\frac{\pi}{2}$. C. π . D. 2π .

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D, k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k2\pi \in D$ và $x + k2\pi \in D, \sin(x + k2\pi) = \sin x$.

Vậy $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π (ứng với $k=1$) là số dương nhỏ nhất thỏa $\sin(x + k2\pi) = \sin x$.

Câu 30: Chu kỳ của hàm số $y = \cos x$ là:

- A. $k2\pi$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. π . D. 2π .

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D, k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k2\pi \in D$ và $x + k2\pi \in D, \cos(x + k2\pi) = \cos x$.

Vậy $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π (ứng với $k=1$) là số dương nhỏ nhất thỏa $\cos(x + k2\pi) = \cos x$.

Câu 31: Chu kỳ của hàm số $y = \tan x$ là:

- A. 2π . B. $\frac{\pi}{4}$. C. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. π .

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Với mọi $x \in D, k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k\pi \in D$ và $x + k\pi \in D, \tan(x + k\pi) = \tan x$.

Vậy $y = \tan x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π (ứng với $k=1$) là số dương nhỏ nhất thỏa $\tan(x + k\pi) = \tan x$.

Câu 33: Chu kỳ của hàm số $y = \cot x$ là:

- A. 2π . B. $\frac{\pi}{2}$. C. π . D. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Với mọi $x \in D$, $k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k\pi \in D$ và $x + k\pi \in D$, $\cot(x + k\pi) = \cot x$.

Vậy $y = \cot x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π (ứng với $k=1$) là số dương nhỏ nhất thỏa $\cot(x + k\pi) = \cot x$.

hoc360.net

DẠNG 2: SỰ BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Phương pháp.

Cho hàm số $y = f(x)$ tuần hoàn với chu kỳ T

* Để khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số, ta chỉ cần khảo sát và vẽ đồ thị hàm số trên một đoạn có độ dài bằng T sau đó ta tịnh tiến theo các véc tơ $k\vec{v}$ (với $\vec{v} = (T; 0)$, $k \in \mathbb{Z}$) ta được toàn bộ đồ thị của hàm số.

* Số nghiệm của phương trình $f(x) = k$, (với k là hằng số) chính bằng số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = k$.

* Nghiệm của bất phương trình $f(x) \geq 0$ là miền x mà đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm trên trục Ox .

Câu 1: Hàm số $y = \sin x$:

A. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

B. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2} + k2\pi; \frac{5\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

C. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

D. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng

$\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Hàm số $y = \cos x$:

A. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

B. Đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

C. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

D. Đồng biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; 3\pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3: Hàm số: $y = \sqrt{3} + 2\cos x$ tăng trên khoảng:

- A.** $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{7\pi}{6}; 2\pi\right)$. **D.** $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Vì hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$ nên hàm số $y = \sqrt{3} + 2\cos x$ cũng đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$

Vì $\left(\frac{7\pi}{6}; 2\pi\right) \subset (\pi; 2\pi)$ (với $k = 1$) nên hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{7\pi}{6}; 2\pi\right)$

Câu 4: Hàm số nào đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right)$:

- A.** $y = \cos x$. **B.** $y = \cot 2x$. **C.** $y = \sin x$. **D.** $y = \cos 2x$.

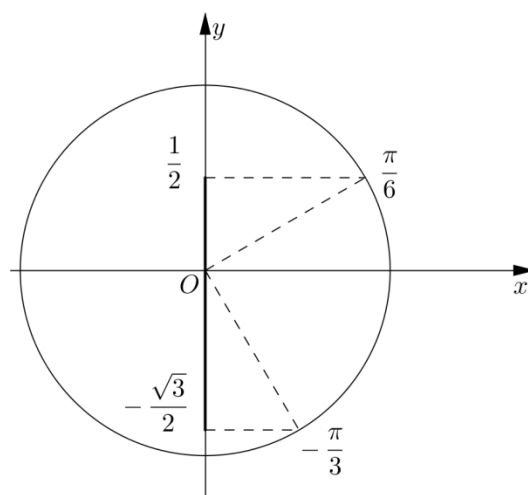
Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Quan sát trên đường tròn lượng giác,

ta thấy trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right)$ hàm $y = \sin x$ tăng dần

(tăng từ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ đến $\frac{1}{2}$).



Câu 5: Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** Hàm số $y = \sin x$ tăng trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
- B.** Hàm số $y = \cot x$ giảm trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số $y = \tan x$ tăng trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

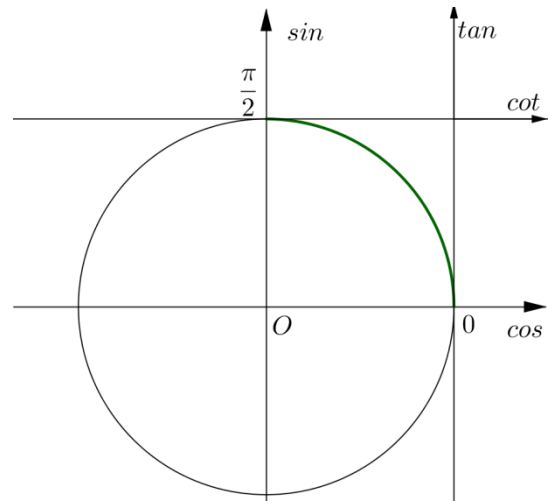
D. Hàm số $y = \cos x$ tăng trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Quan sát trên đường tròn lượng giác,

trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ta thấy: $y = \cos x$ **giảm** dần.



Câu 7: Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên:

A. Khoảng $(0; \pi)$.

B. Các khoảng $\left(-\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. Các khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

D. Khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$

Mà $\left(-\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi\right) \subset \left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với mỗi $k \in \mathbb{Z}$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 9: Hàm số $y = \cos x$:

A. Tăng trong $[0; \pi]$.

B. Tăng trong $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ và giảm trong $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

C. Nghịch biến $[0; \pi]$.

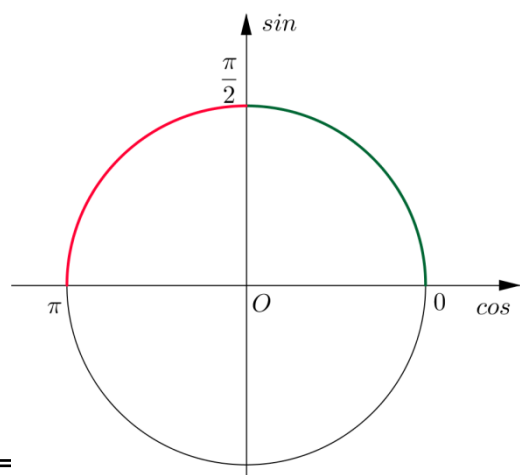
D. Các khẳng định trên đều sai.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Quan sát trên đường tròn lượng giác,

ta thấy: trên khoảng $[0; \pi]$ hàm $y = \cos x$ giảm dần (giảm từ giá trị 1 đến -1)



Chú ý: Hàm số $y = \cos x$ tăng trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và giảm trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$

Câu 10: Hàm số $y = \cos x$ đồng **biến** trên đoạn nào dưới đây:

- A. $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. B. $[\pi; 2\pi]$. C. $[-\pi; \pi]$. D. $[0; \pi]$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Do hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$, cho $k = 1 \Rightarrow (\pi; 2\pi)$

Câu 12: Hàm số nào sau **đây** có tính đơn điệu trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khác với các hàm số còn lại ?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan x$. D. $y = -\cot x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Do hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ba hàm số còn lại $y = \sin x$, $y = \tan x$, $y = -\cot x$ đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 13: Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng:

- A. $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. B. $\left(0; \frac{\pi}{2}\right]$. C. $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Do hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 14: Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.
B. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.
C. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right)$.
D. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Do hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$, cho $k = 0 \Rightarrow (-\pi; 0)$ suy ra đồng biến trên

$\left(-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 15: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. $y = \sin x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = -\cot x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Do hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 16: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$?

A. $y = \sin x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \cot x$.

D. $y = \tan x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Do hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$, cho $k = 1 \Rightarrow \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

DẠNG 3: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin 2x - 5$ lần lượt là:

- A. -8 và -2. B. 2 và 8. C. -5 và 2. D. -5 và 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có :

$$-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\sin 2x \leq 3 \Leftrightarrow -3 - 5 \leq 3\sin 2x - 5 \leq 3 - 5 \Leftrightarrow -8 \leq y = 3\sin 2x - 5 \leq -2$$

Vậy giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là -8 và -2.

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 7 - 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ lần lượt là:

- A. -2 và 7. B. -2 và 2. C. 5 và 9. D. 4 và 7.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có : } -1 \leq \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq -2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 2 \Leftrightarrow 7 - 2 \leq y = 7 - 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 7 - (-2)$$

Hay $5 \leq y \leq 9$.

Do đó giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là 5 và 9.

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1$ lần lượt là:

- A. $\sqrt{2}$ và 2. B. 2 và 4. C. $4\sqrt{2}$ và 8. D. $4\sqrt{2} - 1$ và 7.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có :

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow 2 \leq \sin x + 3 \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{2} \leq \sqrt{\sin x + 3} \leq 2 \Leftrightarrow 4\sqrt{2} - 1 \leq y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1 \leq 4 \cdot 2 - 1 = 7$$

Do đó giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $4\sqrt{2} - 1$ và 7.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4\sin x - 5$ là:

- A. -20. B. -8. C. 0. D. 9.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có } y = \sin^2 x - 4\sin x - 5 = (\sin x - 2)^2 - 9$$

$$\text{Khi đó : } -1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq \sin x - 2 \leq -1 \Rightarrow 1 \leq (\sin x - 2)^2 \leq 9$$

$$\text{Do đó : } y = (\sin x - 2)^2 - 9 \geq 1 - 9 = -8.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là -8.

Câu 5: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 - 2\cos x - \cos^2 x$ là:

- A. 2. B. 5. C. 0. D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có : } y = 1 - 2\cos x - \cos^2 x = 2 - (\cos x + 1)^2$$

$$\text{Nhận xét : } -1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \cos x + 1 \leq 2 \Rightarrow 0 \leq (\cos x + 1)^2 \leq 4$$

$$\text{Do đó } y = 2 - (\cos x + 1)^2 \leq 2 - 0 = 2.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là 2.

Câu 6: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2 + 3\sin 3x$

A. $\min y = -2; \max y = 5$

B. $\min y = -1; \max y = 4$

C. $\min y = -1; \max y = 5$

D. $\min y = -5; \max y = 5$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $-1 \leq \sin 3x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq y \leq 5$. Suy ra: $\min y = -1; \max y = 5$

Câu 7: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 - 4\sin^2 2x$

A. $\min y = -2; \max y = 1$

B. $\min y = -3; \max y = 5$

C. $\min y = -5; \max y = 1$

D. $\min y = -3; \max y = 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $0 \leq \sin^2 2x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq y \leq 1$. Suy ra: $\min y = -3; \max y = 1$

Câu 8: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2\cos(3x - \frac{\pi}{3}) + 3$

A. $\min y = 2, \max y = 5$

B. $\min y = 1, \max y = 4$

C. $\min y = 1, \max y = 5$

D. $\min y = 1, \max y = 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\min y = 1$ đạt được khi $x = \frac{4\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}$

$\max y = 5$ đạt được khi $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}$

Câu 9: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{3 - 2\sin^2 2x} + 4$

A. $\min y = 6, \max y = 4 + \sqrt{3}$

B. $\min y = 5, \max y = 4 + 2\sqrt{3}$

C. $\min y = 5, \max y = 4 + 3\sqrt{3}$

D. $\min y = 5, \max y = 4 + \sqrt{3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\min y = 5$ đạt được khi $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

$\max y = 4 + \sqrt{3}$ đạt được khi $x = k\frac{\pi}{2}$

Câu 10: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{2\sin x + 3}$

A. $\max y = \sqrt{5}, \min y = 1$

B. $\max y = \sqrt{5}, \min y = 2\sqrt{5}$

C. $\max y = \sqrt{5}, \min y = 2$

D. $\max y = \sqrt{5}, \min y = 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $1 \leq 2\sin x + 3 \leq 5 \Rightarrow 1 \leq y \leq \sqrt{5}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\max y = \sqrt{5}$, đạt được khi $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Giá trị nhỏ nhất bằng $\min y = 1$, đạt được khi $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 11: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 - \sqrt{2\cos^2 x + 1}$

A. $\max y = 1, \min y = 1 - \sqrt{3}$

B. $\max y = 3, \min y = 1 - \sqrt{3}$

C. $\max y = 2, \min y = 1 - \sqrt{3}$

D. $\max y = 0, \min y = 1 - \sqrt{3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $1 \leq \sqrt{2\cos^2 x + 1} \leq \sqrt{3} \Rightarrow 1 - \sqrt{3} \leq y \leq 0$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $\max y = 0$, đạt được khi $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $\min y = 1 - \sqrt{3}$, đạt được khi $x = k\pi$.

Câu 12: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

A. $\min y = -2, \max y = 4$

B. $\min y = 2, \max y = 4$

C. $\min y = -2, \max y = 3$

D. $\min y = -1, \max y = 4$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $-1 \leq \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Rightarrow -2 \leq y \leq 4$

• $y = -2 \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \Rightarrow \min y = -2$

Câu 13: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3 - 2\cos^2 3x$

A. $\min y = 1, \max y = 2$

B. $\min y = 1, \max y = 3$

C. $\min y = 2, \max y = 3$

D. $\min y = -1, \max y = 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $0 \leq \cos^2 3x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq y \leq 3$

• $y = 1 \Leftrightarrow \cos^2 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3} \Rightarrow \min y = 1$

• $y = 3 \Leftrightarrow \cos^2 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \Rightarrow \max y = 3$

Câu 14: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + \sqrt{2 + \sin 2x}$

A. $\min y = 2, \max y = 1 + \sqrt{3}$

B. $\min y = 2, \max y = 2 + \sqrt{3}$

C. $\min y = 1, \max y = 1 + \sqrt{3}$

D. $\min y = 1, \max y = 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Rightarrow 2 \leq y \leq 1 + \sqrt{3}$

• $y = 2 \Leftrightarrow \sin 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow \min y = 2$

• $y = 1 + \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow \max y = 1 + \sqrt{3}$

Câu 15: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{4}{1 + 2\sin^2 x}$

A. $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 4$

B. $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 3$

C. $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 2$

D. $\min y = \frac{1}{2}, \max y = 4$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow \frac{4}{3} \leq y \leq 4$

• $y = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow \min y = \frac{4}{3}$

Câu 16: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2\sin^2 x + \cos^2 2x$

A. $\max y = 4, \min y = \frac{3}{4}$

B. $\max y = 3, \min y = 2$

C. $\max y = 4, \min y = 2$

D. $\max y = 3, \min y = \frac{3}{4}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đặt $t = \sin^2 x, 0 \leq t \leq 1 \Rightarrow \cos 2x = 1 - 2t$

$\Rightarrow y = 2t + (1 - 2t)^2 = 4t^2 - 2t + 1 = (2t - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$.

Do $0 \leq t \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq 2t - \frac{1}{2} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 0 \leq (2t - \frac{1}{2})^2 \leq \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} \leq y \leq 3$.

Vậy $\max y = 3$ đạt được khi $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

$\min y = \frac{3}{4}$ đạt được khi $\sin^2 x = \frac{1}{4}$.

Câu 17: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3\sin x + 4\cos x + 1$

A. $\max y = 6, \min y = -2$

B. $\max y = 4, \min y = -4$

C. $\max y = 6, \min y = -4$

D. $\max y = 6, \min y = -1$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Áp dụng BĐT $(ac + bd)^2 \leq (c^2 + d^2)(a^2 + b^2)$.

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

Ta có: $(3\sin x + 4\cos x)^2 \leq (3^2 + 4^2)(\sin^2 x + \cos^2 x) = 25$

$\Rightarrow -5 \leq 3\sin x + 4\cos x \leq 5 \Rightarrow -4 \leq y \leq 6$.

Vậy $\max y = 6$, đạt được khi $\tan x = \frac{3}{4}$.

$\min y = -4$, đạt được khi $\tan x = -\frac{3}{4}$.

Chú ý: Với cách làm tương tự ta có được kết quả tổng quát sau

$\max(a\sin x + b\cos x) = \sqrt{a^2 + b^2}, \min(a\sin x + b\cos x) = -\sqrt{a^2 + b^2}$

Tức là: $-\sqrt{a^2 + b^2} \leq a\sin x + b\cos x \leq \sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 18: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3\sin x + 4\cos x - 1$

A. $\min y = -6; \max y = 4$

B. $\min y = -6; \max y = 5$

C. $\min y = -3; \max y = 4$

D. $\min y = -6; \max y = 6$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có : $y = 5\sin(x+\alpha) - 1$ trong đó $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thỏa
$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = \frac{3}{5} \end{cases}$$

Suy ra $\min y = -6; \max y = 4$.

Câu 19: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2\sin^2 x + 3\sin 2x - 4\cos^2 x$

A. $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} + 1$

B. $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} - 1$

C. $\min y = -3\sqrt{2}; \max y = 3\sqrt{2} - 1$

D. $\min y = -3\sqrt{2} - 2; \max y = 3\sqrt{2} - 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $y = 1 - \cos 2x + 3\sin 2x - 2(1 + \cos 2x)$
 $= 3\sin 2x - 3\cos 2x - 1 = 3\sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$

Suy ra $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} - 1$.

Câu 20: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sin^2 x + 3\sin 2x + 3\cos^2 x$

A. $\max y = 2 + \sqrt{10}; \min y = 2 - \sqrt{10}$

B. $\max y = 2 + \sqrt{5}; \min y = 2 - \sqrt{5}$

C. $\max y = 2 + \sqrt{2}; \min y = 2 - \sqrt{2}$

D. $\max y = 2 + \sqrt{7}; \min y = 2 - \sqrt{7}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $y = \frac{1 - \cos 2x}{2} + 3\sin 2x + \frac{3(1 + \cos 2x)}{2} = 3\sin 2x + \cos 2x + 2$.

Mà $-\sqrt{10} \leq 3\sin 2x + \cos 2x \leq \sqrt{10} \Rightarrow 2 - \sqrt{10} \leq y \leq 2 + \sqrt{10}$

Từ đó ta có được: $\max y = 2 + \sqrt{10}; \min y = 2 - \sqrt{10}$.

Câu 21: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2\sin 3x + 1$

A. $\min y = -2, \max y = 3$

B. $\min y = -1, \max y = 2$

C. $\min y = -1, \max y = 3$

D. $\min y = -3, \max y = 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Câu 22: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3 - 4\cos^2 2x$

A. $\min y = -1, \max y = 4$

B. $\min y = -1, \max y = 7$

C. $\min y = -1, \max y = 3$

D. $\min y = -2, \max y = 7$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Câu 23: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + 2\sqrt{4 + \cos 3x}$

A. $\min y = 1 + 2\sqrt{3}, \max y = 1 + 2\sqrt{5}$

B. $\min y = 2\sqrt{3}, \max y = 2\sqrt{5}$

C. $\min y = 1 - 2\sqrt{3}, \max y = 1 + 2\sqrt{5}$

D. $\min y = -1 + 2\sqrt{3}, \max y = -1 + 2\sqrt{5}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 24: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 4\sin 6x + 3\cos 6x$

- A. $\min y = -5, \max y = 5$ B. $\min y = -4, \max y = 4$
 C. $\min y = -3, \max y = 5$ D. $\min y = -6, \max y = 6$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 25: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{3}{1 + \sqrt{2 + \sin^2 x}}$

- A. $\min y = \frac{-3}{1 + \sqrt{3}}, \max y = \frac{3}{1 + \sqrt{2}}$ B. $\min y = \frac{3}{1 + \sqrt{3}}, \max y = \frac{4}{1 + \sqrt{2}}$
 C. $\min y = \frac{2}{1 + \sqrt{3}}, \max y = \frac{3}{1 + \sqrt{2}}$ D. $\min y = \frac{3}{1 + \sqrt{3}}, \max y = \frac{3}{1 + \sqrt{2}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Câu 26: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{3 \sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 4 \cos^2 x + 1}$

- A. $\min y = \frac{-6 - 3\sqrt{5}}{4}, \max y = \frac{-6 + 3\sqrt{5}}{4}$ B. $\min y = \frac{-4 - 3\sqrt{5}}{4}, \max y = \frac{-4 + 3\sqrt{5}}{4}$
 C. $\min y = \frac{-7 - 3\sqrt{5}}{4}, \max y = \frac{-7 + 3\sqrt{5}}{4}$ D. $\min y = \frac{-5 - 3\sqrt{5}}{4}, \max y = \frac{-5 + 3\sqrt{5}}{4}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Câu 27: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sin x + \sqrt{2 - \sin^2 x}$

- A. $\min y = 0, \max y = 3$ B. $\min y = 0, \max y = 4$
 C. $\min y = 0, \max y = 6$ D. $\min y = 0, \max y = 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có $y \geq 0 \quad \forall x$ và $y^2 = 2 + 2 \sin x \sqrt{2 - \sin^2 x}$

Mà $2 \left| \sin x \sqrt{2 - \sin^2 x} \right| \leq \sin^2 x + 2 - \sin^2 x = 2$

Suy ra $0 \leq y^2 \leq 4 \Rightarrow 0 \leq y \leq 2$

$\min y = 0$ đạt được khi $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

$\max y = 2$ đạt được khi $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 28: Tìm tập giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \tan^2 x - 4 \tan x + 1$

- A. $\min y = -2$ B. $\min y = -3$ C. $\min y = -4$ D. $\min y = -1$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có: $t = (\tan x - 2)^2 - 3$

$\min y = -3$ đạt được khi $\tan x = 2$

Không tồn tại \max .

Câu 29: Tìm tập giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \tan^2 x + \cot^2 x + 3(\tan x + \cot x) - 1$

- A. $\min y = -5$ B. $\min y = -3$ C. $\min y = -2$ D. $\min y = -4$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có: $y = (\tan x + \cot x)^2 + 3(\tan x + \cot x) - 3$

Đặt $t = \tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} \Rightarrow |t| \geq 2$

Suy ra $y = t^2 + 3t - 3 = f(t)$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f(t)$	↘		↗	
	-5	7		

Vậy $\min y = -5$ đạt được khi $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.

Không tồn tại $\max y$.

Câu 30: Tìm m để hàm số $y = \sqrt{5 \sin 4x - 6 \cos 4x + 2m - 1}$ xác định với mọi x .

- A. $m \geq 1$ B. $m \geq \frac{\sqrt{61} - 1}{2}$ C. $m < \frac{\sqrt{61} + 1}{2}$ D. $m \geq \frac{\sqrt{61} + 1}{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Hàm số xác định với mọi $x \Leftrightarrow 5 \sin 4x - 6 \cos 4x \geq 1 - 2m \quad \forall x$

Do $\min(5 \sin 4x - 6 \cos 4x) = -\sqrt{61} \Rightarrow -\sqrt{61} \geq 1 - 2m \Leftrightarrow m \geq \frac{\sqrt{61} + 1}{2}$.

Câu 31: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + \sqrt{3 + 2 \sin x}$

- A. $\min y = -2; \max y = 1 + \sqrt{5}$ B. $\min y = 2; \max y = \sqrt{5}$
 C. $\min y = 2; \max y = 1 + \sqrt{5}$ D. $\min y = 2; \max y = 4$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có: $1 \leq 3 + 2 \sin x \leq 5 \Rightarrow 2 \leq y \leq 1 + \sqrt{5}$. Suy ra: $\min y = 2; \max y = 1 + \sqrt{5}$

Câu 32: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 4 \sin 3x - 3 \cos 3x + 1$

- A. $\min y = -3; \max y = 6$ B. $\min y = -4; \max y = 6$
 C. $\min y = -4; \max y = 4$ D. $\min y = -2; \max y = 6$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có: $-5 \leq 4 \sin 3x - 3 \cos 3x \leq 5 \Rightarrow -4 \leq y \leq 6$. Suy ra: $\min y = -4; \max y = 6$

Câu 33: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{3} \cos x + \sin x + 4$

- A. $\min y = 2; \max y = 4$ B. $\min y = 2; \max y = 6$
 C. $\min y = 4; \max y = 6$ D. $\min y = 2; \max y = 8$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có: $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4$. Suy ra: $\min y = 2; \max y = 6$

Câu 34: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{\sin 2x + 2 \cos 2x + 3}{2 \sin 2x - \cos 2x + 4}$

A. $\min y = -\frac{2}{11}$; $\max y = 2$

B. $\min y = \frac{2}{11}$; $\max y = 3$

C. $\min y = \frac{2}{11}$; $\max y = 4$

D. $\min y = \frac{2}{11}$; $\max y = 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $2\sin 2x - \cos 2x + 4 \geq 4 - \sqrt{5} > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$$y = \frac{\sin 2x + 2\cos 2x + 3}{2\sin 2x - \cos 2x + 4} \Leftrightarrow (2y - 1)\sin 2x - (y + 2)\cos 2x = 3 - 4y$$

$$\Rightarrow (2y - 1)^2 + (y + 2)^2 \geq (3 - 4y)^2 \Leftrightarrow 11y^2 - 24y + 4 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{11} \leq y \leq 2$$

Suy ra: $\min y = \frac{2}{11}$; $\max y = 2$.

Câu 35: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{2\sin^2 3x + 4\sin 3x \cos 3x + 1}{\sin 6x + 4\cos 6x + 10}$

A. $\min y = \frac{11 - 9\sqrt{7}}{83}$; $\max y = \frac{11 + 9\sqrt{7}}{83}$

B. $\min y = \frac{22 - 9\sqrt{7}}{11}$; $\max y = \frac{22 + 9\sqrt{7}}{11}$

C. $\min y = \frac{33 - 9\sqrt{7}}{83}$; $\max y = \frac{33 + 9\sqrt{7}}{83}$

D. $\min y = \frac{22 - 9\sqrt{7}}{83}$; $\max y = \frac{22 + 9\sqrt{7}}{83}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $\sin 6x + 4\cos 6x + 10 \geq 10 - \sqrt{17} > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$$y = \frac{2\sin 6x - \cos 6x + 2}{\sin 6x + 4\cos 6x + 10} \Leftrightarrow (y - 2)\sin 6x + (4y + 1)\cos 6x = 2 - 10y$$

$$\Rightarrow (y - 2)^2 + (4y + 1)^2 \geq (2 - 10y)^2 \Leftrightarrow 83y^2 - 44y - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{22 - 9\sqrt{7}}{83} \leq y \leq \frac{22 + 9\sqrt{7}}{83}$$

Suy ra: $\min y = \frac{22 - 9\sqrt{7}}{83}$; $\max y = \frac{22 + 9\sqrt{7}}{83}$.

Câu 36: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3\cos x + \sin x - 2$

A. $\min y = -2 - \sqrt{5}$; $\max y = -2 + \sqrt{5}$

B. $\min y = -2 - \sqrt{7}$; $\max y = -2 + \sqrt{7}$

C. $\min y = -2 - \sqrt{3}$; $\max y = -2 + \sqrt{3}$

D. $\min y = -2 - \sqrt{10}$; $\max y = -2 + \sqrt{10}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Xét phương trình: $3\cos x + \sin x = y + 2$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 3^2 + 1^2 \geq (y + 2)^2 \Leftrightarrow -2 - \sqrt{10} \leq y \leq -2 + \sqrt{10}$

Vậy $\min y = -2 - \sqrt{10}$; $\max y = -2 + \sqrt{10}$.

Câu 37: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{\sin^2 2x + 3\sin 4x}{2\cos^2 2x - \sin 4x + 2}$

A. $\min y = \frac{5 - \sqrt{97}}{4}$, $\max y = \frac{5 + \sqrt{97}}{4}$

B. $\min y = \frac{5 - \sqrt{97}}{18}$, $\max y = \frac{5 + \sqrt{97}}{18}$

C. $\min y = \frac{5-\sqrt{97}}{8}$, $\max y = \frac{5+\sqrt{97}}{8}$

D. $\min y = \frac{7-\sqrt{97}}{8}$, $\max y = \frac{7+\sqrt{97}}{8}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $y = \frac{6\sin 4x - \cos 4x + 1}{2\cos 4x - 2\sin 4x + 6}$

(do $\cos 4x - \sin 4x + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$)

$\Leftrightarrow (6+2y)\sin 4x - (1+2y)\cos 4x = 6y - 1$

$\Rightarrow (6+2y)^2 + (1+2y)^2 \geq (6y-1)^2 \Leftrightarrow 8y^2 - 10y - 9 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{5-\sqrt{97}}{8} \leq y \leq \frac{5+\sqrt{97}}{8}$

Vậy $\min y = \frac{5-\sqrt{97}}{8}$, $\max y = \frac{5+\sqrt{97}}{8}$.

Câu 38: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau

$y = 3(3\sin x + 4\cos x)^2 + 4(3\sin x + 4\cos x) + 1$

A. $\min y = \frac{1}{3}$; $\max y = 96$

B. $\min y = \frac{1}{3}$; $\max y = 6$

C. $\min y = -\frac{1}{3}$; $\max y = 96$

D. $\min y = 2$; $\max y = 6$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Đặt $t = 3\sin x + 4\cos x \Rightarrow t \in [-5; 5]$

Khi đó: $y = 3t^2 + 4t + 1 = f(t)$ với $t \in [-5; 5]$

Do $\min y = f(-\frac{2}{3}) = -\frac{1}{3}$; $\max y = f(5) = 96$.

Câu 39: Tìm m để các bất phương trình $(3\sin x - 4\cos x)^2 - 6\sin x + 8\cos x \geq 2m - 1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

A. $m > 0$

B. $m \leq 0$

C. $m < 0$

D. $m \leq 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Đặt $t = 3\sin x - 4\cos x \Rightarrow -5 \leq t \leq 5$

Ta có: $y = (3\sin x - 4\cos x)^2 - 6\sin x + 8\cos x$

$= t^2 - 2t = (t-1)^2 - 1$

Do $-5 \leq t \leq 5 \Rightarrow 0 \leq (t-1)^2 \leq 36 \Rightarrow \min y = -1$

Suy ra yêu cầu bài toán $-1 \geq 2m - 1 \Leftrightarrow m \leq 0$.

Câu 40: Tìm m để các bất phương trình $\frac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 4\cos^2 x + 1} \leq m + 1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

A. $m \geq \frac{3\sqrt{5}}{4}$

B. $m \geq \frac{3\sqrt{5} + 9}{4}$

C. $m \geq \frac{3\sqrt{5} - 9}{2}$

D. $m \geq \frac{3\sqrt{5} - 9}{4}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Đặt $y = \frac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 2\cos 2x + 3}$

(Do $\sin 2x + 2\cos 2x + 3 > 0 \forall x \Rightarrow$ hàm số xác định trên \mathbb{R})

$\Leftrightarrow (3-y)\sin 2x + (1-2y)\cos 2x = 3y$

Suy ra $(3-y)^2 + (1-2y)^2 \geq 9y^2 \Leftrightarrow 2y^2 + 5y - 5 \leq 0$

$$\Leftrightarrow \frac{-5-3\sqrt{5}}{4} \leq y \leq \frac{-5+3\sqrt{5}}{4} \Rightarrow \max y = \frac{-5+3\sqrt{5}}{4}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \frac{-5+3\sqrt{5}}{4} \leq m+1 \Leftrightarrow m \geq \frac{3\sqrt{5}-9}{4}$.

Câu 41: Tìm m để các bất phương trình $\frac{4\sin 2x + \cos 2x + 17}{3\cos 2x + \sin 2x + m + 1} \geq 2$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

A. $\sqrt{10} - 3 < m \leq \frac{15 - \sqrt{29}}{2}$

B. $\sqrt{10} - 1 < m \leq \frac{15 - \sqrt{29}}{2}$

C. $\sqrt{10} - 1 < m \leq \frac{15 + \sqrt{29}}{2}$

D. $\sqrt{10} - 1 < m < \sqrt{10} + 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Trước hết ta có: $3\cos 2x + \sin 2x + m + 1 \neq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 3^2 + 1^2 < (m+1)^2 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 - \sqrt{10} \\ m > -1 + \sqrt{10} \end{cases} (*)$$

• $m > -1 + \sqrt{10} \Rightarrow 3\cos 2x + \sin 2x + m + 1 > 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Nên $\frac{4\sin 2x + \cos 2x + 17}{3\cos 2x + \sin 2x + m + 1} \geq 2 \Leftrightarrow 2\sin 2x - 5\cos 2x \geq 2m - 15$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{29} \geq 2m - 15 \Leftrightarrow m \leq \frac{15 - \sqrt{29}}{2}$$

Suy ra: $\sqrt{10} - 1 < m \leq \frac{15 - \sqrt{29}}{2}$

• $m < -1 - \sqrt{10} \Rightarrow 3\cos 2x + \sin 2x + m + 1 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Nên $\frac{4\sin 2x + \cos 2x + 17}{3\cos 2x + \sin 2x + m + 1} \geq 2 \Leftrightarrow 2\sin 2x - 5\cos 2x \leq 2m - 15$

$$\Leftrightarrow \sqrt{29} \leq 2m - 15 \Leftrightarrow m \geq \frac{15 + \sqrt{29}}{2} \text{ (loại)}$$

Vậy $\sqrt{10} - 1 < m \leq \frac{15 - \sqrt{29}}{2}$ là những giá trị cần tìm.

Câu 42: Cho $x, y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thỏa $\cos 2x + \cos 2y + 2\sin(x+y) = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{\sin^4 x}{y} + \frac{\cos^4 y}{x}$$

A. $\min P = \frac{3}{\pi}$

B. $\min P = \frac{2}{\pi}$

C. $\min P = \frac{2}{3\pi}$

D. $\min P = \frac{5}{\pi}$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\cos 2x + \cos 2y + 2\sin(x+y) = 2 \Leftrightarrow \sin^2 x + \sin^2 y = \sin(x+y)$

Suy ra: $x + y = \frac{\pi}{2}$

Áp dụng bất: $\frac{a^2}{m} + \frac{b^2}{n} \geq \frac{(a+b)^2}{m+n}$

Suy ra: $P \geq \frac{(\sin^2 x + \sin^2 y)^2}{x+y} = \frac{2}{\pi}$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x = y = \frac{\pi}{4}$.

Do đó: $\min P = \frac{2}{\pi}$.

Câu 43: Tìm k để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{k \sin x + 1}{\cos x + 2}$ lớn hơn -1 .

A. $|k| < \sqrt{2}$

B. $|k| < 2\sqrt{3}$

C. $|k| < \sqrt{3}$

D. $|k| < 2\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải:

Ta có $y = \frac{k \sin x + 1}{\cos x + 2} \Leftrightarrow y \cos x - k \sin x + 2y - 1 = 0$

$$\Rightarrow y^2 + k^2 \geq (2y-1)^2 \Leftrightarrow 3y^2 - 4y + 1 - k^2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{3k^2 + 1}}{3} \leq y \leq \frac{2 + \sqrt{3k^2 + 1}}{3}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{3k^2 + 1}}{3} > -1 \Leftrightarrow 5 > \sqrt{3k^2 + 1} \Leftrightarrow |k| < 2\sqrt{2}$.