

DẠNG 2: SỰ BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Phương pháp.

Cho hàm số $y = f(x)$ tuần hoàn với chu kỳ T

* Để khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số, ta chỉ cần khảo sát và vẽ đồ thị hàm số trên một đoạn có độ dài bằng T sau đó ta tịnh tiến theo các véc tơ $k\vec{v}$ (với $\vec{v} = (T; 0)$, $k \in \mathbb{Z}$) ta được toàn bộ đồ thị của hàm số.

* Số nghiệm của phương trình $f(x) = k$, (với k là hằng số) chính bằng số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = k$.

* Nghiệm của bất phương trình $f(x) \geq 0$ là miền x mà đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm trên trục Ox .

Câu 1: Hàm số $y = \sin x$:

A. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

B. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2} + k2\pi; \frac{5\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

C. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

D. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng

$\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Hàm số $y = \cos x$:

A. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

B. Đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

C. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

D. Đồng biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; 3\pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3: Hàm số: $y = \sqrt{3} + 2\cos x$ tăng trên khoảng:

- A.** $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{7\pi}{6}; 2\pi\right)$. **D.** $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Vì hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$ nên hàm số $y = \sqrt{3} + 2\cos x$ cũng đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$

Vì $\left(\frac{7\pi}{6}; 2\pi\right) \subset (\pi; 2\pi)$ (với $k = 1$) nên hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{7\pi}{6}; 2\pi\right)$

Câu 4: Hàm số nào đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right)$:

- A.** $y = \cos x$. **B.** $y = \cot 2x$. **C.** $y = \sin x$. **D.** $y = \cos 2x$.

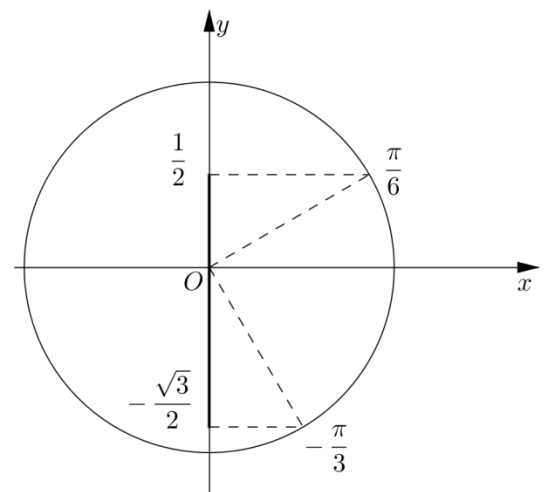
Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Quan sát trên đường tròn lượng giác,

ta thấy trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right)$ hàm $y = \sin x$ tăng dần

(tăng từ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ đến $\frac{1}{2}$).



Câu 5: Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** Hàm số $y = \sin x$ tăng trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
- B.** Hàm số $y = \cot x$ giảm trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số $y = \tan x$ tăng trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

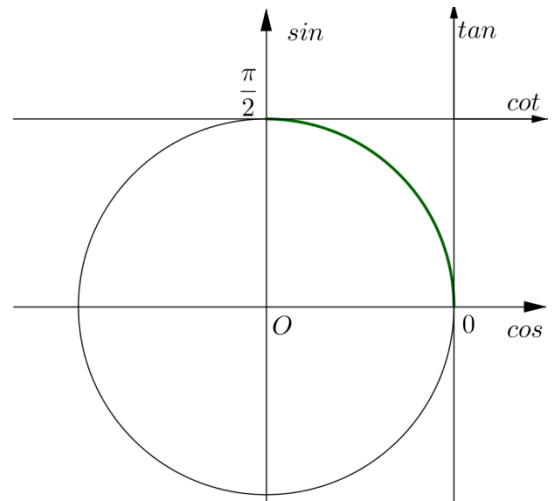
D. Hàm số $y = \cos x$ tăng trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Quan sát trên đường tròn lượng giác,

trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ta thấy: $y = \cos x$ **giảm** dần.



Câu 7: Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên:

A. Khoảng $(0; \pi)$.

B. Các khoảng $\left(-\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. Các khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

D. Khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$

Mà $\left(-\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi\right) \subset \left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với mỗi $k \in \mathbb{Z}$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 9: Hàm số $y = \cos x$:

A. Tăng trong $[0; \pi]$.

B. Tăng trong $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ và giảm trong $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

C. Nghịch biến $[0; \pi]$.

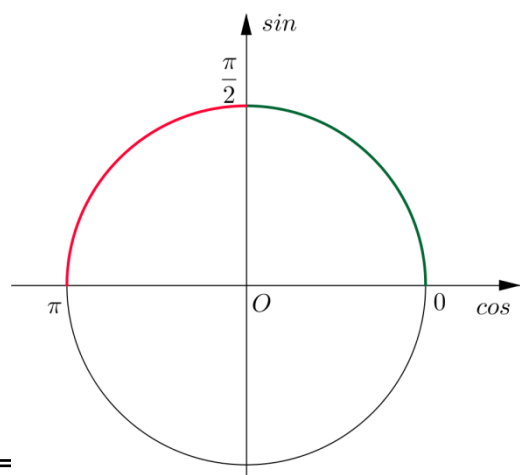
D. Các khẳng định trên đều sai.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Quan sát trên đường tròn lượng giác,

ta thấy: trên khoảng $[0; \pi]$ hàm $y = \cos x$ giảm dần (giảm từ giá trị 1 đến -1)



Chú ý: Hàm số $y = \cos x$ tăng trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và giảm trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$

Câu 10: Hàm số $y = \cos x$ đồng **biến** trên đoạn nào dưới đây:

- A. $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. B. $[\pi; 2\pi]$. C. $[-\pi; \pi]$. D. $[0; \pi]$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Do hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$, cho $k = 1 \Rightarrow (\pi; 2\pi)$

Câu 12: Hàm số nào sau **đây** có tính đơn điệu trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khác với các hàm số còn lại ?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan x$. D. $y = -\cot x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Do hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ba hàm số còn lại $y = \sin x$, $y = \tan x$, $y = -\cot x$ đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 13: Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng:

- A. $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. B. $\left(0; \frac{\pi}{2}\right]$. C. $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Do hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 14: Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.
B. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.
C. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right)$.
D. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Do hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$, cho $k = 0 \Rightarrow (-\pi; 0)$ suy ra đồng biến trên

$\left(-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 15: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. $y = \sin x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = -\cot x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Do hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 16: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$?

A. $y = \sin x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \cot x$.

D. $y = \tan x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Do hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$, cho $k = 1 \Rightarrow \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

DẠNG 3: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin 2x - 5$ lần lượt là:

- A. -8 và -2. B. 2 và 8. C. -5 và 2. D. -5 và 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có :

$$-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\sin 2x \leq 3 \Leftrightarrow -3 - 5 \leq 3\sin 2x - 5 \leq 3 - 5 \Leftrightarrow -8 \leq y = 3\sin 2x - 5 \leq -2$$

Vậy giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là -8 và -2.

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 7 - 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ lần lượt là:

- A. -2 và 7. B. -2 và 2. C. 5 và 9. D. 4 và 7.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có : } -1 \leq \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq -2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 2 \Leftrightarrow 7 - 2 \leq y = 7 - 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 7 - (-2)$$

Hay $5 \leq y \leq 9$.

Do đó giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là 5 và 9.

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1$ lần lượt là:

- A. $\sqrt{2}$ và 2. B. 2 và 4. C. $4\sqrt{2}$ và 8. D. $4\sqrt{2} - 1$ và 7.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có :

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow 2 \leq \sin x + 3 \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{2} \leq \sqrt{\sin x + 3} \leq 2 \Leftrightarrow 4\sqrt{2} - 1 \leq y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1 \leq 4 \cdot 2 - 1 = 7$$

Do đó giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $4\sqrt{2} - 1$ và 7.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4\sin x - 5$ là:

- A. -20. B. -8. C. 0. D. 9.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có } y = \sin^2 x - 4\sin x - 5 = (\sin x - 2)^2 - 9$$

$$\text{Khi đó : } -1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq \sin x - 2 \leq -1 \Rightarrow 1 \leq (\sin x - 2)^2 \leq 9$$

$$\text{Do đó : } y = (\sin x - 2)^2 - 9 \geq 1 - 9 = -8.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là -8.

Câu 5: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 - 2\cos x - \cos^2 x$ là:

- A. 2. B. 5. C. 0. D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có : } y = 1 - 2\cos x - \cos^2 x = 2 - (\cos x + 1)^2$$

$$\text{Nhận xét : } -1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \cos x + 1 \leq 2 \Rightarrow 0 \leq (\cos x + 1)^2 \leq 4$$

$$\text{Do đó } y = 2 - (\cos x + 1)^2 \leq 2 - 0 = 2.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là 2.

Câu 6: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2 + 3\sin 3x$

- A. $\min y = -2; \max y = 5$
- B. $\min y = -1; \max y = 4$
- C. $\min y = -1; \max y = 5$
- D. $\min y = -5; \max y = 5$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $-1 \leq \sin 3x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq y \leq 5$. Suy ra: $\min y = -1; \max y = 5$

Câu 7: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 - 4\sin^2 2x$

- A. $\min y = -2; \max y = 1$
- B. $\min y = -3; \max y = 5$
- C. $\min y = -5; \max y = 1$
- D. $\min y = -3; \max y = 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $0 \leq \sin^2 2x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq y \leq 1$. Suy ra: $\min y = -3; \max y = 1$

Câu 8: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2\cos(3x - \frac{\pi}{3}) + 3$

- A. $\min y = 2, \max y = 5$
- B. $\min y = 1, \max y = 4$
- C. $\min y = 1, \max y = 5$
- D. $\min y = 1, \max y = 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\min y = 1$ đạt được khi $x = \frac{4\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}$

$\max y = 5$ đạt được khi $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}$

Câu 9: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{3 - 2\sin^2 2x} + 4$

- A. $\min y = 6, \max y = 4 + \sqrt{3}$
- B. $\min y = 5, \max y = 4 + 2\sqrt{3}$
- C. $\min y = 5, \max y = 4 + 3\sqrt{3}$
- D. $\min y = 5, \max y = 4 + \sqrt{3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\min y = 5$ đạt được khi $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

$\max y = 4 + \sqrt{3}$ đạt được khi $x = k\frac{\pi}{2}$

Câu 10: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{2\sin x + 3}$

- A. $\max y = \sqrt{5}, \min y = 1$
- B. $\max y = \sqrt{5}, \min y = 2\sqrt{5}$
- C. $\max y = \sqrt{5}, \min y = 2$
- D. $\max y = \sqrt{5}, \min y = 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $1 \leq 2\sin x + 3 \leq 5 \Rightarrow 1 \leq y \leq \sqrt{5}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\max y = \sqrt{5}$, đạt được khi $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Giá trị nhỏ nhất bằng $\min y = 1$, đạt được khi $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 11: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 - \sqrt{2\cos^2 x + 1}$

A. $\max y = 1, \min y = 1 - \sqrt{3}$

B. $\max y = 3, \min y = 1 - \sqrt{3}$

C. $\max y = 2, \min y = 1 - \sqrt{3}$

D. $\max y = 0, \min y = 1 - \sqrt{3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $1 \leq \sqrt{2\cos^2 x + 1} \leq \sqrt{3} \Rightarrow 1 - \sqrt{3} \leq y \leq 0$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $\max y = 0$, đạt được khi $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $\min y = 1 - \sqrt{3}$, đạt được khi $x = k\pi$.

Câu 12: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

A. $\min y = -2, \max y = 4$

B. $\min y = 2, \max y = 4$

C. $\min y = -2, \max y = 3$

D. $\min y = -1, \max y = 4$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $-1 \leq \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Rightarrow -2 \leq y \leq 4$

• $y = -2 \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \Rightarrow \min y = -2$

Câu 13: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3 - 2\cos^2 3x$

A. $\min y = 1, \max y = 2$

B. $\min y = 1, \max y = 3$

C. $\min y = 2, \max y = 3$

D. $\min y = -1, \max y = 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $0 \leq \cos^2 3x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq y \leq 3$

• $y = 1 \Leftrightarrow \cos^2 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3} \Rightarrow \min y = 1$

• $y = 3 \Leftrightarrow \cos^2 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \Rightarrow \max y = 3$

Câu 14: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + \sqrt{2 + \sin 2x}$

A. $\min y = 2, \max y = 1 + \sqrt{3}$

B. $\min y = 2, \max y = 2 + \sqrt{3}$

C. $\min y = 1, \max y = 1 + \sqrt{3}$

D. $\min y = 1, \max y = 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Rightarrow 2 \leq y \leq 1 + \sqrt{3}$

• $y = 2 \Leftrightarrow \sin 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow \min y = 2$

• $y = 1 + \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow \max y = 1 + \sqrt{3}$

Câu 15: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{4}{1 + 2\sin^2 x}$

A. $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 4$

B. $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 3$

C. $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 2$

D. $\min y = \frac{1}{2}, \max y = 4$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow \frac{4}{3} \leq y \leq 4$

• $y = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow \min y = \frac{4}{3}$

Câu 16: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2\sin^2 x + \cos^2 2x$

A. $\max y = 4, \min y = \frac{3}{4}$

B. $\max y = 3, \min y = 2$

C. $\max y = 4, \min y = 2$

D. $\max y = 3, \min y = \frac{3}{4}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đặt $t = \sin^2 x, 0 \leq t \leq 1 \Rightarrow \cos 2x = 1 - 2t$

$\Rightarrow y = 2t + (1 - 2t)^2 = 4t^2 - 2t + 1 = (2t - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$.

Do $0 \leq t \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq 2t - \frac{1}{2} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 0 \leq (2t - \frac{1}{2})^2 \leq \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} \leq y \leq 3$.

Vậy $\max y = 3$ đạt được khi $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

$\min y = \frac{3}{4}$ đạt được khi $\sin^2 x = \frac{1}{4}$.

Câu 17: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3\sin x + 4\cos x + 1$

A. $\max y = 6, \min y = -2$

B. $\max y = 4, \min y = -4$

C. $\max y = 6, \min y = -4$

D. $\max y = 6, \min y = -1$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Áp dụng BĐT $(ac + bd)^2 \leq (c^2 + d^2)(a^2 + b^2)$.

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

Ta có: $(3\sin x + 4\cos x)^2 \leq (3^2 + 4^2)(\sin^2 x + \cos^2 x) = 25$

$\Rightarrow -5 \leq 3\sin x + 4\cos x \leq 5 \Rightarrow -4 \leq y \leq 6$.

Vậy $\max y = 6$, đạt được khi $\tan x = \frac{3}{4}$.

$\min y = -4$, đạt được khi $\tan x = -\frac{3}{4}$.

Chú ý: Với cách làm tương tự ta có được kết quả tổng quát sau

$\max(a\sin x + b\cos x) = \sqrt{a^2 + b^2}, \min(a\sin x + b\cos x) = -\sqrt{a^2 + b^2}$

Tức là: $-\sqrt{a^2 + b^2} \leq a\sin x + b\cos x \leq \sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 18: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3\sin x + 4\cos x - 1$

A. $\min y = -6; \max y = 4$

B. $\min y = -6; \max y = 5$

C. $\min y = -3; \max y = 4$

D. $\min y = -6; \max y = 6$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có : $y = 5\sin(x+\alpha) - 1$ trong đó $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thỏa $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = \frac{3}{5} \end{cases}$

Suy ra $\min y = -6; \max y = 4$.

Câu 19: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2\sin^2 x + 3\sin 2x - 4\cos^2 x$

A. $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} + 1$

B. $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} - 1$

C. $\min y = -3\sqrt{2}; \max y = 3\sqrt{2} - 1$

D. $\min y = -3\sqrt{2} - 2; \max y = 3\sqrt{2} - 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $y = 1 - \cos 2x + 3\sin 2x - 2(1 + \cos 2x)$

$$= 3\sin 2x - 3\cos 2x - 1 = 3\sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$$

Suy ra $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} - 1$.

Câu 20: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sin^2 x + 3\sin 2x + 3\cos^2 x$

A. $\max y = 2 + \sqrt{10}; \min y = 2 - \sqrt{10}$

B. $\max y = 2 + \sqrt{5}; \min y = 2 - \sqrt{5}$

C. $\max y = 2 + \sqrt{2}; \min y = 2 - \sqrt{2}$

D. $\max y = 2 + \sqrt{7}; \min y = 2 - \sqrt{7}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $y = \frac{1 - \cos 2x}{2} + 3\sin 2x + \frac{3(1 + \cos 2x)}{2} = 3\sin 2x + \cos 2x + 2$.

Mà $-\sqrt{10} \leq 3\sin 2x + \cos 2x \leq \sqrt{10} \Rightarrow 2 - \sqrt{10} \leq y \leq 2 + \sqrt{10}$

Từ đó ta có được: $\max y = 2 + \sqrt{10}; \min y = 2 - \sqrt{10}$.

Câu 21: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2\sin 3x + 1$

A. $\min y = -2, \max y = 3$

B. $\min y = -1, \max y = 2$

C. $\min y = -1, \max y = 3$

D. $\min y = -3, \max y = 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Câu 22: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3 - 4\cos^2 2x$

A. $\min y = -1, \max y = 4$

B. $\min y = -1, \max y = 7$

C. $\min y = -1, \max y = 3$

D. $\min y = -2, \max y = 7$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Câu 23: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + 2\sqrt{4 + \cos 3x}$

A. $\min y = 1 + 2\sqrt{3}, \max y = 1 + 2\sqrt{5}$

B. $\min y = 2\sqrt{3}, \max y = 2\sqrt{5}$

C. $\min y = 1 - 2\sqrt{3}, \max y = 1 + 2\sqrt{5}$

D. $\min y = -1 + 2\sqrt{3}, \max y = -1 + 2\sqrt{5}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 24: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 4\sin 6x + 3\cos 6x$

A. $\min y = -5, \max y = 5$ B. $\min y = -4, \max y = 4$

C. $\min y = -3, \max y = 5$ D. $\min y = -6, \max y = 6$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 25: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{3}{1 + \sqrt{2 + \sin^2 x}}$

A. $\min y = \frac{-3}{1 + \sqrt{3}}, \max y = \frac{3}{1 + \sqrt{2}}$

B. $\min y = \frac{3}{1 + \sqrt{3}}, \max y = \frac{4}{1 + \sqrt{2}}$

C. $\min y = \frac{2}{1 + \sqrt{3}}, \max y = \frac{3}{1 + \sqrt{2}}$

D. $\min y = \frac{3}{1 + \sqrt{3}}, \max y = \frac{3}{1 + \sqrt{2}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Câu 26: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{3 \sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 4 \cos^2 x + 1}$

A. $\min y = \frac{-6 - 3\sqrt{5}}{4}, \max y = \frac{-6 + 3\sqrt{5}}{4}$

B. $\min y = \frac{-4 - 3\sqrt{5}}{4}, \max y = \frac{-4 + 3\sqrt{5}}{4}$

C. $\min y = \frac{-7 - 3\sqrt{5}}{4}, \max y = \frac{-7 + 3\sqrt{5}}{4}$

D. $\min y = \frac{-5 - 3\sqrt{5}}{4}, \max y = \frac{-5 + 3\sqrt{5}}{4}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Câu 27: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sin x + \sqrt{2 - \sin^2 x}$

A. $\min y = 0, \max y = 3$

B. $\min y = 0, \max y = 4$

C. $\min y = 0, \max y = 6$

D. $\min y = 0, \max y = 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có $y \geq 0 \quad \forall x$ và $y^2 = 2 + 2 \sin x \sqrt{2 - \sin^2 x}$

Mà $2 \left| \sin x \sqrt{2 - \sin^2 x} \right| \leq \sin^2 x + 2 - \sin^2 x = 2$

Suy ra $0 \leq y^2 \leq 4 \Rightarrow 0 \leq y \leq 2$

$\min y = 0$ đạt được khi $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

$\max y = 2$ đạt được khi $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 28: Tìm tập giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \tan^2 x - 4 \tan x + 1$

A. $\min y = -2$

B. $\min y = -3$

C. $\min y = -4$

D. $\min y = -1$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có: $t = (\tan x - 2)^2 - 3$

$\min y = -3$ đạt được khi $\tan x = 2$

Không tồn tại \max .

Câu 29: Tìm tập giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \tan^2 x + \cot^2 x + 3(\tan x + \cot x) - 1$

A. $\min y = -5$

B. $\min y = -3$

C. $\min y = -2$

D. $\min y = -4$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có: $y = (\tan x + \cot x)^2 + 3(\tan x + \cot x) - 3$

Đặt $t = \tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} \Rightarrow |t| \geq 2$

Suy ra $y = t^2 + 3t - 3 = f(t)$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f(t)$	↘		↗	
	-5	7		

Vậy $\min y = -5$ đạt được khi $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.

Không tồn tại $\max y$.

Câu 30: Tìm m để hàm số $y = \sqrt{5\sin 4x - 6\cos 4x + 2m - 1}$ xác định với mọi x .

- A. $m \geq 1$ B. $m \geq \frac{\sqrt{61}-1}{2}$ C. $m < \frac{\sqrt{61}+1}{2}$ D. $m \geq \frac{\sqrt{61}+1}{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Hàm số xác định với mọi $x \Leftrightarrow 5\sin 4x - 6\cos 4x \geq 1 - 2m \quad \forall x$

Do $\min(5\sin 4x - 6\cos 4x) = -\sqrt{61} \Rightarrow -\sqrt{61} \geq 1 - 2m \Leftrightarrow m \geq \frac{\sqrt{61}+1}{2}$.

Câu 31: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + \sqrt{3 + 2\sin x}$

- A. $\min y = -2; \max y = 1 + \sqrt{5}$ B. $\min y = 2; \max y = \sqrt{5}$
 C. $\min y = 2; \max y = 1 + \sqrt{5}$ D. $\min y = 2; \max y = 4$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có: $1 \leq 3 + 2\sin x \leq 5 \Rightarrow 2 \leq y \leq 1 + \sqrt{5}$. Suy ra: $\min y = 2; \max y = 1 + \sqrt{5}$

Câu 32: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 4\sin 3x - 3\cos 3x + 1$

- A. $\min y = -3; \max y = 6$ B. $\min y = -4; \max y = 6$
 C. $\min y = -4; \max y = 4$ D. $\min y = -2; \max y = 6$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có: $-5 \leq 4\sin 3x - 3\cos 3x \leq 5 \Rightarrow -4 \leq y \leq 6$. Suy ra: $\min y = -4; \max y = 6$

Câu 33: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{3}\cos x + \sin x + 4$

- A. $\min y = 2; \max y = 4$ B. $\min y = 2; \max y = 6$
 C. $\min y = 4; \max y = 6$ D. $\min y = 2; \max y = 8$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có: $y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4$. Suy ra: $\min y = 2; \max y = 6$

Câu 34: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{\sin 2x + 2\cos 2x + 3}{2\sin 2x - \cos 2x + 4}$

A. $\min y = -\frac{2}{11}$; $\max y = 2$

B. $\min y = \frac{2}{11}$; $\max y = 3$

C. $\min y = \frac{2}{11}$; $\max y = 4$

D. $\min y = \frac{2}{11}$; $\max y = 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $2\sin 2x - \cos 2x + 4 \geq 4 - \sqrt{5} > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$$y = \frac{\sin 2x + 2\cos 2x + 3}{2\sin 2x - \cos 2x + 4} \Leftrightarrow (2y - 1)\sin 2x - (y + 2)\cos 2x = 3 - 4y$$

$$\Rightarrow (2y - 1)^2 + (y + 2)^2 \geq (3 - 4y)^2 \Leftrightarrow 11y^2 - 24y + 4 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{11} \leq y \leq 2$$

Suy ra: $\min y = \frac{2}{11}$; $\max y = 2$.

Câu 35: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{2\sin^2 3x + 4\sin 3x \cos 3x + 1}{\sin 6x + 4\cos 6x + 10}$

A. $\min y = \frac{11 - 9\sqrt{7}}{83}$; $\max y = \frac{11 + 9\sqrt{7}}{83}$

B. $\min y = \frac{22 - 9\sqrt{7}}{11}$; $\max y = \frac{22 + 9\sqrt{7}}{11}$

C. $\min y = \frac{33 - 9\sqrt{7}}{83}$; $\max y = \frac{33 + 9\sqrt{7}}{83}$

D. $\min y = \frac{22 - 9\sqrt{7}}{83}$; $\max y = \frac{22 + 9\sqrt{7}}{83}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $\sin 6x + 4\cos 6x + 10 \geq 10 - \sqrt{17} > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$$y = \frac{2\sin 6x - \cos 6x + 2}{\sin 6x + 4\cos 6x + 10} \Leftrightarrow (y - 2)\sin 6x + (4y + 1)\cos 6x = 2 - 10y$$

$$\Rightarrow (y - 2)^2 + (4y + 1)^2 \geq (2 - 10y)^2 \Leftrightarrow 83y^2 - 44y - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{22 - 9\sqrt{7}}{83} \leq y \leq \frac{22 + 9\sqrt{7}}{83}$$

Suy ra: $\min y = \frac{22 - 9\sqrt{7}}{83}$; $\max y = \frac{22 + 9\sqrt{7}}{83}$.

Câu 36: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3\cos x + \sin x - 2$

A. $\min y = -2 - \sqrt{5}$; $\max y = -2 + \sqrt{5}$

B. $\min y = -2 - \sqrt{7}$; $\max y = -2 + \sqrt{7}$

C. $\min y = -2 - \sqrt{3}$; $\max y = -2 + \sqrt{3}$

D. $\min y = -2 - \sqrt{10}$; $\max y = -2 + \sqrt{10}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Xét phương trình: $3\cos x + \sin x = y + 2$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 3^2 + 1^2 \geq (y + 2)^2 \Leftrightarrow -2 - \sqrt{10} \leq y \leq -2 + \sqrt{10}$

Vậy $\min y = -2 - \sqrt{10}$; $\max y = -2 + \sqrt{10}$.

Câu 37: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{\sin^2 2x + 3\sin 4x}{2\cos^2 2x - \sin 4x + 2}$

A. $\min y = \frac{5 - \sqrt{97}}{4}$, $\max y = \frac{5 + \sqrt{97}}{4}$

B. $\min y = \frac{5 - \sqrt{97}}{18}$, $\max y = \frac{5 + \sqrt{97}}{18}$

C. $\min y = \frac{5 - \sqrt{97}}{8}$, $\max y = \frac{5 + \sqrt{97}}{8}$

D. $\min y = \frac{7 - \sqrt{97}}{8}$, $\max y = \frac{7 + \sqrt{97}}{8}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $y = \frac{6 \sin 4x - \cos 4x + 1}{2 \cos 4x - 2 \sin 4x + 6}$

(do $\cos 4x - \sin 4x + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$)

$\Leftrightarrow (6 + 2y) \sin 4x - (1 + 2y) \cos 4x = 6y - 1$

$\Rightarrow (6 + 2y)^2 + (1 + 2y)^2 \geq (6y - 1)^2 \Leftrightarrow 8y^2 - 10y - 9 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{5 - \sqrt{97}}{8} \leq y \leq \frac{5 + \sqrt{97}}{8}$

Vậy $\min y = \frac{5 - \sqrt{97}}{8}$, $\max y = \frac{5 + \sqrt{97}}{8}$.

Câu 38: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau

$y = 3(3 \sin x + 4 \cos x)^2 + 4(3 \sin x + 4 \cos x) + 1$

A. $\min y = \frac{1}{3}$; $\max y = 96$

B. $\min y = \frac{1}{3}$; $\max y = 6$

C. $\min y = -\frac{1}{3}$; $\max y = 96$

D. $\min y = 2$; $\max y = 6$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Đặt $t = 3 \sin x + 4 \cos x \Rightarrow t \in [-5; 5]$

Khi đó: $y = 3t^2 + 4t + 1 = f(t)$ với $t \in [-5; 5]$

Do $\min y = f(-\frac{2}{3}) = -\frac{1}{3}$; $\max y = f(5) = 96$.

Câu 39: Tìm m để các bất phương trình $(3 \sin x - 4 \cos x)^2 - 6 \sin x + 8 \cos x \geq 2m - 1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

A. $m > 0$

B. $m \leq 0$

C. $m < 0$

D. $m \leq 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Đặt $t = 3 \sin x - 4 \cos x \Rightarrow -5 \leq t \leq 5$

Ta có: $y = (3 \sin x - 4 \cos x)^2 - 6 \sin x + 8 \cos x$

$= t^2 - 2t = (t - 1)^2 - 1$

Do $-5 \leq t \leq 5 \Rightarrow 0 \leq (t - 1)^2 \leq 36 \Rightarrow \min y = -1$

Suy ra yêu cầu bài toán $-1 \geq 2m - 1 \Leftrightarrow m \leq 0$.

Câu 40: Tìm m để các bất phương trình $\frac{3 \sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 4 \cos^2 x + 1} \leq m + 1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

A. $m \geq \frac{3\sqrt{5}}{4}$

B. $m \geq \frac{3\sqrt{5} + 9}{4}$

C. $m \geq \frac{3\sqrt{5} - 9}{2}$

D. $m \geq \frac{3\sqrt{5} - 9}{4}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Đặt $y = \frac{3 \sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 2 \cos 2x + 3}$

(Do $\sin 2x + 2 \cos 2x + 3 > 0 \forall x \Rightarrow$ hàm số xác định trên \mathbb{R})

$\Leftrightarrow (3 - y) \sin 2x + (1 - 2y) \cos 2x = 3y$

Suy ra $(3-y)^2 + (1-2y)^2 \geq 9y^2 \Leftrightarrow 2y^2 + 5y - 5 \leq 0$

$$\Leftrightarrow \frac{-5-3\sqrt{5}}{4} \leq y \leq \frac{-5+3\sqrt{5}}{4} \Rightarrow \max y = \frac{-5+3\sqrt{5}}{4}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \frac{-5+3\sqrt{5}}{4} \leq m+1 \Leftrightarrow m \geq \frac{3\sqrt{5}-9}{4}$.

Câu 41: Tìm m để các bất phương trình $\frac{4\sin 2x + \cos 2x + 17}{3\cos 2x + \sin 2x + m + 1} \geq 2$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

A. $\sqrt{10}-3 < m \leq \frac{15-\sqrt{29}}{2}$

B. $\sqrt{10}-1 < m \leq \frac{15-\sqrt{29}}{2}$

C. $\sqrt{10}-1 < m \leq \frac{15+\sqrt{29}}{2}$

D. $\sqrt{10}-1 < m < \sqrt{10}+1$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Trước hết ta có: $3\cos 2x + \sin 2x + m + 1 \neq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 3^2 + 1^2 < (m+1)^2 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 - \sqrt{10} \\ m > -1 + \sqrt{10} \end{cases} (*)$$

• $m > -1 + \sqrt{10} \Rightarrow 3\cos 2x + \sin 2x + m + 1 > 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Nên $\frac{4\sin 2x + \cos 2x + 17}{3\cos 2x + \sin 2x + m + 1} \geq 2 \Leftrightarrow 2\sin 2x - 5\cos 2x \geq 2m - 15$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{29} \geq 2m - 15 \Leftrightarrow m \leq \frac{15 - \sqrt{29}}{2}$$

Suy ra: $\sqrt{10} - 1 < m \leq \frac{15 - \sqrt{29}}{2}$

• $m < -1 - \sqrt{10} \Rightarrow 3\cos 2x + \sin 2x + m + 1 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Nên $\frac{4\sin 2x + \cos 2x + 17}{3\cos 2x + \sin 2x + m + 1} \geq 2 \Leftrightarrow 2\sin 2x - 5\cos 2x \leq 2m - 15$

$$\Leftrightarrow \sqrt{29} \leq 2m - 15 \Leftrightarrow m \geq \frac{15 + \sqrt{29}}{2} \text{ (loại)}$$

Vậy $\sqrt{10} - 1 < m \leq \frac{15 - \sqrt{29}}{2}$ là những giá trị cần tìm.

Câu 42: Cho $x, y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thỏa $\cos 2x + \cos 2y + 2\sin(x+y) = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{\sin^4 x}{y} + \frac{\cos^4 y}{x}$$

A. $\min P = \frac{3}{\pi}$

B. $\min P = \frac{2}{\pi}$

C. $\min P = \frac{2}{3\pi}$

D. $\min P = \frac{5}{\pi}$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\cos 2x + \cos 2y + 2\sin(x+y) = 2 \Leftrightarrow \sin^2 x + \sin^2 y = \sin(x+y)$

Suy ra: $x+y = \frac{\pi}{2}$

Áp dụng bất: $\frac{a^2}{m} + \frac{b^2}{n} \geq \frac{(a+b)^2}{m+n}$

Suy ra: $P \geq \frac{(\sin^2 x + \sin^2 y)^2}{x+y} = \frac{2}{\pi}$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x = y = \frac{\pi}{4}$.

Do đó: $\min P = \frac{2}{\pi}$.

Câu 43: Tìm k để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{k \sin x + 1}{\cos x + 2}$ lớn hơn -1 .

A. $|k| < \sqrt{2}$

B. $|k| < 2\sqrt{3}$

C. $|k| < \sqrt{3}$

D. $|k| < 2\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải:

Ta có $y = \frac{k \sin x + 1}{\cos x + 2} \Leftrightarrow y \cos x - k \sin x + 2y - 1 = 0$

$$\Rightarrow y^2 + k^2 \geq (2y-1)^2 \Leftrightarrow 3y^2 - 4y + 1 - k^2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{3k^2 + 1}}{3} \leq y \leq \frac{2 + \sqrt{3k^2 + 1}}{3}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{3k^2 + 1}}{3} > -1 \Leftrightarrow 5 > \sqrt{3k^2 + 1} \Leftrightarrow |k| < 2\sqrt{2}$.