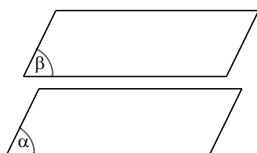


HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

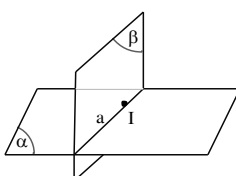
A - LÝ THUYẾT TÓM TẮT

I. Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Giữa hai mặt phẳng (α) và (β) có 3 vị trí tương đối.



$$(\alpha) // (\beta)$$



$$(\alpha) \text{ cắt } (\beta)$$

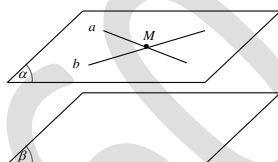


$$(\alpha) \equiv (\beta)$$

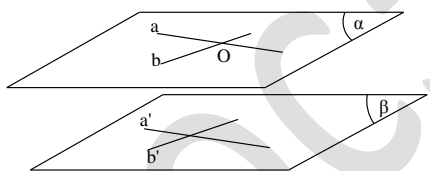
Định nghĩa: Hai mặt phẳng (α) và (β) được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.

II. Các định lý:

1. Định lý 1: Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β) .



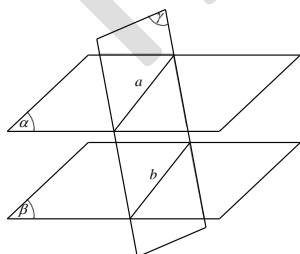
Hệ quả: Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b lần lượt song song với hai đường thẳng a', b' nằm trong mặt phẳng (β) thì mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) .



$$\left\{ \begin{array}{l} a, b \subset (\alpha) \\ a \cap b = O \\ a // a', b // b' \\ a', b' \subset (\beta) \end{array} \right. \Rightarrow (\alpha) // (\beta)$$

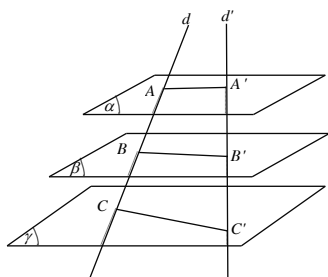
Lưu ý: Nếu hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.

2. Định lý 2 : (Định lý giao tuyến thứ tư) Cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.



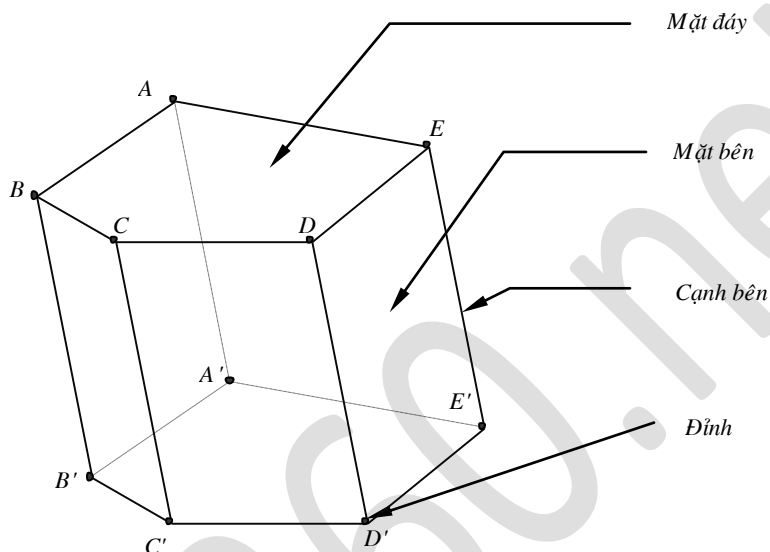
$$\left\{ \begin{array}{l} (\alpha) // (\beta) \\ (\gamma) \cap (\alpha) = a \Rightarrow a // b \\ (\gamma) \cap (\beta) = b \end{array} \right.$$

3. Định lý 3 : (Định lý Ta-lét trong không gian) Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.



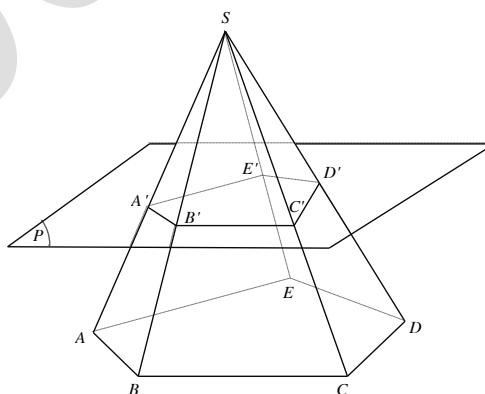
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$$

✿ Hình lăng trụ và hình hộp:



- Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.
- Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.
- Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau và nằm trên 2 mặt phẳng song song.
- Tùy theo đáy của lăng trụ là tam giác, tứ giác, ngũ giác ... mà ta gọi lăng trụ là **lăng trụ tam giác, lăng trụ tứ giác, lăng trụ ngũ giác...**
- Hình lăng trụ có đáy là hình bình hành được gọi là **hình hộp**.

✿ Hình chóp cụt:



- Hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và các tỉ số các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.
- Các mặt bên là những hình thang.
- Các đường thẳng chứa các cạnh bên đồng quy tại một điểm.

B – BÀI TẬP

Câu 1: Một mặt phẳng cắt hai mặt đối diện của hình hộp theo hai giao tuyến là a và b . Hãy Chọn Câu đúng:

- A. a và b song song. B. a và b chéo nhau.
C. a và b trùng nhau. D. a và b cắt nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 2: Chọn Câu đúng :

- A. Hai đường thẳng a và b không cùng nằm trong mặt phẳng (P) nên chúng chéo nhau.
B. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt nằm trên hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng không song song và lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song thì chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

A sai vì còn trường hợp song song.

B sai vì còn trường hợp cắt nhau.

C sai vì còn trường hợp song song.

Câu 3: Chọn Câu đúng :

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.
B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
D. Hai mặt phẳng không song song thì trùng nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn A. Theo hệ quả 2 sgk trang 66.

Câu 4: Hãy Chọn Câu sai :

- A. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.
B. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.
C. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau thì mặt phẳng (R) đã cắt (P) đều phải cắt (Q) và các giao tuyến của chúng song song nhau.
D. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì sẽ cắt mặt phẳng còn lại.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

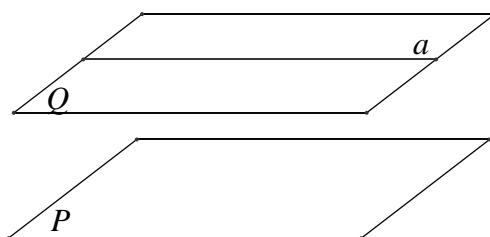
Theo định lý 1 trang 64 sgk: Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau

Câu 5: Cho một đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với (P)?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. vô số.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



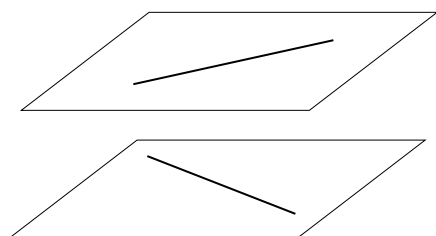
Có duy nhất một mặt phẳng chứa a và song song với (P) .

Câu 6: Hãy Chọn Câu đúng :

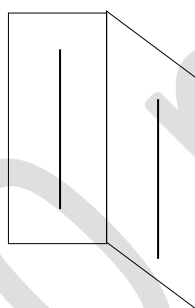
- A.** Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng kia.
- B.** Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì song song với nhau.
- C.** Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.
- D.** Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

Hướng dẫn giải:

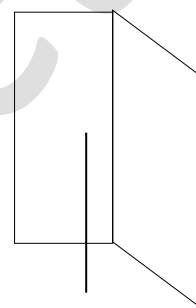
Chọn D.



Đáp án A sai



Đáp án B sai



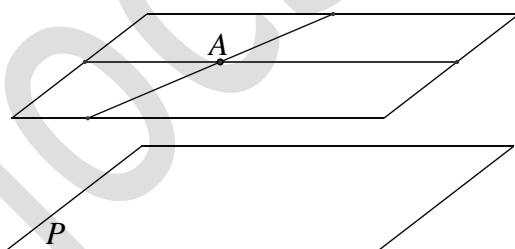
Đáp án C sai

Câu 7: Cho một điểm A nằm ngoài mp (P) . Qua A vẽ được bao nhiêu đường thẳng song song với (P) ?

- A.** 1.
- B.** 2.
- C.** 3.
- D.** vô số.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.



Qua A vẽ được vô số đường thẳng song song với (P) .

Câu 8: Giả thiết nào sau đây là điều kiện đủ để kết luận đường thẳng a song song với mp (α) ?

- A.** $a // b$ và $b // (\alpha)$.
- B.** $a // b$ và $b \subset (\alpha)$.
- C.** $a // mp(\beta)$ và $(\beta) // (\alpha)$.
- D.** $a \cap (\alpha) = \emptyset$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Theo định nghĩa SGK Hình học 11.

Câu 9: Cho đường thẳng a nằm trên mp (α) và đường thẳng b nằm trên mp (β) . Biết $(\alpha) // (\beta)$.

Tìm câu **sai**:

A. $a // (\beta)$.

C. $a // b$.

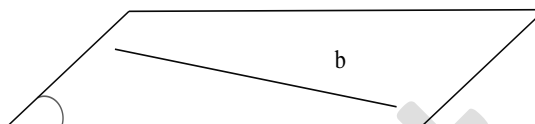
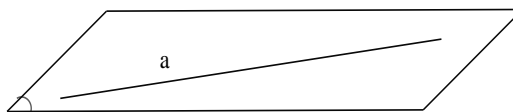
B. $b // (\alpha)$.

D. Nếu có một mp (γ) chứa a và b thì $a // b$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Chọn C. vì còn có khả năng a, b chéo nhau như hình vẽ sau.



Câu 10: Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (β).

Mệnh đề nào sau đây **SAI**?

A. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // b$.

C. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow b // (\alpha)$.

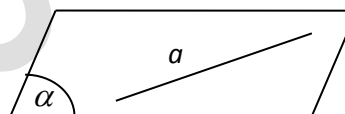
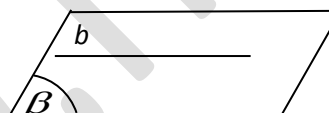
B. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // (\beta)$.

D. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Nếu $(\alpha) // (\beta)$ thì ngoài trường hợp $a // b$ thì a và b còn có thể chéo nhau.



Câu 11: Cho đường thẳng $a \subset mp(P)$ và đường thẳng $b \subset mp(Q)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $(P) // (Q) \Rightarrow a // b$.

C. $(P) // (Q) \Rightarrow a // (Q)$ và $b // (P)$.

B. $a // b \Rightarrow (P) // (Q)$.

D. a và b cắt nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Nếu $(P) // (Q)$ thì mọi đường thẳng $a \subset mp(P)$ đều song song với $mp(Q)$ và mọi đường thẳng $b \subset mp(Q)$ đều song song với $mp(P)$.

Câu 12: Hai đường thẳng a và b nằm trong (α). Hai đường thẳng a' và b' nằm trong mp(β).

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Nếu $a // a'$ và $b // b'$ thì $(\alpha) // (\beta)$.

B. Nếu $(\alpha) // (\beta)$ thì $a // a'$ và $b // b'$.

C. Nếu $a // b$ và $a' // b'$ thì $(\alpha) // (\beta)$.

D. Nếu a cắt b , a cắt b' và $a // a'$ và $b // b'$ thì $(\alpha) // (\beta)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Do $a // a'$ nên $a // (\beta)$ và $b // b'$ nên $b // (\beta)$.

Theo định lí 1 bài hai mặt phẳng song song, thì $(\alpha) // (\beta)$.

DẠNG 1: CHỨNG MINH HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

Phương pháp 1

Cơ sở của phương pháp chứng minh hai mặt phẳng (α) và (β) song song nhau là:

- Bước 1: Chứng minh mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng a, b cắt nhau lần lượt song song với hai đường thẳng a', b' cắt nhau trong mặt phẳng (β) .
- Bước 2: Kết luận $(\alpha) \parallel (\beta)$ theo điều kiện cần và đủ.

Phương pháp 2

- Bước 1: Tìm hai đường thẳng a, b cắt nhau trong mặt phẳng (α) .
- Bước 2: Lần lượt chứng minh $a \parallel (\beta)$ và $b \parallel (\beta)$
- Bước 3: Kết luận $(\alpha) \parallel (\beta)$.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **SAI**?

- A. $AB'C'D$ và $A'BCD'$ là hai hình bình hành có chung một đường trung bình.
- B. BD' và $B'C'$ chéo nhau.
- C. $A'C$ và DD' chéo nhau.
- D. DC' và AB' chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

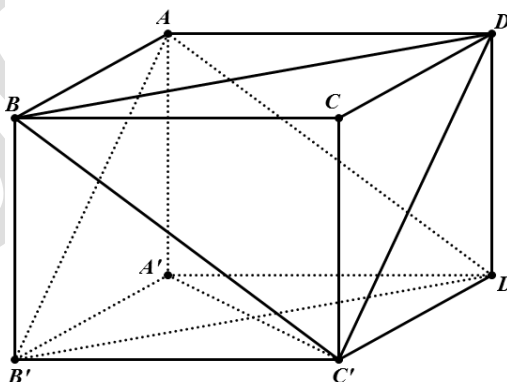
DC' và AB' song song với nhau.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

- A. (BCA') .
- B. $(BC'D)$.
- C. $(A'C'C)$.
- D. (BDA') .

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



Do $ADC'B'$ là hình bình hành nên $AB' \parallel DC'$, và $ABC'D'$ là hình bình hành nên $AD' \parallel BC'$ nên $(AB'D') \parallel (BC'D)$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(MA'C')$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình tam giác.
- B. Hình ngũ giác.
- C. Hình lục giác.
- D. Hình thang.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, AM cắt BB' tại I

Do $MB \parallel A'B'$; $MB = \frac{1}{2} A'B'$ nên B là trung điểm $B'I$ và M là trung điểm của IA' .

Gọi N là giao điểm của BC và $C'I$.

Do $BN \parallel B'C$ và B là trung điểm $B'I$ nên N là trung điểm của $C'I$.

Suy ra: tam giác $IA'C'$ có MN là đường trung bình.

Ta có mặt phẳng $(MA'C')$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo

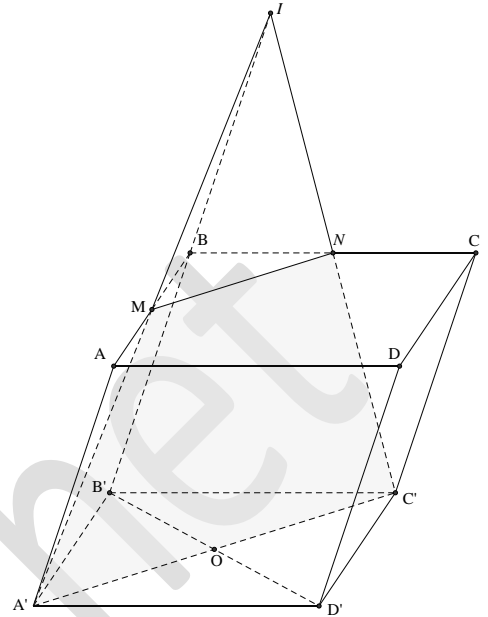
thiết diện là tứ giác $A'MNC'$ có $MN \parallel A'C'$

Vậy thiết diện là hình thang $A'MNC'$.

Cách khác:

Ta có:
$$\begin{cases} (ABCD) \parallel (A'B'C'D') \\ (A'C'M) \cap (A'B'C'D') = A'C' \Rightarrow Mx \parallel A'C', M \text{ là} \\ (A'C'M) \cap (ABCD) = Mx \end{cases}$$

trung điểm của AB nên Mx cắt BC tại trung điểm N . Thiết diện là tứ giác $A'C'NM$.



Câu 4: Cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Ax, By, Cz, Dt song song, cùng hướng nhau và không nằm trong mp $(ABCD)$. Mp (α) cắt Ax, By, Cz, Dt lần lượt tại A', B', C', D' . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

B. mp $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$.

C. $AA' = CC'$ và $BB' = DD'$.

D. $OO' \parallel AA'$.

(O là tâm hình bình hành $ABCD$, O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$).

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC \\ AA' \parallel DD' \\ AB, AA' \subset (ABB'A') \\ DC, DD' \subset (DD'C'C) \end{array} \right\} \Rightarrow (ABB'A') \parallel (DD'C'C).$$

Câu B đúng.

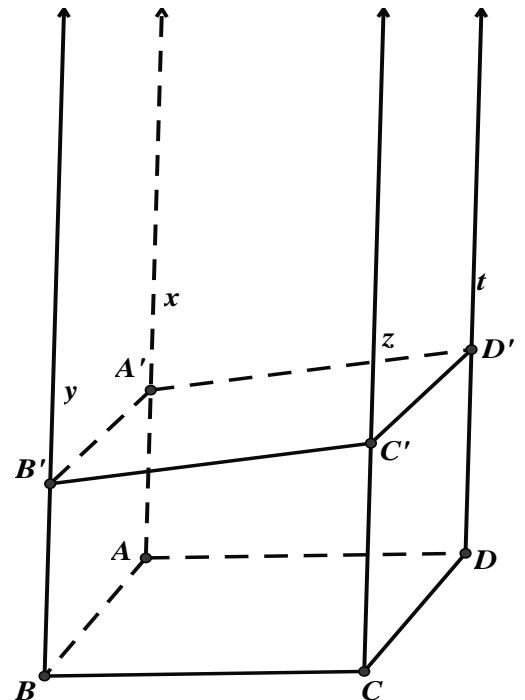
Mặt khác

$$\left. \begin{array}{l} (\alpha) \cap (ABB'A') = A'B' \\ (\alpha) \cap (DCC'D') = C'D' \end{array} \right\} \Rightarrow A'B' \parallel C'D'$$

$$\left. \begin{array}{l} (ABB'A') \parallel (DCC'D') \\ (\alpha) \cap (ADD'A') = A'D' \\ (\alpha) \cap (BCC'B') = C'B' \end{array} \right\} \Rightarrow A'D' \parallel C'B'$$

Do đó câu A đúng.

O, O' lần lượt là trung điểm của $AC, A'C'$ nên OO' là đường trung bình trong hình thang $AA'C'C$. Do đó $OO' \parallel AA'$. Câu D đúng.



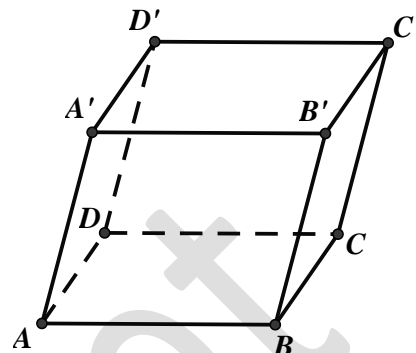
Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Người ta định nghĩa ‘Mặt chéo của hình hộp là mặt tạo bởi hai đường chéo của hình hộp đó’. Hỏi hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có mấy mặt chéo ?

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 10.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Các mặt chéo của hình hộp là $(ADC'B')$; $(A'D'CB)$; $(ABC'D')$
 $(DCB'A')$; $(ACC'A')$; $(BDD'B')$



Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mp(α) qua AB cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình bình hành. B. Hình thoi.
 C. Hình vuông. D. Hình chữ nhật.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O và O' lần lượt là tâm của $ABB'A'$ và $DCC'D'$. Khẳng định nào sau đây sai ?

- A. $\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{AD}$.
 B. $OO' \parallel (ADD'A')$.
 C. OO' và BB' cùng ở trong một mặt phẳng.
 D. OO' là đường trung bình của hình bình hành $ADC'B'$.

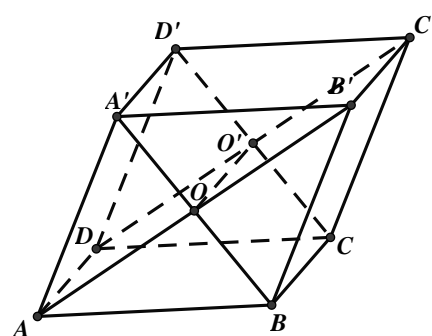
Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$ADC'B'$ là hình bình hành có OO' là đường trung bình nên

$\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{AD}$. Đáp án A, D đúng.

$OO' \parallel AD$ nên $OO' \parallel (ADD'A')$. Đáp án B đúng.



Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm AB . Mp($IB'D'$) cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- A. Tam giác. B. Hình thang. C. Hình bình hành. D. Hình chữ nhật.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$(IB'D') \cap (AA'B'B) = IB'$$

$$(IB'D') \cap (A'B'C'D') = B'D'$$

$$\left. \begin{array}{l} I \in (IB'D') \cap (ABCD) \\ B'D' \parallel BD \\ B'D' \subset (A'B'C'D') \\ BD \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow (IB'D') \cap (ABCD) = d \text{ với } d \text{ là}$$

đường thẳng qua I và song song với BD .

Gọi J là trung điểm của AD .

Khi đó $(IB'D') \cap (ABCD) = IJ$.

$$(IB'D') \cap (ADD'A') = JD'$$

Thiết diện cần tìm là hình thang $IJD'B'$ với $IJ \parallel D'B'$.

Câu 9: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. G, G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$. Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

A. A, G, G', C' .

B. A, G, M', B' .

C. A', G', M, C .

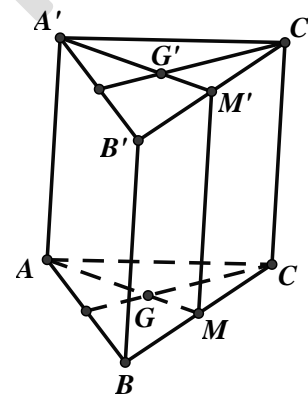
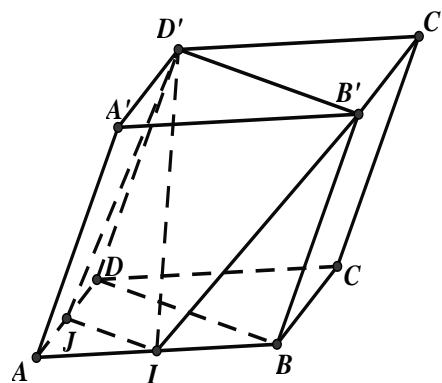
D. A, G', M', G .

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

MM' là đường trung bình trong hình bình hành $BB'C'C$ nên $MM' \parallel BB' \parallel AA'$

Do đó $AA'M'M$ là hình bình hành hay 4 điểm A, G', M', G đồng phẳng.



Câu 10: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' , $\Delta = mp(AMN) \cap mp(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\Delta \parallel AB$.

B. $\Delta \parallel AC$.

C. $\Delta \parallel BC$.

D. $\Delta \parallel AA'$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C. $BCC'B'$

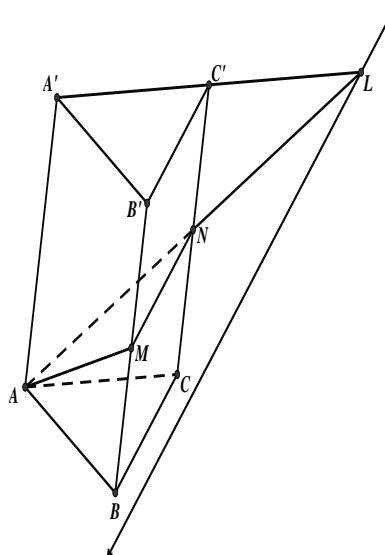
MN là đường trung bình trong hình bình hành nên $MN \parallel B'C'$

$$\Delta = mp(AMN) \cap mp(A'B'C')$$

$$MN \subset (AMN)$$

$$B'C' \subset (A'B'C')$$

Do đó $\Delta \parallel BC$.



Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD' . Khẳng định nào sai ?

- A. $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$.
 B. $(BA'D')$ và (ADC') cắt nhau.
 C. $A'B'CD$ là hình bình hành.
 D. $BB'DC$ là một tứ giác đều.

Hướng dẫn giải:

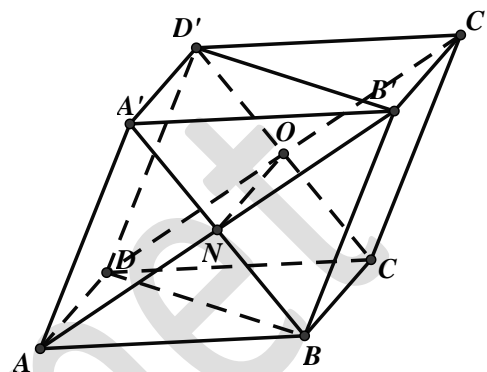
Chọn D.

Câu A, C đúng do tính chất của hình hộp.

$$(BA'D') \equiv (BA'D'C); (ADC') \equiv (ADC'B')$$

$$(BA'D') \cap (ADC') = ON. \text{ Câu B đúng.}$$

Do $B' \notin (BDC)$ nên $BB'DC$ không phải là tứ giác.



Câu 12: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Đường thẳng $B'C$ song song với mặt phẳng nào sau đây ?

- A. (AHC') .
 B. $(AA'H)$.
 C. (HAB) .
 D. $(HA'C')$.

Hướng dẫn giải:

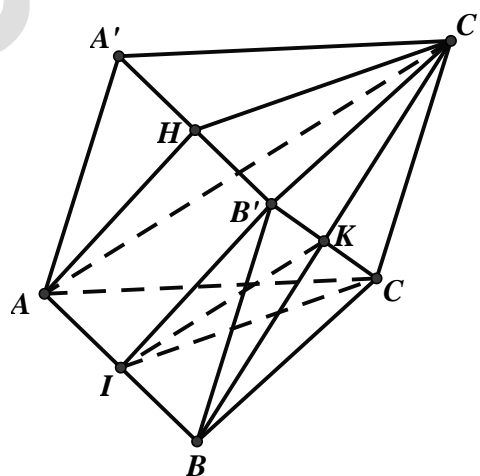
Chọn A.

Gọi K là giao điểm của $B'C$ và BC' , I là trung điểm của AB .

Do $HB' = AI; HB' \parallel AI$ nên $AHB'I$ là hình bình hành hay $AH \parallel B'I$.

Mặt khác $KI \parallel AC'$ nên $(AHC') \parallel (B'CI)$.

Khi đó : $B'C \parallel (AHC')$



Câu 13: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mp(α) đi qua một cạnh của hình hộp và cắt hình hộp theo thiết diện là một tứ giác (T). Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. (T) là hình chữ nhật.
 B. (T) là hình bình hành.
 C. (T) là hình thoi.
 D. (T) là hình vuông.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN CỦA (α) VỚI HÌNH CHÓP KHI BIẾT (α) VỚI MỘT MẶT PHẶNG (β) CHO TRƯỚC.

Phương pháp:

- Để xác định thiết diện trong trường hợp này ta sử dụng các tính chất sau.
- Khi $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì (α) sẽ song song với tất cả các đường thẳng trong (β) và ta chuyển về dạng thiết diện song song với đường thẳng (§3)

$$\text{Sử dụng } \begin{cases} (\alpha) \parallel (\beta) \\ (\beta) \parallel (\gamma) \\ (\beta) \cap (\gamma) = d \\ M \in (\alpha) \cap (\gamma) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (\gamma) = d' \parallel d, M \in d'.$$

- Tìm đường thẳng d nằm trong (β) và xét các mặt phẳng có trong hình chóp mà chứa d , khi đó $(\alpha) \parallel d$ nên sẽ cắt các mặt phẳng chứa d (nếu có) theo các giao tuyến song song với d .

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện là hình gì?

A. Tam giác

B. Hình thang

C. Hình bình hành

D. Tứ giác

Hướng dẫn giải::

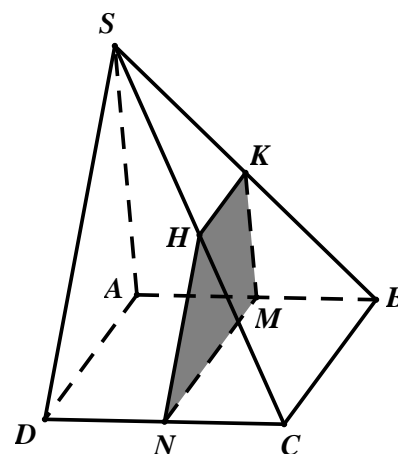
$$\text{Ta có } \begin{cases} M \in (SAB) \cap (\alpha) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (\alpha) = MK \parallel SA, K \in SB.$$

$$\text{Tương tự } \begin{cases} N \in (SCD) \cap (\alpha) \\ (\alpha) \parallel (SAD) \\ (SCD) \cap (SAD) = SD \end{cases}$$

$$\Rightarrow (SCD) \cap (\alpha) = NH \parallel SD, H \in SC.$$

Để thấy $HK = (\alpha) \cap (SBC)$. Thiết diện là tứ giác $MNKH$

Ba mặt phẳng $(ABCD), (SBC)$ và (α) đôi một cắt nhau theo các giao tuyến là MN, HK, BC , mà $MN \parallel BC \Rightarrow MN \parallel HK$. Vậy thiết diện là một hình thang.



Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O có $AC = a, BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) đi động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn AC và $AI = x$ ($0 < x < a$).

a) thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) là hình gì?

A. Tam giác

B. Tứ giác

C. Hình thang

D. Hình bình hành

b) Tính diện tích thiết diện theo a, b và x .

Hướng dẫn giải::

a) **Trường hợp 1.** Xét I thuộc đoạn OA

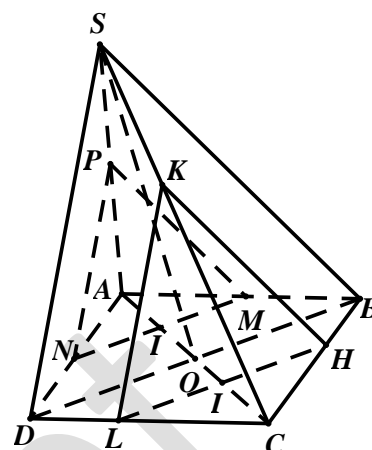
Ta có
$$\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (ABD) \\ (\alpha) \parallel (SBD) \\ (ABD) \cap (SBD) = BD \end{cases}$$

$\Rightarrow (\alpha) \cap (ABD) = MN \parallel BD, I \in MN.$

Tương tự
$$\begin{cases} N \in (\alpha) \cap (SAD) \\ (\alpha) \parallel (SBD) \\ (SAD) \cap (SBD) = SD \end{cases}$$

$\Rightarrow (SAD) \cap (\alpha) = NP \parallel SD, P \in SN.$

Thiết diện là tam giác MNP .



Do
$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SBD) \\ (SAB) \cap (SBD) = SB \Rightarrow MP \parallel SB. \text{ Hai tam giác } MNP \text{ và } BDS \text{ có các cặp cạnh tương ứng song} \\ (SAB) \cap (\alpha) = MP \end{cases}$$

song nên chúng đồng dạng, mà BDS đều nên tam giác MNP đều.

Trường hợp 2. Điểm I thuộc đoạn OC , tương tự trường hợp 1 ta được thiết diện là tam giác đều HKL như (h_v).

b) **Trường hợp 1.** I thuộc đoạn OA

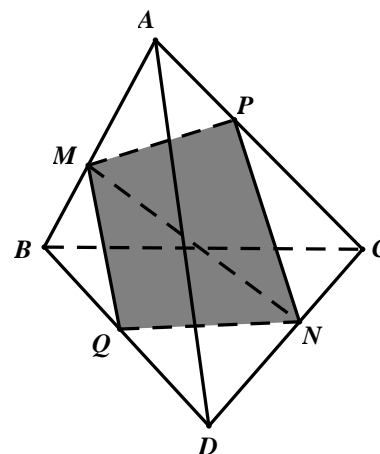
Ta có
$$S_{BCD} = \frac{BD^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{b^2 \sqrt{3}}{4}, \frac{S_{MNP}}{S_{BCD}} = \left(\frac{MN}{BD}\right)^2$$

Do $MN \parallel BD \Rightarrow \frac{MN}{BD} = \frac{AI}{AO} = \frac{2x}{a} \Rightarrow S_{MNP} = \left(\frac{2x}{a}\right)^2 S_{BCD} = \frac{b^2 x^2 \sqrt{3}}{a^2}.$

Trường hợp 2. I thuộc đoạn OC , tính tương tự ta có

$$S_{MNP} = \left(\frac{HL}{BD}\right)^2 S_{BCD} = \left[\frac{2(a-x)}{a}\right]^2 \frac{b^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{b^2 (a-x)^2 \sqrt{3}}{a^2}.$$

Vậy
$$S_{td} = \begin{cases} \frac{b^2 x^2 \sqrt{3}}{a^2}; I \in (OA) \\ \frac{b^2 (a-x)^2 \sqrt{3}}{a^2}; I \in (OC) \end{cases}.$$



Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$ và M, N là các điểm thay trên các cạnh AB, CD sao cho $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{ND}.$

a) Chứng minh MN luôn luôn song song với một mặt phẳng cố định.

b) Cho $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{ND} > 0$ và P là một điểm trên cạnh AC . thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là hình gì?

A. Tam giác

B. Tứ giác

C. Hình thang

D. Hình bình hành

c) Tính theo k tỉ số diện tích tam giác MNP và diện tích thiết diện.

A. $\frac{k}{k+1}$

B. $\frac{2k}{k+1}$

C. $\frac{1}{k}$

D. $\frac{1}{k+1}$

Hướng dẫn giải:

a) Do $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{ND}$ nên theo định lí Thales thì các đường thẳng MN, AC, BD cùng song song với một mặt phẳng (β) . Gọi (α) là mặt phẳng đi qua AC và song song với BD thì (α) cố định và $(\alpha) \parallel (\beta)$ suy ra MN luôn song song với (α) cố định.

b) Xét trường hợp $\frac{AP}{PC} = k$, lúc này $MP \parallel BC$ nên $BC \parallel (MNP)$.

Ta có :

$$\begin{cases} N \in (MNP) \cap (BCD) \\ BC \parallel (MNP) \\ BC \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow (BCD) \cap (MNP) = NQ \parallel BC, Q \in BD.$$

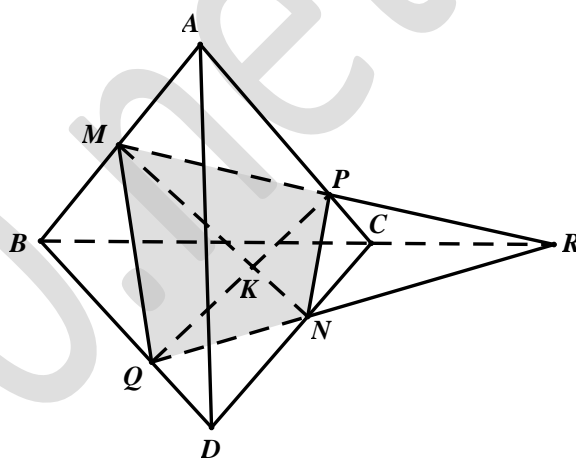
Thiết diện là tứ giác $MPNQ$. Xét trường hợp $\frac{AP}{PC} \neq k$

Trong (ABC) gọi $R = BC \cap MP$

Trong (BCD) gọi $Q = NR \cap BD$ thì thiết diện là tứ giác $MPNQ$.

Gọi $K = MN \cap PQ$

Ta có $\frac{S_{MNP}}{S_{MPNQ}} = \frac{PK}{PQ}$.



Do $\frac{AM}{NB} = \frac{CN}{ND}$ nên theo định lí Thales đảo thì AC, NM, BD lần lượt thuộc ba mặt phẳng song song với nhau và đường thẳng PQ cắt ba mặt phẳng này tương ứng tại P, K, Q nên áp dụng định lí Thales

ta được $\frac{PK}{KQ} = \frac{AM}{MB} = \frac{CN}{ND} = k \Rightarrow \frac{PK}{PQ} = \frac{PK}{PK + KQ} = \frac{\frac{PK}{KQ}}{\frac{PK}{KQ} + 1} = \frac{k}{k + 1}$.