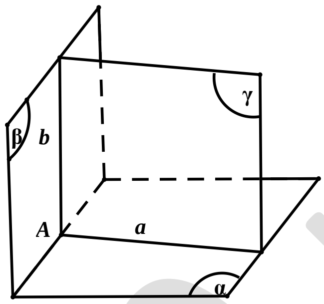
DẠNG 4: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN CỦA MỘT MẶT PHẲNG VỚI HÌNH CHÓP.

Phương pháp:

Để xác định thiết diện của hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ cắt bởi mặt phẳng (α), ta tìm giao điểm của mặt phẳng (α) với các đường thẳng chứa các cạnh của hình chóp. Thiết diện là đa giác có đỉnh là các giao điểm của (α) với hình chóp (và mỗi cạnh của thiết diện phải là một đoạn giao tuyến với một mặt của hình chóp)

Trong phần này chúng ta chỉ xét thiết diện của mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

Lưu ý: Điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β) thường được tìm như sau :



Tìm hai đường thẳng a,b lần lượt thuộc (α) và (β), đồng thời chúng cùng nằm trong mặt phẳng (γ) nào đó; giao điểm $M = a \cap b$ chính là điểm chung của (α) và (β).

Câu 1: Cho $ABCD$ là một tứ giác lồi. Hình nào sau đây không thể là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$?

A. Tam giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Lục giác.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Hình chóp $S.ABCD$ có 5 mặt nên thiết diện của hình chóp có tối đa 5 cạnh. Vậy thiết diện không thể là lục giác.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Thiết diện của mặt phẳng (α) tuỳ ý với hình chóp không thể là:

A. Lục giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Tứ giác. **D.** Tam giác.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Thiết diện của mặt phẳng với hình chóp là đa giác được tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng đó với mỗi mặt của hình chóp.

Hai mặt phẳng bất kì có nhiều nhất một giao tuyến.

Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có 5 mặt nên thiết diện của (α) với $S.ABCD$ có không qua 5 cạnh, không thể là hình lục giác 6 cạnh.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và điểm M ở trên cạnh SB. Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp theo thiết diện là

A. tam giác. **B.** hình thang. **C.** hình bình hành. **D.** hình chữ nhật.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD.

a) Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB) là hình gì?

A. Tam giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là hình gì?

A. Ngũ giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

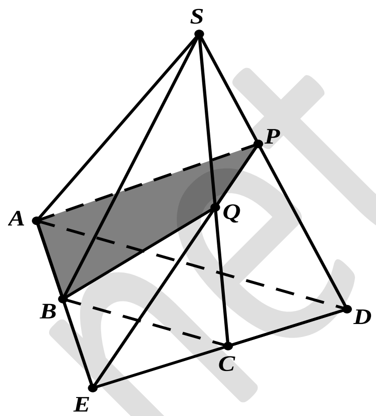
Hướng dẫn giải:

a) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = AB \cap CD$.

Trong mặt phẳng (SCD) gọi $Q = SC \cap EP$.

Ta có $E \in AB$ nên $EP \subset (ABP) \Rightarrow Q \in (ABP)$, do đó $Q = SC \cap (ABP)$.

Thiết diện là tứ giác $ABQP$.



b)Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi F, G lần lượt là các giao điểm của MN với AD và CD

Trong mặt phẳng (SAD) gọi $H = SA \cap FP$

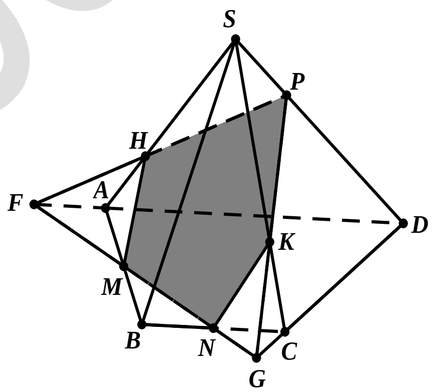
Trong mặt phẳng (SCD) gọi $K = SC \cap PG$.

Ta có $F \in MN \Rightarrow F \in (MNP)$,

$\Rightarrow FP \subset (MNP) \Rightarrow H \in (MNP)$

Vậy $\begin{cases} H \in SA \\ H \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow H = SA \cap (MNP)$ Tương tự $K = SC \cap (MNP)$.

Thiết diện là ngũ giác $MNKPH$.



Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$. Điểm C' nằm trên cạnh SC.

Thiết diện của hình chóp với mp (ABC') là một đa giác có bao nhiêu cạnh?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Xét (ABA') và (SCD) có

$\begin{cases} A' \in SC, SC \subset (SCD) \\ A' \in (ABA') \end{cases} \Rightarrow A'$ là điểm chung 1.

Gọi $I = AB \cap CD$

Có $\begin{cases} I \in AB, AB \subset (ABA') \\ I \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I$ là điểm chung 2.

$\Rightarrow (ABA') \cap (SCD) = IA'$

Gọi $M = IA' \cap SD$.

Có

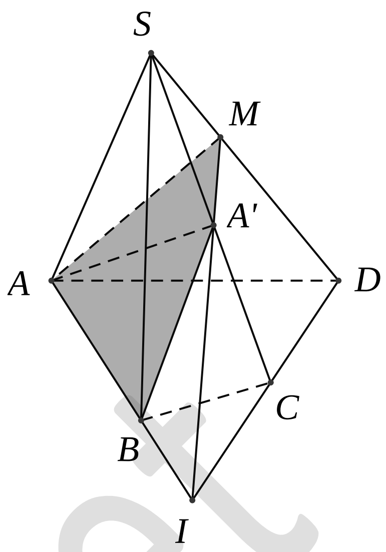
$(ABA') \cap (SCD) = A'M$

$(ABA') \cap (SAD) = AM$

$(ABA') \cap (ABCD) = AB$

$(ABA') \cap (SBC) = BA'$

Thiết diện là tứ giác $ABA'M$.



Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:

A. Tam giác IBC.
B. Hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).
C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).
D. Tứ giác $IBCD$.

Hướng dẫn giải:

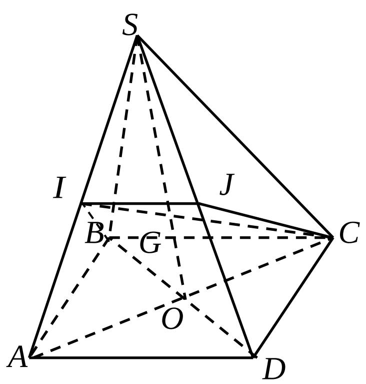
Chọn B.

Gọi O là giao điểm của AC và BD, G là giao điểm của CI và SO.

Khi đó G là trọng tâm tam giác SAC. Suy ra G là trọng tâm tam giác SBD.

Gọi $J = BG \cap SD$. Khi đó J là trung điểm SD.

Do đó thiết diện của hình chóp cắt bởi (IBC) là hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).



Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P là ba điểm trên các cạnh AD, CD, SO. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) là hình gì?

A. Ngũ giác
B. Tứ giác
C. Hình thang
D. Hình bình hành

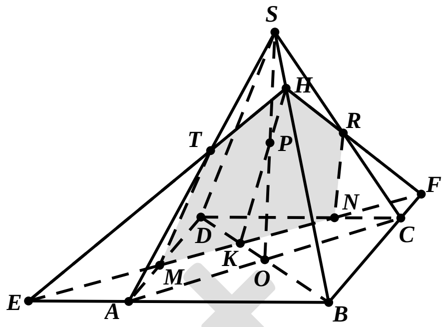
Hướng dẫn giải:

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi E, K, F lần lượt là giao điểm của MN với DA, DB, DC.

Trong mặt phẳng (SDB) gọi $H = KP \cap SB$

Trong mặt phẳng (SAB) gọi $T = EH \cap SA$

Trong mặt phẳng (SBC) gọi $R = FH \cap SC$.



Ta có $\begin{cases} E \in MN \\ H \in KP \end{cases} \Rightarrow EH \subset (MNP)$,

$\begin{cases} T \in SA \\ T \in EH \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow T = SA \cap (MNP)$.

Lí luận tương tự ta có $R = SC \cap (MNP)$.

Thiết diện là ngũ giác $MNRHT$.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm AB và AC. Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác (T). Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. (T) là hình chữ nhật.

B. (T) là tam giác.

C. (T) là hình thoi.

D. (T) là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.

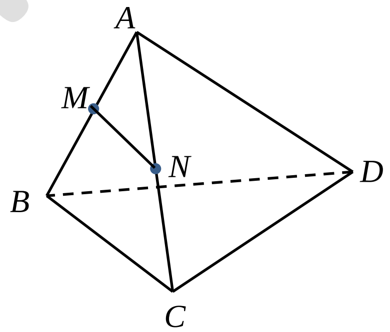
Hướng dẫn giải:

Chọn D.

(α) qua MN cắt AD ta được thiết diện là một tam giác.

(α) qua MN cắt hai cạnh BD và CD ta được thiết diện là một hình thang.

Đặc biệt khi mặt phẳng này đi qua trung điểm của BD và CD, ta được thiết diện là một hình bình hành.



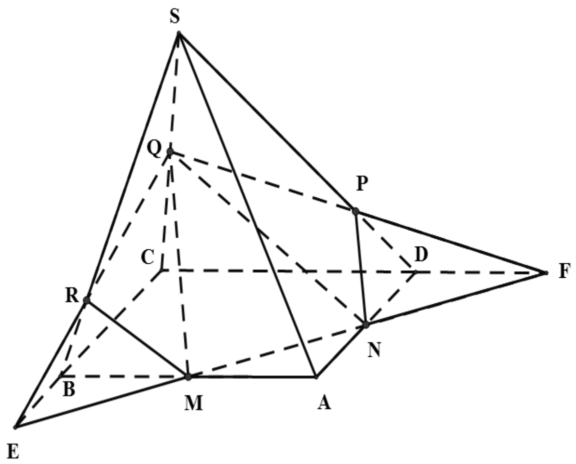
Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNQ) là đa giác có bao nhiêu cạnh ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNQ) là ngũ giác $MNPQR$. Đa giác này có 5 cạnh.



Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng :

a) (SAC) và (SBD)

A. SC
B. SB
C. SO trong đó $O = AC \cap BD$
D. $\{S\}$

b) (SAC) và (MBD)

A. SM
B. MB
C. OM trong đó $O = AC \cap BD$
D. SD

c) (MBC) và (SAD)

A. SM
B. FM trong đó $F = BC \cap AD$
C. SO trong $O = AC \cap BD$
D. SD

d) (SAB) và (SCD)

A. SE trong đó $E = AB \cap CD$
B. FM trong đó $F = BC \cap AD$
C. SO trong $O = AC \cap BD$
D. SD

Hướng dẫn giải:

a) Gọi $O = AC \cap BD$

$\Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases}$ Lại có $S \in (SAC) \cap (SBD)$

$\Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$

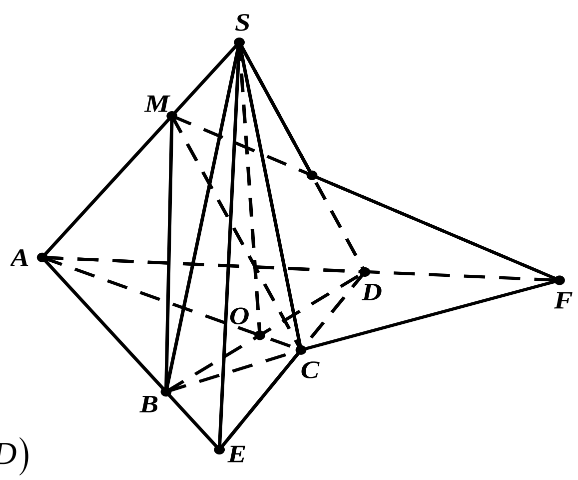
$\Rightarrow SO = (SAC) \cap (SBD)$.

b) $O = AC \cap BD$

$\Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (MBD) \end{cases}$

$\Rightarrow O \in (SAC) \cap (MBD)$.

Và $M \in (SAC) \cap (MBD) \Rightarrow OM = (SAC) \cap (MBD)$.



c) Trong $(ABCD)$ gọi

$F = BC \cap AD \Rightarrow \begin{cases} F \in BC \subset (MBC) \\ F \in AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow F \in (MBC) \cap (SAD)$

Và $M \in (MBC) \cap (SAD) \Rightarrow FM = (MBC) \cap (SAD)$

d) Trong $(ABCD)$ gọi $E = AB \cap CD$, ta có

$SE = (SAB) \cap (SCD)$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$, O là một điểm thuộc miền trong tam giác BCD, M là điểm trên đoạn AO

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MCD) với các mặt phẳng (ABC).

A. PC trong đó $P = DC \cap AN$, $N = DO \cap BC$
B. PC trong đó $P = DM \cap AN$, $N = DA \cap BC$
C. PC trong đó $P = DM \cap AB$, $N = DO \cap BC$
D. PC trong đó $P = DM \cap AN$, $N = DO \cap BC$

b) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MCD) với các mặt phẳng (ABD).

A. DR trong đó $R = CM \cap AQ$, $Q = CA \cap BD$
B. DR trong đó $R = CB \cap AQ$, $Q = CO \cap BD$
C. DR trong đó $R = CM \cap AQ$, $Q = CO \cap BA$
D. DR trong đó $R = CM \cap AQ$, $Q = CO \cap BD$

c) Gọi I, J là các điểm tương ứng trên các cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IJM) và (ACD).

A. FG trong đó $F = IJ \cap CD$, $G = KM \cap AE$, $K = BE \cap IA$, $E = BO \cap CD$
B. FG trong đó $F = IA \cap CD$, $G = KM \cap AE$, $K = BA \cap IJ$, $E = BO \cap CD$
C. FG trong đó $F = IJ \cap CD$, $G = KM \cap AE$, $K = BA \cap IJ$, $E = BO \cap CD$
D. FG trong đó $F = IJ \cap CD$, $G = KM \cap AE$, $K = BE \cap IJ$, $E = BO \cap CD$

Hướng dẫn giải:

a) Trong (BCD) gọi $N = DO \cap BC$, trong (ADN) gọi

$$P = DM \cap AN \Rightarrow \begin{cases} P \in DM \subset (CDM) \\ P \in AN \subset (ABC) \end{cases}$$

$\Rightarrow P \in (CDM) \cap (ABC)$

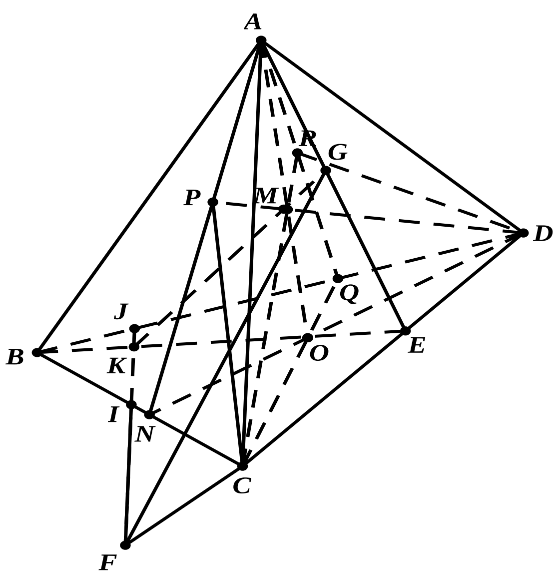
Lại có

$C \in (CDM) \cap (ABC) \Rightarrow PC = (CDM) \cap (ABC)$.

b)Tương tự, trong (BCD) gọi $Q = CO \cap BD$, trong (ACQ) gọi $R = CM \cap AQ$

$$\Rightarrow \begin{cases} R \in CM \subset (CDM) \\ R \in AQ \subset (ABD) \end{cases} \Rightarrow R \in (CDM) \cap (ABD)$$

D là điểm chung thứ hai của (MCD) và (ABD) nên $DR = (CDM) \cap (ABD)$.



c) Trong (BCD) gọi $E = BO \cap CD, F = IJ \cap CD$, $K = BE \cap IJ$; trong (ABE) gọi $G = KM \cap AE$.

Có $\begin{cases} F \in IJ \subset (IJM) \\ F \in CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow F \in (IJM) \cap (ACD)$, $\begin{cases} G \in KM \subset (IJM) \\ G \in AE \subset (ACD) \end{cases}$