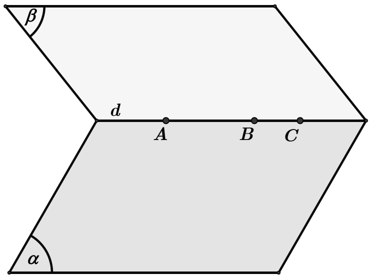
DẠNG 3: BA ĐIỂM THẲNG HÀNG, BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY TRONG KHÔNG GIAN

a) Để chứng minh ba điểm (hay nhiều điểm) thẳng hàng ta chứng minh chúng là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt, khi đó chúng nằm trên đường thẳng giao tuyên của hai mặt phẳng nên thẳng hàng.

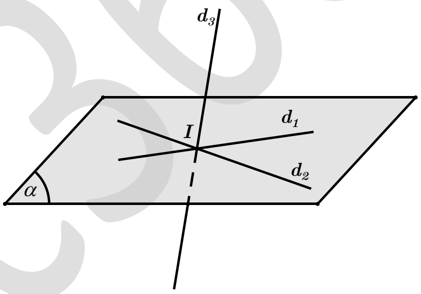


tức là:

- Tìm $d = (\alpha) \cap (\beta)$;
- Chỉ ra (chứng minh) d đi qua ba điểm $A, B, C \Rightarrow A, B, C$ thẳng hàng.

Hoặc chứng minh đường thẳng AB đi qua $C \Rightarrow A, B, C$ thẳng hàng.

b) Để chứng minh ba đường thẳng đồng qui ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng thuộc đường đường thẳng còn lại.



Phương pháp 1

Cơ sở của phương pháp này là ta cần chứng minh đường thẳng thứ nhất qua giao điểm của hai đường thẳng còn lại.

- Bước 1: Tìm $I = d_1 \cap d_2$.
- Bước 2: Chứng minh d_3 đi qua I.

$\Rightarrow d_1, d_2, d_3$ đồng quy tại I.

Phương pháp 2

Cơ sở của phương pháp là ta cần chứng minh chúng đôi một cắt nhau và dôi một ở trong ba mặt phẳng phân biệt.

- Bước 1: Xác định

$$\begin{cases} d_1, d_2 \subset (\alpha);\ d_1 \cap d_2 = I_1 \\ d_2, d_3 \subset (\beta);\ d_2 \cap d_3 = I_2 \\ d_3, d_1 \subset (\gamma);\ d_3 \cap d_1 = I_3 \end{cases}$$ trong đó (α), (β), (γ) phân biệt

- Bước 2: Kết luận d_1, d_2, d_3 đồng quy tại $I \equiv I_1 \equiv I_2 \equiv I_3$.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD và BC lần lượt tại P, Q. Biết MP cắt NQ tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, C. **B.** I, B, D. **C.** I, A, B. **D.** I, C, D.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

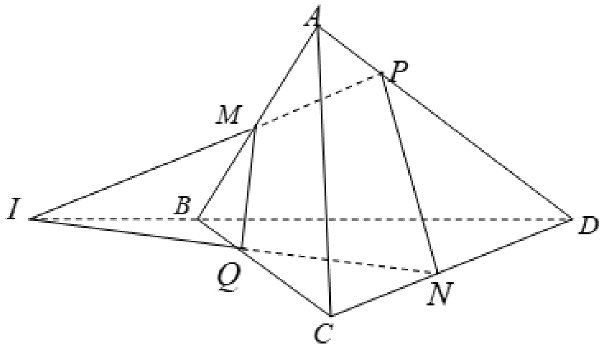
Ta có MP cắt NQ tại

$I \Rightarrow \begin{cases} I \in MP \\ I \in NQ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (ABD) \\ I \in (CBD) \end{cases}$.

$\Rightarrow I \in (ABD) \cap (CBD)$.

$\Rightarrow I \in BD$.

Vậy I, B, D thẳng hàng.



Câu 2: Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Ba điểm B, J, K thẳng hàng

B. Ba điểm I, J, K thẳng hàng

C. Ba điểm I, J, K không thẳng hàng

D. Ba điểm I, J, C thẳng hàng

Hướng dẫn giải:

Ta có

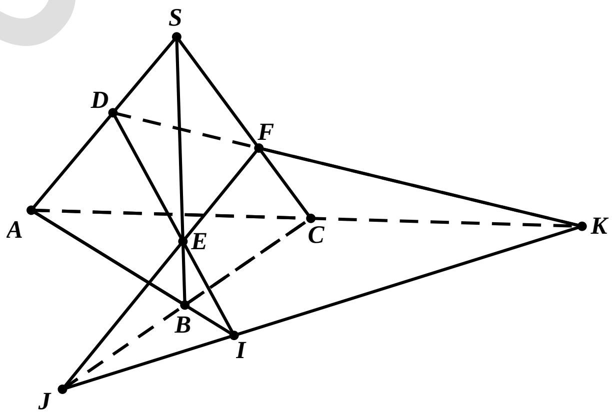
$I = DE \cap AB, DE \subset (DEF) \Rightarrow I \in (DEF)$;

$AB \subset (ABC) \Rightarrow I \in (ABC)$ (1). Tương tự

$J = EF \cap BC$

$\Rightarrow \begin{cases} J \in EF \in (DEF) \\ J \in BC \subset (ABC) \end{cases}$ (2) $K = DF \cap AC$

$\Rightarrow \begin{cases} K \in DF \subset (DEF) \\ K \in AC \subset (ABC) \end{cases}$ (3) Từ (1),(2) và (3) ta có I, J, K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và (DEF) nên chúng thẳng hàng.



Câu 3: Cho tứ diện $SABC$ có D, E lần lượt là trung điểm của AC, BC và G là trọng tâm của tam giác ABC. Mặt phẳng (α) đi qua AC cắt SE, SB lần lượt tại M, N. Một mặt phẳng (β) đi qua BC cắt SD, SA tương ứng tại P và Q.

a) Gọi $I = AM \cap DN, J = BP \cap EQ$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Bốn điểm S, I, J, G thẳng hàng. **B.** Bốn điểm S, I, J, G không thẳng hàng.

C. Ba điểm P, I, J thẳng hàng. **D.** Bốn điểm I, J, Q thẳng hàng.

b) Giả sử $K = AN \cap DM, L = BQ \cap EP$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Ba điểm S, K, L thẳng hàng. **B.** Ba điểm S, K, L không thẳng hàng

C. Ba điểm B, K, L thẳng hàng **D.** Ba điểm C, K, L thẳng hàng

Hướng dẫn giải:

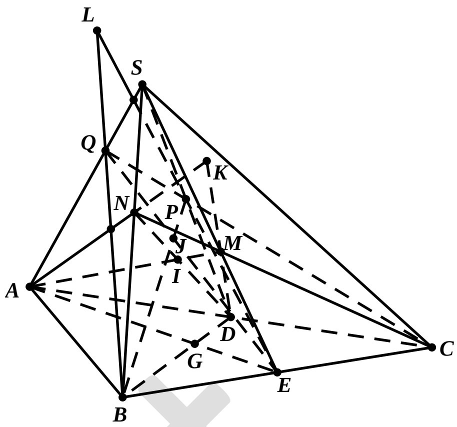
a) Ta có $S \in (SAE) \cap (SBD)$, (1)

$$G = AE \cap BD \Rightarrow \begin{cases} G \in AE \subset (SAE) \\ G \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} G \in (SAE) \\ G \in (SBD) \end{cases} \quad (2)$$

$$I = AM \cap DN \Rightarrow \begin{cases} I \in DN \subset (SBD) \\ I \in AM \subset (SAE) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (SBD) \\ I \in (SAE) \end{cases} \quad (3)$$

$$J = BP \cap EQ \Rightarrow \begin{cases} J \in BP \subset (SBD) \\ J \in EQ \subset (SAE) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J \in (SBD) \\ J \in (SAE) \end{cases} \quad (4)$$

Từ (1),(2),(3) và (4) ta có S, I, J, G là điểm chung của hai mặt phẳng (SBD) và (SAE) nên chúng thẳng hàng.



Câu 4: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tưng ứng tại các điểm M, N, P, Q. Khẳng định nào đúng?

A. Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng qui.
B. Các đường thẳng MP, NQ, SO chéo nhau.
C. Các đường thẳng MP, NQ, SO song song.
D. Các đường thẳng MP, NQ, SO trùng nhau.

Hướng dẫn giải:

Trong mặt phẳng $(MNPQ)$ gọi $I = MP \cap NQ$.

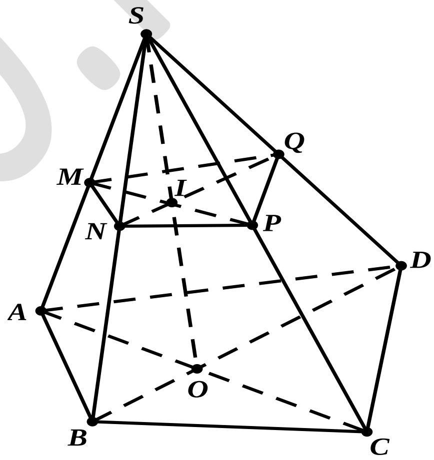
Ta sẽ chứng minh $I \in SO$.

Dễ thấy $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

$$\begin{cases} I \in MP \subset (SAC) \\ I \in NQ \subset (SBD) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I \in (SAC) \\ I \in (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in SO$$

Vậy MP, NQ, SO đồng qui tại I.



Câu 5: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng a. Trong (P) lấy hai điểm A, B nhưng không thuộc a và S là một điểm không thuộc (P). Các đường thẳng SA, SB cắt (Q) tương ứng tại các điểm C, D. Gọi E là giao điểm của AB và a.Khẳng định nào đúng?

A. AB, CD và a đồng qui.
B. AB, CD và a chéo nhau.
C. AB, CD và a song song nhau.
D. AB, CD và a trùng nhau

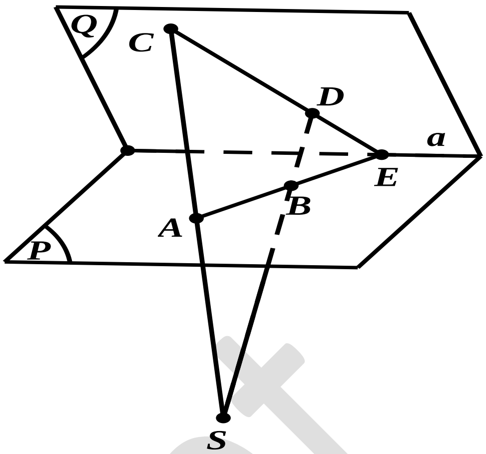
Hướng dẫn giải:

Trước tiên ta có $S \notin AB$ vì ngược lại thì $S \in AB \subset (P) \Rightarrow S \in (P)$

(mâu thuẫn giả thiết) do đó S, A, B không thẳng hàng, vì vậy ta có mặt phẳng (SAB).

Do

$$C = SA \cap (Q) \Rightarrow \begin{cases} C \in SA \subset (SAB) \\ C \in (Q) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C \in (SAB) \\ C \in (Q) \end{cases} \quad (1)$$



Tương tự

$$D = SB \cap (Q) \Rightarrow \begin{cases} D \in SB \subset (SAB) \\ D \in (Q) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D \in (SAB) \\ D \in (Q) \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $CD = (SAB) \cap (Q)$.

Mà

$$E = AB \cap a \Rightarrow \begin{cases} E \in AB \subset (SAB) \\ E \in a \subset (Q) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E \in (SAB) \\ E \in (Q) \end{cases}$$

$\Rightarrow E \in CD$.

Vậy AB, CD và a đồng qui đồng qui tại E.