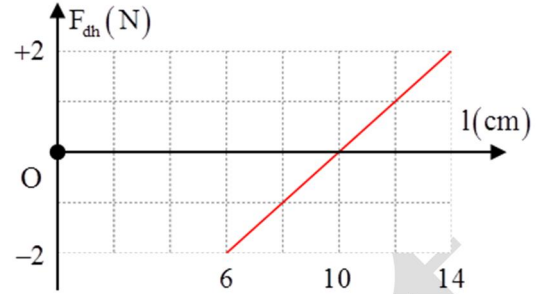


**Câu 5:** Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa mà lực đàn hồi và chiều dài của con lắc lò xo có mối quan hệ được cho bởi hình vẽ.

Độ cứng của lò xo

- A. 100 N/m                      B. 150 N/m  
C. 50 N/m                         D. 200 N/m



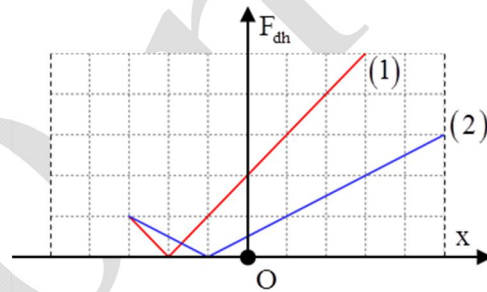
$$\text{Biên độ dao động } A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = 4\text{cm} \Rightarrow k = \frac{F_{\text{dhmax}}}{A} = \frac{2}{0,04} = 50\text{ N/m}$$

✓ **Đáp án C**

**Câu 6:** Hai con lắc lò xo thẳng đứng. Chiều dương hướng xuống, độ lớn của lực đàn hồi tác dụng lên mỗi con lắc có đồ thị phụ thuộc vào thời gian như hình vẽ. Cơ năng của con lắc (1) và (2) lần lượt là  $W_1$  và  $W_2$ . Tỉ số  $\frac{W_1}{W_2}$

$W_1$  và  $W_2$ . Tỉ số  $\frac{W_1}{W_2}$

- A. 0,18                              B. 0,36  
C. 0,54                              D. 0,72



+ Lực đàn hồi của con lắc bằng 0 tại vị trí  $x = -\Delta l_0 \Rightarrow \Delta l_{01} = 2\Delta l_{02} = 2$  đơn vị (ta chuẩn hóa bằng 2)

$$\text{Dựa vào đồ thị ta cũng thu được } \begin{cases} A_1 = 3 \\ A_2 = 5 \end{cases}$$

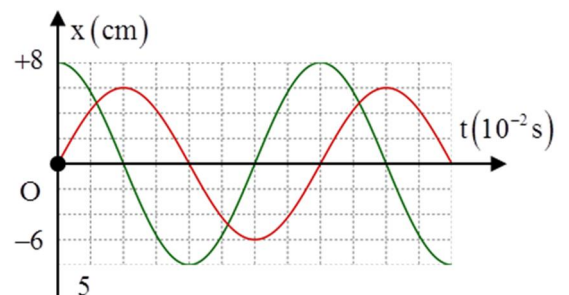
$$F_{1\max} = \frac{5}{3}F_{2\max} \Leftrightarrow k_1(\Delta l_{01} + A_1) = \frac{5}{3}k_2(\Delta l_{02} + A_2) \Leftrightarrow k_1(2 + 3) = \frac{5}{3}k_2(1 + 5) \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = 2$$

$$\text{Ta có tỉ số } \frac{W_1}{W_2} = \frac{k_1}{k_2} \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 = 2 \left( \frac{3}{5} \right)^2 = 0,72$$

✓ **Đáp án D**

**Câu 7: (Chuyên Long An – 2017)** Một vật có khối lượng 100 g đồng thời thực hiện hai dao động điều hòa được mô tả bởi đồ thị như hình vẽ. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Lực phục hồi cực đại tác dụng lên vật có giá trị

- A. 2,5 N                              B. 2 N  
C. 1,5 N                              D. 3 N



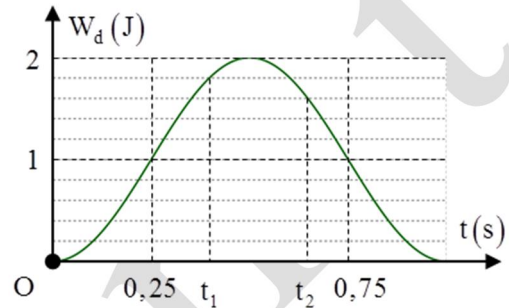
Phương trình hai dao động thành phần

$$\begin{cases} x_1 = 8 \cos(5\pi t) \\ x_2 = 6 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow x = 10 \cos(5\pi t + \varphi)$$

Lực phục hồi cực đại  $F_{ph_{max}} = ma_{max} = m\omega^2 A = 100 \cdot 10^{-3} \cdot (5\pi)^2 \cdot 10 \cdot 10^{-2} = 2,5N$

**Câu 8:(Quốc gia – 2017)** Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa. Hình bên là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của động năng  $W_d$  của con lắc theo thời gian  $t$ . Hiệu  $t_2 - t_1$  có giá trị **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

- A. 0,27 s                      B. 0,24 s  
C. 0,22 s                      D. 0,20 s



+ Từ đồ thị, ta thu được  $W = 2J$  và ban đầu vật đang ở vị trí biên (động năng bằng 0)

+ Ta để ý rằng hai thời điểm 0,25 s và 0,75 s ứng với hai vị trí động năng bằng

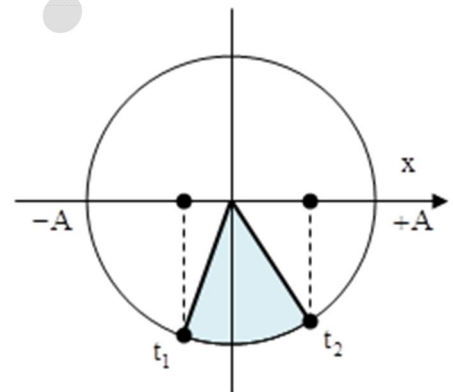
thế năng  $\Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} A \Rightarrow$  khoảng thời gian vật đi giữa hai vị trí này là

$$\frac{T}{8} = 0,25 \Rightarrow T = 2s$$

$$\begin{cases} W_{t_1} = 0,2J \\ W_{t_2} = 0,4J \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \pm \frac{A}{\sqrt{10}} \\ x_2 = \pm \frac{A}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

Từ hình vẽ, ta tìm được  $t_2 - t_1 \approx 0,25s$

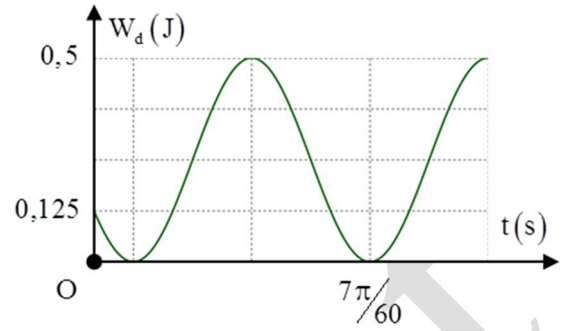
✓ **Đáp án B**



#### IV. ĐỒ THỊ LIÊN QUAN ĐẾN NĂNG LƯỢNG TRONG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

**Bài tập mẫu 1:**(Huỳnh Thúc Kháng – 2017) Một vật có khối lượng 250 g dao động điều hòa, chọn gốc tính thế năng ở vị trí cân bằng, đồ thị động năng theo thời gian như hình vẽ. Thời điểm đầu tiên vật có vận tốc thỏa mãn  $v = -10x$  ( $x$  là li độ) là

- A.  $\frac{7\pi}{120}$ s                      B.  $\frac{\pi}{30}$ s  
C.  $\frac{\pi}{20}$ s                              D.  $\frac{\pi}{24}$ s



**Hướng dẫn:**

+ Khoảng thời gian vật đi từ vị trí thế năng bằng 3 lần động năng (động năng đang giảm) đến vị trí động năng bằng 0 ứng với vật đi từ vị trí

$$x = +\frac{\sqrt{3}A}{2} \text{ đến } x = -A$$

$$\text{Ta có } \frac{T}{2} + \frac{T}{12} = \frac{7\pi}{60} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5} \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 10 \text{ rad/s}$$

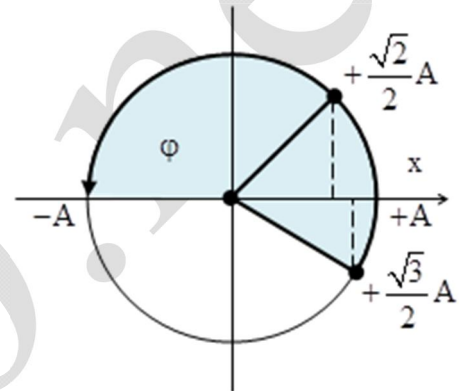
+ Vị trí  $v = -10x$ , ta có:

$$\begin{cases} v = -10x \\ \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{-10x}{\omega A}\right)^2 = 1$$

Biến đổi toán học, ta thu được

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{-10x}{10A}\right)^2 = 1 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}A \Rightarrow \text{Lần đầu ứng với } x = +\frac{\sqrt{2}}{2}A \text{ và vật đi theo chiều âm} \Rightarrow t = \frac{T}{12} + \frac{T}{8} = \frac{\pi}{24} \text{ s}$$

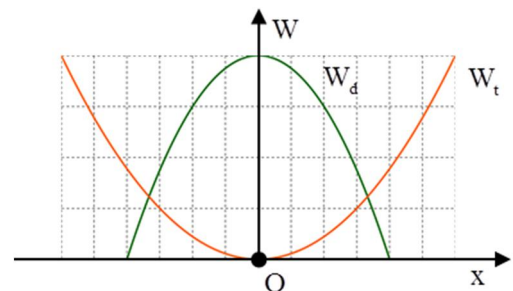
✓ **Đáp án D**



**Bài tập mẫu 2:**(Sở Bình Phước – 2017) Hai chất điểm có khối lượng lần lượt là  $m_1, m_2$  dao động điều hòa cùng phương cùng tần số. Đồ thị biểu diễn động năng của  $m_1$  và thế năng của  $m_2$  theo li độ như hình vẽ.

Tỉ số  $\frac{m_1}{m_2}$  là

- A.  $\frac{2}{3}$                                       B.  $\frac{9}{4}$   
C.  $\frac{4}{9}$                                       D.  $\frac{3}{2}$



**Hướng dẫn :**

Từ đồ thị ta thấy rằng cơ năng của hai vật là như nhau  $E_1 = E_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_1\omega^2A_1^2 = \frac{1}{2}m_2\omega^2A_2^2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{A_2^2}{A_1^2}$

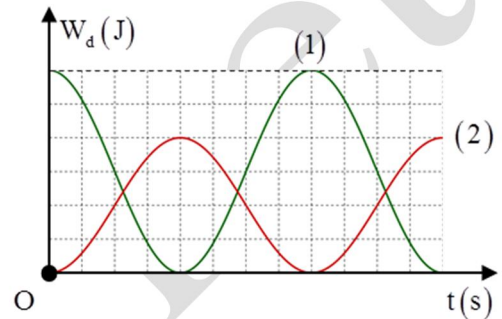
+ Mặt khác  $A_2 = \frac{3}{2}A_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{9}{4}$

✓ **Đáp án B**

**BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Câu 1:**(Thị Xã Quảng Trị - 2017) Hai con lắc lò xo dao động điều hòa có động năng biến thiên theo thời gian như đồ thị, con lắc (1) là đường liền nét và con lắc (2) là đường nét đứt. Vào thời điểm thế năng hai con lắc bằng nhau thì tỉ số động năng con lắc (1) và động năng con lắc (2) là

- A.  $\frac{81}{25}$                       B.  $\frac{3}{2}$   
 C.  $\frac{9}{4}$                               D.  $\frac{9}{5}$



+ Từ đồ thị ta thấy rằng hai dao động này vuông pha nhau (động năng của vật 1 cực đại – đang ở vị trí cân bằng, thì động năng của vật 2 cực tiểu – đang ở biên) và  $E_1 = 1,5E_2$

+ Ta biểu diễn động năng và thế năng của các vật về cơ năng

$$\begin{cases} E_t = E\cos^2\varphi \\ E_d = E\sin^2\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_{t1} = E_{t2} \\ E_{d1} = E_1\sin^2\varphi_1 \\ E_{d2} = E_2\sin^2\varphi_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_1\cos^2\varphi_1 = E_2\cos^2\varphi_2 \quad (1) \\ E_{d1} = \frac{E_1(1-\cos^2\varphi_1)}{E_2(1-\cos^2\varphi_2)} \quad (2) \end{cases}$$

+ Kết hợp với  $E_1 = 1,5E_2$  và hai dao động này vuông pha (1) trở thành

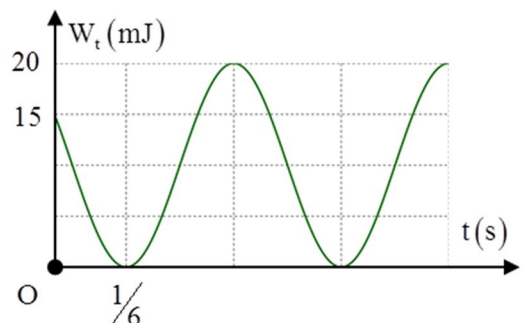
$$1,5\cos^2\varphi_1 = \cos^2\varphi_2 \xrightarrow{\cos^2\varphi_1 + \cos^2\varphi_2} 2,5\cos^2\varphi_1 = 1 \Rightarrow \cos^2\varphi_1 = 0,4$$

Thay kết quả trên vào (2) ta thu được tỉ số  $\frac{E_{d1}}{E_{d2}} = \frac{1,5(1-\cos^2\varphi_1)}{1-1,5\cos^2\varphi_1} = \frac{9}{4}$

✓ **Đáp án C**

**Câu 2:** Một vật có khối lượng 400 g dao động điều hòa với thế năng phụ thuộc theo thời gian được cho như hình vẽ. Tại thời điểm  $t=0$ , vật chuyển động theo chiều dương, lấy  $\pi^2 = 10$ . Phương trình dao động của vật là

- A.  $x = 10\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm    B.  $x = 5\cos\left(2\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$  cm



C.  $x = 10\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm     D.  $x = 5\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm

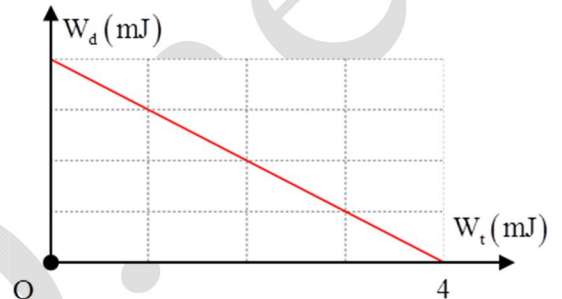
Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí  $W_d = \frac{1}{3}W_t$  theo chiều dương  $\Rightarrow \begin{cases} x_0 = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}A \\ \varphi_0 = -\frac{5\pi}{6} \end{cases}$  (lưu ý rằng thế năng sau thời điểm ban

đầu có xu hướng giảm, vậy vật chuyển động từ biên âm về vị trí cân bằng)

✓ **Đáp án B**

**Câu 3:** Động năng dao động của một con lắc lò xo được mô tả theo thế năng dao động của nó bằng đồ thị như hình vẽ. Cho biết khối lượng của vật bằng 100 g, vật dao động giữa hai vị trí cách nhau 8 cm. Tần số góc của dao động

- A.  $5\text{rad.s}^{-1}$                              B.  $5\sqrt{2}\text{rad.s}^{-1}$   
 C.  $5\sqrt{3}\text{rad.s}^{-1}$                              D.  $2,5\text{rad.s}^{-1}$



Từ hình vẽ, ta thấy rằng  $W = W_{\text{tmax}} = 4\text{mJ}$

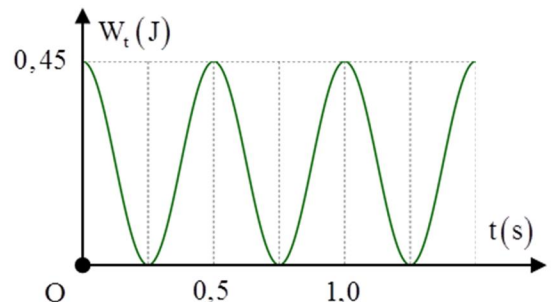
+ Vật dao động giữa hai vị trí cách nhau 8 cm  $\Rightarrow A = 4\text{cm}$

Tần số góc của dao động  $\omega = \sqrt{\frac{2W}{mA^2}} = 5\sqrt{2}\text{rad.s}^{-1}$

✓ **Đáp án B**

**Câu 4:** Một vật có khối lượng 1 kg dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng. Đồ thị thế năng của vật theo thời gian được cho như hình vẽ. Lấy  $\pi^2 = 10$ , biên độ dao động của vật là

- A. 60cm                                     B. 3,75cm  
 C. 15cm                                     D. 30cm

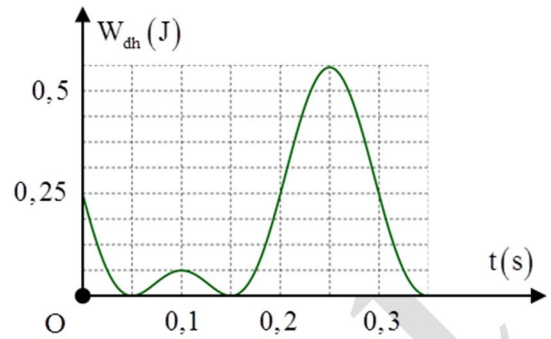


Từ đồ thị ta thấy rằng thế năng biến thiên với chu kỳ 0,5 s vậy chu kỳ của dao động là 1 s  $\Rightarrow \omega = 2\pi\text{rad.s}^{-1}$

Biên độ của dao động được xác định bởi  $W = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{m\omega^2}} = 15\text{cm}$

✓ **Đáp án C**

**Câu 5: (Quốc gia – 2017)** Một con lắc lò xo treo vào một điểm cố định, ở nơi có gia tốc trọng trường  $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$ . Cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Hình bên là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của thế năng đàn hồi  $W_{\text{đh}}$  của lò xo vào thời gian  $t$ . Khối lượng của con lắc **gần nhất** với giá trị nào sau đây



A. 0,45 kg

B. 0,55 kg

C. 0,35 kg

D. 0,65 kg

Thế năng đàn hồi của con lắc lò xo treo thẳng đứng được xác định bởi biểu thức

$$\frac{1}{2}k(\Delta l_0 + x)^2$$

+ Thế năng ở hai vị trí (1) và (2) ứng với

$$\begin{cases} W_1 = 0,0625 = \frac{1}{2}k(A - \Delta l_0)^2 \\ W_2 = 0,5625 = \frac{1}{2}k(A + \Delta l_0)^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{A + \Delta l_0}{A - \Delta l_0} = 3 \Rightarrow A = 2\Delta l_0$$

+ Mặc khác, ta để rằng thời gian vật chuyển động từ (1) đến

$$(2) \text{ ứng với nửa chu kì } \frac{T}{2} = 0,15 \Rightarrow T = 0,3\text{s}$$

Từ đó ta tìm được  $\Delta l_0 = 0,0225mA = 0,045\text{m}$

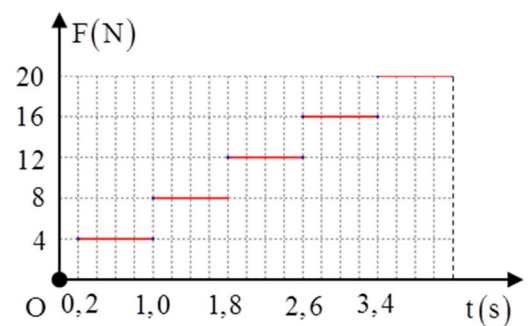
Khối lượng của vật

$$W_2 = \frac{1}{2}m\omega^2(A + \Delta l_0)^2 \Leftrightarrow 0,5625 = \frac{1}{2}m\left(\frac{20\pi}{3}\right)^2(0,045 + 0,0225)^2 \Rightarrow m \approx 0,55\text{kg}$$

✓ **Đáp án B**

## V. MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP KHÁC

**Câu 1: (Chuyên Lương Văn Chánh – 2017)** Một lò xo nhẹ, có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$  được treo vào một điểm cố định, đầu dưới treo vật nhỏ khối lượng  $m = 400 \text{ g}$ . Giữ vật ở vị trí lò xo không biến dạng rồi buông nhẹ để vật dao động điều hòa tự do dọc theo trục lò xo. Chọn trục tọa độ thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc thời gian là lúc buông vật. Tại thời điểm  $t = 0,2 \text{ s}$ , một lực  $\vec{F}$  thẳng đứng, có cường độ biến thiên theo thời gian biểu diễn như đồ thị trên hình bên, tác dụng vào vật. Biết điểm treo



chỉ chịu được lực kéo tối đa có độ lớn 20 N. Tại thời điểm lò xo bắt đầu rời khỏi điểm treo, tốc độ của vật là

A.  $20\pi\sqrt{3}$  cm/s

B. 9 cm/s

C.  $20\pi$  cm/s

D.  $40\pi$  cm/s

+ Chu kì của dao động

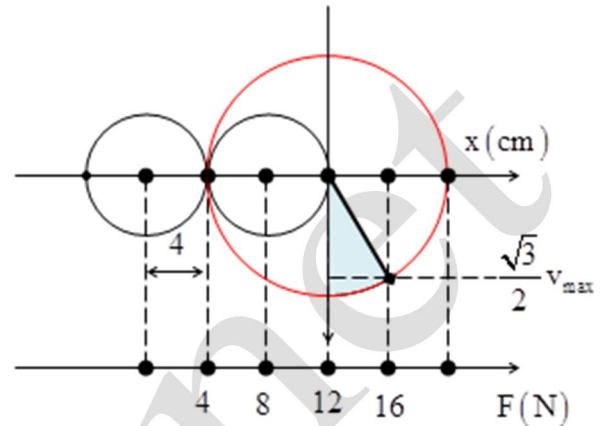
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{400 \cdot 10^{-3}}{100}} = 0,4s$$

+ Độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{400 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{100} = 4cm$$

+ Khi lực F tăng lên một lượng  $\Delta F$  thì vị trí cân bằng của lò xo dịch chuyển thêm một đoạn  $\Delta l = 4cm$

Tại thời điểm  $t = 0,2s$  con lắc đang ở vị trí biên của dao động thứ nhất



+ Dưới tác dụng của lực F vị trí cân bằng dịch chuyển đến đúng vị trí biên nên con lắc đứng yên tại vị trí này  
+ Lập luận tương tự khi ngoại lực F có độ lớn 12 N con lắc sẽ dao động với biên độ 8 cm

Từ hình vẽ ta tìm được  $v = \frac{\sqrt{3}}{2} v_{max} = \frac{\sqrt{3}}{2} 8.5\pi = 20\pi\sqrt{3}$  cm/s

✓ **Đáp án A**

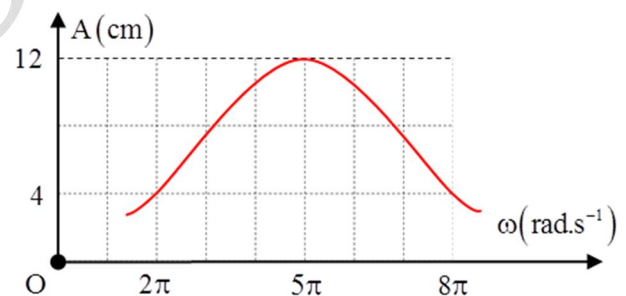
**Câu 2: (Sở Đồng Tháp – 2017)** Một con lắc lò xo có khối lượng 100 g dao động cưỡng bức ổn định dưới tác dụng của ngoại lực biến thiên điều hoà với tần số f. Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của biên độ vào tần số của ngoại lực tác dụng lên hệ có dạng như hình vẽ. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Độ cứng của lò xo là

A. 25 N/m.

B. 42,25 N/m.

C. 75 N/m.

D. 100 N/m.



Từ đồ thị ta thấy rằng, cộng hưởng cơ xảy ra khi  $\omega^2 = (5\pi)^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m(5\pi)^2 = 25$  N/m

✓ **Đáp án A**