

**BẢNG ĐÁP ÁN**

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10
C	B	C	C	C	B	B	A	A	A
Câu 11	Câu 12	Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16	Câu 17	Câu 18	Câu 19	Câu 20
D	C	C	B	C	B	C	A	C	D
Câu 21	Câu 22	Câu 23	Câu 24	Câu 25	Câu 26	Câu 27	Câu 28	Câu 29	Câu 30
C	A	B	C	D	B	D	C	D	B
Câu 31	Câu 32	Câu 33	Câu 34	Câu 35	Câu 36	Câu 37	Câu 38	Câu 39	Câu 40
D	C	C	B						

**ĐÁP ÁN CHI TIẾT**

**Câu 1:**

Biên độ của dao động tổng hợp không phụ thuộc vào tần số của hai dao động thành phần

✓ **Đáp án C**

**Câu 2:**

Phương trình dao động tổng hợp  $x = 7 \cos(\pi t)$  cm

✓ **Đáp án B**

**Câu 3:**

Phương trình dao động tổng hợp  $x = 6\sqrt{3} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm

✓ **Đáp án C**

**Câu 4:**

Biên độ dao động tổng hợp  $A = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$  cm

✓ **Đáp án C**

Câu 5:

Tốc độ cực đại của vật  $v_{\max} = \omega A = \omega \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 2\pi \sqrt{4^2 + 4^2} = 8\sqrt{2}\pi \text{ cm/s}$

✓ **Đáp án C**

Câu 6:

Gia tốc của vật tại biên âm ứng với giá trị cực đại

$$a_{\max} = \omega^2 A = \omega^2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} = \pi^2 \sqrt{5^2 + 5^2 + 2.5.5 \cos 30^\circ} = 95,3 \text{ cm/s}^2$$

✓ **Đáp án B**

Câu 7:

Dao động thành phần  $x_1 = 5 \cos(2\pi t) \text{ cm}$

✓ **Đáp án B**

Câu 8:

Tốc độ cực đại của vật trong quá trình dao động  $v_{\max} = \omega A = 4\pi(6-3) = 12\pi \text{ cm/s}$

+ Tại vị trí động năng bằng 3 lần thế năng thì  $x = \frac{A}{2} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} v_{\max} = 6\sqrt{3}\pi \text{ cm/s}$

✓ **Đáp án A**

Câu 9:

Biên độ dao động tổng hợp của vật được xác định bởi

$$A^2 = 2^2 + A_2^2 + 2.2.A_2 \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{A_2^2}{x^2} + 2.2.\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\frac{A_2}{x} + 2^2$$

$$A \text{ cực tiểu tại } A = -\frac{2.2.\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)}{2} = 1 \text{ cm}$$

✓ **Đáp án A**

Câu 10:

Biên độ của dao động tổng hợp  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} \Rightarrow A_{\max}$  khi  $\Delta\varphi = 0$

✓ **Đáp án A**

Câu 11:

Ta chỉ có thể tổng hợp hai dao động khi hai dao động này có cùng phương cùng tần số và độ lệch pha không đổi theo thời gian

✓ **Đáp án D**

**Câu 12:**

Biên độ dao động tổng hợp không phụ thuộc vào tần số của dao động thành phần

✓ **Đáp án C**

**Câu 13:**

Biểu thức xác định pha ban đầu của dao động tổng hợp

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

✓ **Đáp án C**

**Câu 14:**

Điều kiện để  $A = |A_1 - A_2|$  là hai dao động thành phần ngược pha nhau  $\Rightarrow \Delta\varphi = (2k+1)\pi$

✓ **Đáp án B**

**Câu 15:**

+ Phương pháp đại số :

Từ biểu thức tổng hợp dao động ta có

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi \text{ kết hợp với } A_1^2 + A_2^2 = (A_1 + A_2)^2 - 2A_1A_2$$

$$\text{Ta thu được : } A^2 = (A_1 + A_2)^2 + 2A_1A_2(\cos \Delta\varphi - 1) \Rightarrow (A_1 + A_2)^2 = A^2 - 2A_1A_2(\cos \Delta\varphi - 1)$$

Từ biểu thức trên ta thấy rằng để  $(A_1 + A_2)_{\max}$  thì  $A_1A_2$  nhỏ nhất

$$\text{Bất đẳng thức Cosi cho hai số } A_1 \text{ và } A_2 : (A_1 + A_2)^2 \geq 4A_1A_2 \Rightarrow A_1A_2 \leq \frac{(A_1 + A_2)^2}{4}$$

$$\text{Vậy } (A_1 + A_2)_{\max}^2 = A^2 - \frac{(A_1 + A_2)_{\max}^2}{2}(\cos \Delta\varphi - 1) \Leftrightarrow (A_1 + A_2)_{\max} = \frac{A}{\sqrt{1 + \frac{\cos \Delta\varphi - 1}{2}}} = 34,87 \text{ cm}$$

+ Phương pháp giản đồ vectơ

Giản đồ vectơ cho bài toán tổng hợp hai dao động

Áp dụng định lý sin trong tam giác ta có

$$\frac{A_1}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} = \frac{A_2}{\sin(\varphi_1 - \varphi)} = \frac{A}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{A_1 + A_2}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) + \sin(\varphi_1 - \varphi)} = \frac{A}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right)}$$

$$\text{Suy ra } A_1 + A_2 = \frac{A}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right)} \left[ \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) + \sin(\varphi_1 - \varphi) \right]$$

Ta thấy rằng  $(A_1 + A_2)_{\max}$  khi  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) + \sin(\varphi_1 - \varphi)$  lớn nhất

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) + \sin(\varphi_1 - \varphi) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \varphi_1 + 2\varphi\right)$$

$$\Rightarrow \left[ \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) + \sin(\varphi_1 - \varphi) \right]_{\max} = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_1}{2}\right)$$

$$\text{Vậy } (A_1 + A_2)_{\max} = \frac{A}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right)} 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_1}{2}\right) = 34,89 \text{ cm}$$

✓ **Đáp án C**

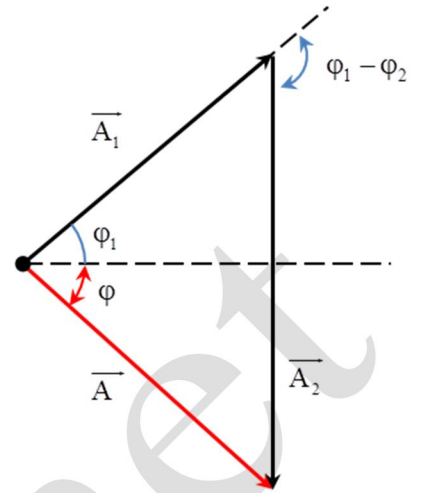
**Câu 16:**

$$\text{Biên độ dao động tổng hợp } A^2 = A_1^2 + 6^2 + 2 \cdot A_1 \cdot 6 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\text{+ Để } A \text{ nhỏ nhất thì } A_1 = -\frac{2 \cdot 6 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)}{2} = 3 \text{ cm}$$

$$\text{Khi đó } \tan \varphi = \frac{3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + 6 \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)}{3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + 6 \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)} = -\sqrt{3} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}$$

✓ **Đáp án B**



**Câu 17:**

Từ kết quả tổng hợp dao động  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi \Leftrightarrow 1^2 = 1^2 + 2^2 + 2.1.2.\cos \Delta\varphi \Rightarrow \Delta\varphi = \pi$

$\Rightarrow$  Hai dao động này ngược pha, do đó pha của dao động tổng hợp sẽ cùng pha với dao động thành phần có biên độ lớn hơn

$$\Rightarrow \varphi_1 = -\left|\pi - \frac{\pi}{6}\right| = -\frac{5\pi}{6}$$

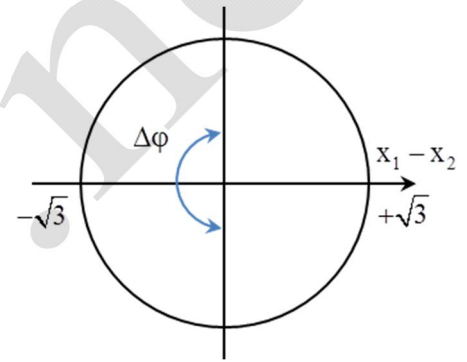
✓ **Đáp án C**

**Câu 18:**

Hai chất đi qua nhau  $x_1 = x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2}\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) = 0$

+ Khoảng thời gian 1 s ứng với góc quét  $\Delta\varphi = \omega\Delta t = 5\pi = 4\pi + \pi$

+ Không tính thời điểm ban đầu thì với góc quét trên ta dễ dàng xác định được có 5 lần hai chất đi qua nhau



✓ **Đáp án A**

**Câu 19:**

Ta có  $x_1 = x - x_2 \Rightarrow A_1^2 = A_2^2 + 3A_1^2 + 2.A_2.\sqrt{3}A_1 \cos(\varphi_2 - \varphi) \Leftrightarrow A_1^2 = A_2^2 + 3A_1^2 + 3A_1A_2$

+ Để đơn giản, ta chuẩn hóa  $A_2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} A_1 = 0,5 \\ A_1 = 1 \end{cases}$

+ Với  $A_2 = 1$ ,  $A_1 = 0,5$  và  $A = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ta tìm được

$$\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \cos(\varphi_2) = \frac{A^2 - A_1^2 - A_2^2}{2A_1A_2} = -0,5 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{\varphi}{\varphi_2} = \frac{\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6}}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{3}{4}$$

+ Với  $A_2 = 1$ ,  $A_1 = 1$  và  $A = \sqrt{3}$  ta tìm được

$$\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \cos(\varphi_2) = \frac{A^2 - A_1^2 - A_2^2}{2A_1A_2} = -0,5 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\varphi}{\varphi_2} = \frac{\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{2}$$

✓ **Đáp án C**

Câu 20:

Tốc độ của vật tại thời điểm động năng bằng 3 lần thế năng là  $v = \frac{\sqrt{3}}{2} v_{\max} \Leftrightarrow 30\sqrt{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} 10\sqrt{2}A \Rightarrow A = 6\text{cm}$

Ta có  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\Delta\varphi) \Leftrightarrow 6^2 = 4,8^2 + A_2^2 + 2.4,8.A_2 \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow A_2 = 3,6\text{cm}$

✓ **Đáp án D**

Câu 21:

Hợp lực cực đại tác dụng lên vật  $F_{\max} = m\omega^2 A \Leftrightarrow 2,4 = 0,5.(4\pi)^2 A \Rightarrow A = 3\text{cm}$

Ta có  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\Delta\varphi) \Leftrightarrow 3^2 = A_1^2 + 4^2 + 2.A_1.4 \cos(\pi) \Rightarrow \begin{cases} A_1 = 1\text{cm} \\ A_1 = 7\text{cm} \end{cases}$

✓ **Đáp án C**

Câu 22:

Khoảng cách lớn nhất giữa hai vật

$$d = |x_1 - x_2| \Rightarrow d_{\max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} = \frac{5A}{4}$$

Vận tốc tương đối giữa hai vật

$$v = v_1 - v_2 \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{(\omega A_1)^2 + (\omega A_2)^2 - 2\omega A_1 \omega A_2 \cos \Delta\varphi} = \frac{5\omega A}{4}$$

$$\text{Từ hai phương trình trên} \Rightarrow \begin{cases} \omega = 10\text{rad.s}^{-1} \\ A = 8\text{cm} \end{cases}$$

Để hai con lắc trên ngừng dao động ta phải cung cấp một công bằng tổng cơ năng của hai con lắc

$$A = E_1 + E_2 = 0,25 \text{ J}$$

✓ **Đáp án A**

Câu 23:

Hai thời điểm vuông pha  $A = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$

Ta tìm được  $A_1 = 20 \text{ cm}$ ,  $A_2 = 40 \text{ cm}$ ,  $A_3 = 40 \text{ cm}$

$$\Rightarrow A = 20 \text{ cm}$$

✓ **Đáp án B**

Câu 24:

---

Ta có:

$$d_{\max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} = 4 \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{6}$$

Khi con lắc thứ nhất đi qua vị trí cân bằng thì con lắc thứ hai con li độ  $x_2 = \frac{A_2}{2}$

$$E_{d_2} = \frac{1}{2}kA_2^2 - \frac{1}{2}k\left(\frac{A_2}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \frac{1}{2}kA_2^2 = \frac{9}{4}W$$

✓ **Đáp án C**

**Câu 25:**

$$\text{Khi } \begin{cases} x = 9\text{cm} \\ x_2 = A_1 = 6\text{cm} \end{cases} \Rightarrow x_1 = x - x_2 = 9 - 6 = 3\text{cm}$$

$$\text{Vì } x_1 \perp x \Rightarrow \text{khi } x_1 = 3\text{cm} = \frac{A_1}{2} \text{ thì } x = \frac{\sqrt{3}}{2}A \Rightarrow A = 6\sqrt{3}\text{cm}$$

✓ **Đáp án D**

**Câu 26:**

Ta đưa các phương trình về dạng cos

$$\begin{cases} x_1 = 2 \sin\left(4t + \varphi_1 + \frac{\pi}{2}\right) \\ x_2 = 2 \cos\left(4t + \varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \cos(4t + \varphi_1) \\ x_2 = 2 \cos\left(4t + \varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

Áp dụng kết quả tổng hợp dao động

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi \Leftrightarrow 2^2 = 2^2 + 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \underbrace{\cos\left(\varphi_2 - \varphi_1 + \frac{\pi}{2}\right)}_{-\sin(\varphi_2 - \varphi_1)} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{6} \\ \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp với } \tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \Leftrightarrow \tan\left(\frac{\pi}{18}\right) = \frac{\sin \varphi_1 + \cos \varphi_2}{\cos \varphi_1 - \sin \varphi_2}$$

$$+ \text{ Với } \varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{\text{SHIFT+SOLVE}} \varphi_1 = -\frac{7\pi}{30}$$

$$+ \text{ Với } \varphi_2 = \varphi_1 + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow{\text{SHIFT+SOLVE}} \varphi_1 = \frac{13\pi}{30}$$

✓ **Đáp án B**

Câu 27:

Phương trình dao động của hai điểm sáng

$$\begin{cases} x_1 = A \cos\left(\omega t \pm \frac{\pi}{2}\right) \\ x_2 = 2A \cos(\omega t) \\ x_2 = 2A \cos(\omega t + \pi) \end{cases} \Rightarrow d = |x_2 - x_1| = |d_{\max} \cos(\omega t + \varphi)|$$

Áp dụng kết quả tổng hợp dao động ta có

$$d_{\max} = \sqrt{A^2 + (2A)^2 + 2 \cdot A \cdot 2A \cos \Delta\varphi}$$

Trong mọi trường hợp ta luôn có  $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \Delta\varphi = 0$

$$\text{Vậy } d_{\max} = \sqrt{A^2 + (2A)^2} = \sqrt{5}A$$

✓ **Đáp án D**

Câu 28:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} \Rightarrow \begin{cases} \Delta\varphi = 2k\pi \Rightarrow A = A_{\max} = A_1 + A_2 \\ \Delta\varphi = (2k+1)\pi \Rightarrow A = A_{\min} = |A_1 - A_2| \end{cases}$$

$$\text{Vậy } A_{\min} \leq A \leq A_{\max} \Leftrightarrow 12 - 8 \leq A \leq 12 + 8 \Leftrightarrow 4 \leq A \leq 20$$

✓ **Đáp án C**

Câu 29:

$$\text{Hai dao động vuông pha} \Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$

$$\text{Cơ năng của dao động } W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \Rightarrow m = \frac{2W}{\omega^2 A^2} = \frac{2W}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2)}$$

✓ **Đáp án D**

Câu 30:

Li độ tại hai thời điểm  $t_1$  và  $t_2$  vuông pha nhau nên ta có



$$\begin{cases} A_1 = \sqrt{(-20)^2 + (-20\sqrt{3})^2} = 40\text{cm} \\ A_2 = \sqrt{(80)^2 + 0^2} = 80\text{cm} \\ A_3 = \sqrt{40^2 + (40\sqrt{3})^2} = 80\text{cm} \end{cases} \Rightarrow x = 40\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\text{cm}$$

**Ghi chú:**

Tổng hợp dao động bằng số phức:

+ **Nhập dữ liệu:** Mode → 2

$$40\angle 120 + 80\angle 0 + 80\angle -120$$

+ **Xuất kết quả:** Shift → 2 → 3 → =

$$40\angle -60$$

✓ **Đáp án B**

**Câu 31:**

Phương pháp giản đồ vectơ

$$E_1 = 2E_2 \Rightarrow A_1 = \sqrt{2}A_2$$

$$E_{13} = 3E_{23} \Rightarrow A_{13} = \sqrt{3}A_{23}$$

Chuẩn hóa  $A_2 = 1 \Rightarrow A_1 = \sqrt{2}$

Từ hình vẽ ta có  $(\sqrt{3}X)^2 = X^2 + (1 + \sqrt{2})^2 \Rightarrow X = \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

Vì  $x_1 \perp x_{23}$  nên biên độ của dao động tổng hợp của vật là

$$A^2 = A_{23}^2 + A_1^2 = \left(\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2 + (\sqrt{2})^2$$

Ta có  $\frac{E}{E_{23}} = \frac{E}{W} = \frac{A^2}{A_{23}^2} = \frac{\left(\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2 + (\sqrt{2})^2}{\left(\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2} \approx 1,7$

✓ **Đáp án D**

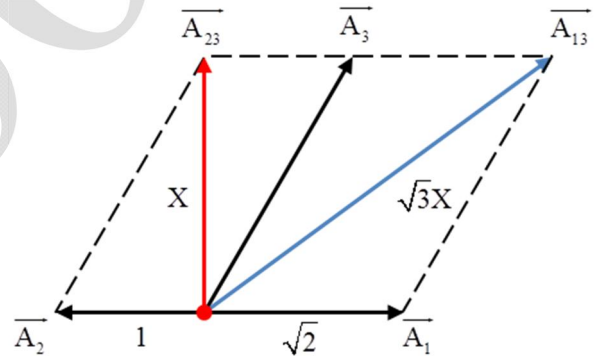
**Câu 32:**

$$40\angle 120 + 80\angle 0 + 80\angle -120$$

$$40\angle -60$$

Vậy phương trình dao động tổng hợp là

$$x = 40\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\text{cm}$$



Khoảng cách giữa M và N trong quá trình dao động

$$d = x_M - x_N = \sqrt{A_M^2 + A_N^2 - 2A_M A_N \cos \Delta\varphi \cos(\omega t + \phi)}$$

$$\text{Vậy } d_{\max} = \sqrt{A_M^2 + A_N^2 - 2A_M A_N \cos \Delta\varphi} = 10 \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$$

Với hai đại lượng vuông pha ta luôn có

$$\left(\frac{x_M}{A_M}\right)^2 + \left(\frac{x_N}{A_N}\right)^2 = 1, \text{ tại } E_{d_M} = E_{t_M} \Rightarrow x_M = \pm \frac{A_M}{2} \Rightarrow x_N = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} A_N$$

Tỉ số động năng của M và N

$$\frac{E_{d_M}}{E_{d_N}} = \frac{E_M - E_{t_M}}{E_N - E_{t_N}} = \frac{A_M^2 - \left(\frac{1}{2}A_M\right)^2}{A_N^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}A_N\right)^2} = \frac{A_M^2 \left(1 - \frac{1}{4}\right)}{A_N^2 \left(1 - \frac{3}{4}\right)} = \frac{27}{16}$$

✓ **Đáp án C**

**Câu 33:**

Tổng hợp dao động  $x = x_1 + x_2 \xrightarrow[x_1=2]{x=-3} x_2 = -5 \Rightarrow$  dao động tổng hợp luôn cùng pha với dao động thứ hai

Biên độ của dao động thứ hai khi  $x = 4,5$  là  $x_2 = 4,5 \frac{-5}{-3} = 7,5 \text{ cm}$

✓ **Đáp án C**

**Câu 34:**

Khoảng cách giữa hai vật  $d = |x_1 - x_2|$

Từ hình vẽ ta có

$$\frac{A}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right)} = \frac{A_2}{\sin\alpha} \Rightarrow A = \frac{A_2}{\sin\alpha} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right)$$

$$\text{Để } A_{\min} \text{ thì } \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}$$

✓ **Đáp án B**

