

## III. CON LẮC ĐƠN

### 1. Lý thuyết

+ Con lắc đơn gồm một sợi dây có khối lượng không đáng kể, không dẫn, chiều dài  $l$ , một đầu được gắn cố định, đầu kia được gắn vật nặng có kích thước không đáng kể và có khối lượng  $m$ .

+ Phương trình dao động của con lắc đơn khi  $\sin\alpha \approx \alpha$  (rad):

$$s = S_0 \cos(\omega t + \varphi) \text{ hoặc } \alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi).$$

+ Chu kì, tần số, tần số góc:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ;  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$ ;  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ .

+ Chu kì dao động của con lắc đơn không phụ thuộc vào khối lượng của vật nặng mà chỉ phụ thuộc vào độ cao, độ sâu so với mặt đất, phụ thuộc vào vĩ độ địa lí trên Trái Đất và phụ thuộc vào nhiệt độ của môi trường đặt con lắc.

+ Xác định gia tốc rơi tự do nhờ con lắc đơn:  $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$ .

+ Khi con lắc đơn dao động điều hòa có sự chuyển hóa qua lại giữa động năng và thế năng nhưng tổng của chúng tức là cơ năng sẽ được bảo toàn nếu bỏ qua ma sát.

+ Ở vị trí cân bằng vật nặng có tốc độ cực đại và có gia tốc bằng 0.

+ Khi vật chuyển động từ vị trí cân bằng ra biên:  $|v| \searrow$ ;  $|a| \nearrow$ ;  $W_d \searrow$ ;  $W_t \nearrow$ .

+ Ở vị trí biên vật nặng có vận tốc bằng 0; gia tốc có độ lớn đạt cực đại.

+ Khi vật chuyển động từ biên về vị trí cân bằng:  $|v| \nearrow$ ;  $|a| \searrow$ ;  $W_d \nearrow$ ;  $W_t \searrow$ .

+ Tại vị trí cân bằng ( $\alpha = 0$ ):  $W_t = 0$ ;  $W_d = W_{d\max} = W$ .

+ Tại vị trí biên ( $\alpha = \pm \alpha_0$ ):  $W_d = 0$ ;  $W_t = W_{t\max} = W$ .

### 2. Công thức

+ Phương trình dao động:  $s = S_0 \cos(\omega t + \varphi)$  hay  $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$ ;  
với  $s = \alpha l$ ;  $S_0 = \alpha_0 l$ ; ( $\alpha$  và  $\alpha_0$  sử dụng đơn vị đo là rad).

+ Tần số góc, chu kì, tần số:  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ ;  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ;  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$ .

+ Nếu con lắc chiều dài  $l_1$  dao động với chu kì  $T_1$ , con lắc chiều dài  $l_2$  dao động với chu kì  $T_2$ , con lắc có chiều dài  $(l_1 + l_2)$  dao động với chu kì  $T_+$ , con lắc có chiều dài  $(l_1 - l_2)$  với  $l_1 > l_2$  dao động với chu kì  $T_-$ . thì ta có mối liên hệ:

$$T_+ = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}; T_- = \sqrt{T_1^2 - T_2^2}; T_1 = \sqrt{T_+^2 + T_-^2}; T_2 = \sqrt{T_+^2 - T_-^2}.$$

+ Vận tốc khi đi qua vị trí có li độ góc  $\alpha$ :  $v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$ .

Vận tốc khi đi qua vị trí cân bằng:  $|v| = v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_0)}$ .

Nếu  $\alpha_0 \leq 10^\circ$ :  $v = \sqrt{gl(\alpha_0^2 - \alpha^2)}$ ;  $v_{\max} = \alpha_0 \sqrt{gl}$ ;  $\alpha$  và  $\alpha_0$  có đơn vị đo là rad.

+ Sức căng của sợi dây:  $T_\alpha = mg \cos\alpha + \frac{mv^2}{l} = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$ .

$T_{\text{VTCB}} = T_{\max} = mg(3 - 2\cos\alpha_0)$ ;  $T_{\text{biên}} = T_{\min} = mg \cos\alpha_0$ .

Khi  $\alpha_0 \leq 10^\circ$ :  $T = 1 + \alpha_0^2 - \frac{3}{2} \alpha^2$ ;  $T_{\max} = mg(1 + \alpha_0^2)$ ;  $T_{\min} = mg(1 - \frac{\alpha_0^2}{2})$ .

+ Chu kỳ của con lắc đơn thay đổi theo độ cao, độ sâu so với mặt đất:

- Ở độ cao  $h$ :  $T_h = T(1 + \frac{h}{R})$ ; ở độ sâu  $d$ :  $T_d = T(1 - \frac{d}{R})$ .

+ Chu kỳ của con lắc đơn thay đổi theo nhiệt độ:

$T_2 = T_1(1 + \frac{1}{2} \alpha(t_2 - t_1))$ ; với  $\alpha$  là hệ số nở dài.

+ Khi đưa lên cao mà nhiệt độ thay đổi:  $\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{1}{2} \alpha(t_2 - t_1) + \frac{h}{R}$ .

+ Khi đưa xuống sâu mà nhiệt độ thay đổi:  $\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{1}{2} \alpha(t_2 - t_1) + \frac{h}{2R}$ .

Với  $R = 6400$  km là bán kính Trái Đất;  $\alpha$  là hệ số nở dài của dây treo.

+ Đối với đồng hồ quả lắc dùng con lắc đơn:  $\Delta T = T' - T > 0$  thì đồng hồ chạy chậm;  $\Delta T = T' - T < 0$  thì đồng hồ chạy nhanh; thời gian nhanh, chậm

trong một ngày đêm (24 giờ):  $\Delta t = \frac{|\Delta T| \cdot 86400}{T'}$ .

+ Con lắc đơn chịu thêm các lực ngoài trọng lực:  $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$ .

Gia tốc rơi tự do biểu kiến:  $\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$ ; khi đó:  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$ .

Thường gặp: lực điện trường  $\vec{F} = q\vec{E}$ ; lực quán tính:  $\vec{F} = m\vec{a}$ .

Các trường hợp đặc biệt:  $\vec{F}$  có phương ngang:  $g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2}$ .

$\vec{F}$  thẳng đứng hướng lên:  $g' = g - \frac{F}{m}$ .

$\vec{F}$  thẳng đứng hướng xuống:  $g' = g + \frac{F}{m}$ .

+ Chu kì của con lắc đơn treo trong thang máy:

Thang máy đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ .

Thang máy đi lên nhanh dần đều hoặc đi xuống chậm dần đều với gia tốc có

độ lớn là  $a$  ( $\vec{a}$  hướng lên):  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}}$ .

Thang máy đi lên chậm dần đều hoặc đi xuống nhanh dần đều với gia tốc có

độ lớn là  $a$  ( $\vec{a}$  hướng xuống):  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-a}}$ .