

36 bài tập - Tương giao hàm bậc 3

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 4$ (1). Đường thẳng (Δ): $y = x + 4$ cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt $A(0;4), B, C$. Tính diện tích tam giác OBC , với O là gốc tọa độ.

- A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 2. Cho hàm số $y = x^3 - 5x + 2$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d): $y = 2 - x$. Trong các điểm: $A(0;2), B(2;0)$ và $D(-2;4)$. Điểm nào là giao điểm của (C) và (d)?

- A. Chỉ A, B B. Chỉ B, D C. Chỉ A, D D. Cả 3 điểm trên

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 4x + 5$ (1). Đường thẳng (d): $y = 3 - x$ cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm phân biệt A, B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng:

- A. 3 B. 5 C. $5\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 + (2 - m)x^2 + 4m$ (1). Số giá trị của m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $A(-2;0), B, C$ sao cho $AB^2 + AC^2 = 12$.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + 3(m+1)x + 1$ (1). Tìm tất cả giá trị của m dương để đường thẳng (d): $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho B là trung điểm của AC , biết điểm A có hoành độ bằng -1 .

- A. $m = 2$ B. $m = 1$ C. $m = \frac{3}{2}$ D. $m = \frac{1}{2}$

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 + (2m+1)x^2 + mx - m$ (C_m). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để đường thẳng $d: y = -2x - 2$ cắt đồ thị hàm số (C_m) tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 17$.

- A. 1 B. 5 C. 3 D. 4

Câu 7. Gọi d là đường thẳng đi qua $A(2;0)$ có hệ số góc m cắt đồ thị (C): $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C . Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của B, C lên trục tung. Tìm giá trị dương của m để hình thang $BB'C'C$ có diện tích bằng 8.

- A. $m = 2$ B. $m = 1$ C. $m = \frac{3}{2}$ D. $m = \frac{1}{2}$

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 + x^2 + (m-3)x + 1 - m$ (1). Đường thẳng (d): $y = x - 1$ cắt đồ thị (1) tại ba điểm phân biệt $A(1;0), B, C$. Kẻ (Δ) \perp (d) tại B , điểm $E(1;-2) \in (\Delta)$. Tìm m biết $EC = \sqrt{10}$.

A. $m = \frac{3}{2}$ B. $m = \frac{23}{8}$ C. $m = 2$ D. $m = \frac{5}{2}$

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ (1). Gọi (d) là đường thẳng đi qua $M(1;2)$ và hệ số góc là k . Tính tổng giá trị của k để đường thẳng (d) cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt M, A, B để $AB = 2.OM$.

A. -2 B. -3 C. 1 D. 0

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + x - 2m$ (1). Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số (1) với trục hoành, tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) tại A cắt trục tung tại B . Tìm giá trị của m dương để diện tích tam giác OAB bằng 1, trong đó O là gốc tọa độ.

A. $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $m = \sqrt{2}$ C. $m = 1$ D. $m = \frac{1}{2}$

Câu 11. Biết rằng đường thẳng $y = -3x + 19$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - x - 14$ tại điểm duy nhất có tọa độ là $(x_0; y_0)$. Tìm y_0 .

A. $y_0 = 3$ B. $y_0 = 7$ C. $y_0 = 10$ D. $y_0 = 13$

Câu 12. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C) . Trên (C) lấy hai điểm A và B sao cho điểm $M(2;9)$ là trung điểm của cạnh AB . Tính giá trị của biểu thức $P = y_A^2 + y_B^2$.

A. $P = 360$ B. $P = 362$ C. $P = 364$ D. $P = 366$

Câu 13. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 4x + 3$ có đồ thị (C) . Trên (C) lấy hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung. Tính giá trị của biểu thức $P = y_A^2 + 2y_B^2$.

A. $P = 108$ B. $P = 147$ C. $P = 192$ D. $P = 243$

Câu 14. Cho hàm số $y = x^3 - 2x + m$ có đồ thị (C_m) . Tìm m sao cho (C_m) cắt trục tung tại M thỏa mãn điều kiện $OM = 4$.

A. $m = \pm 1$ B. $m = \pm 2$ C. $m = \pm 3$ D. $m = \pm 4$

Câu 15. Cho hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + 1$ có đồ thị (C_m) . Tìm m sao cho (C_m) cắt đường thẳng $d: y = x + 1$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_3 = 2017$.

A. $m = \frac{2017}{2}$ B. $m = 1008$ C. $m = \frac{2017}{3}$ D. $m = 1009$

Câu 16. Cho hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + 1$ có đồ thị (C_m) . Tìm m sao cho (C_m) cắt đường thẳng $d: y = x + 1$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $y_1 + y_2 + y_3 = 2017$.

A. $m = \frac{2017}{2}$ B. $m = 1007$ C. $m = \frac{2017}{4}$ D. $m = 1009$

Câu 17. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 3$ có đồ thị (C_m) . Ký hiệu t_m là số giá trị của m thỏa mãn (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tìm t_m .

- A. $t_m = 1$ B. $t_m = 2$ C. $t_m = 3$ D. $t_m = 0$

Câu 18. Cho hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 14mx - 8$ có đồ thị (C_m) . Ký hiệu t_m là số giá trị của m thỏa mãn (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tìm t_m .

- A. $t_m = 1$ B. $t_m = 2$ C. $t_m = 0$ D. $t_m = 3$

Câu 19. Cho hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + 1$ có đồ thị (C_m) . Tìm m sao cho (C_m) cắt đường thẳng $d: y = x + 1$ tại ba điểm phân biệt A, B, D với D là điểm có hoành độ không đổi, thỏa mãn trung điểm M của cạnh AB nằm trên đường thẳng $\Delta: x + y - 2017 = 0$.

- A. $m = 1007$ B. $m = \frac{2017}{2}$ C. $m = 1008$ D. $m = \frac{2017}{4}$

Câu 20. Cho hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + 1$ có đồ thị (C_m) . Tìm m sao cho (C_m) cắt đường thẳng $d: y = x + 1$ tại ba điểm phân biệt A, B, D với D là điểm có hoành độ không đổi, thỏa mãn $AB = 2\sqrt{34}$.

- A. $m = \pm 1$ B. $m = \pm 2$ C. $m = \pm 3$ D. $m = \pm 4$

Câu 21. Giả sử A và B là các giao điểm của đường cong $y = x^3 - 3x + 2$ và trục hoành. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $AB = 3$ B. $AB = 4\sqrt{2}$ C. $AB = 5\sqrt{3}$ D. $AB = 6\sqrt{5}$

Câu 22. Tìm số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 4x + 3$ và đường thẳng $y = -8x + 3$.

- A. 1 giao điểm B. 2 giao điểm C. 3 giao điểm D. 4 giao điểm

Câu 23. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , xét hình vuông (V) tâm O , hai đường chéo nằm trên hai trục tọa độ và (V) có diện tích bằng 2. Xác định số giao điểm của hình vuông (V) và đồ thị của hàm số $y = x^3 - 4x + 3$.

- A. 1 giao điểm B. 2 giao điểm C. 3 giao điểm D. 3 giao điểm

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 1$ cắt đường thẳng $y = m(x + 1)$ tại hai điểm phân biệt.

- A. $m = 3$ B. $m = \frac{3}{4}$ C. $m \in \left\{ 3; \frac{3}{4} \right\}$ D. $m \in \left\{ 2; 3; \frac{3}{4} \right\}$

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường cong $y = x^3 + mx^2 - x - m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- A. $m \neq \pm 1$ B. $m = \frac{3}{4}$ C. $m \neq \pm 3$ D. $m \in \{1; 5\}$

Câu 26. Tìm giá trị của m để đường cong $y = x^3 + (2-m)x^2 + mx - 3$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 10$.

- A. $m \in \{-1; 7\}$ B. $m \in \{2; 3\}$ C. $m \in \{3; 4\}$ D. $m \in \{-1\}$

Câu 27. Tìm giá trị của m để đường cong $y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$.

- A. $m \in \{2; 3\}$ B. $-\frac{1}{4} < m < 1; m \neq 0$ C. $m = 1$ D. $-\frac{1}{4} < m < 1$

Câu 28. Tìm giá trị của m để đường cong $(C): y = x^3 + mx^2 + 1$ cắt đường thẳng $y = -x + 1$ tại ba điểm phân biệt $A(0; 1), B, C$ sao cho các tiếp tuyến của (C) tại B và C của đường cong vuông góc với nhau.

- A. $m = \pm\sqrt{5}$ B. $m \in \{2; 3\}$ C. $m \in \{3; 4\}$ D. $m \in \{1; 5\}$

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường cong $y = 2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1$ cắt đường thẳng $y = 2x + 1$ tại ba điểm phân biệt A, B, C thỏa mãn điểm $C(0; 1)$ nằm giữa A và B , đồng thời đoạn thẳng AB có độ dài $\sqrt{30}$.

- A. $m = \pm\sqrt{5}$ B. $m \in \{2; 3\}$ C. $m \in \left\{0; \frac{8}{9}\right\}$ D. $m \in \{1; 5\}$

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2$ có đồ thị là (C) . Cho điểm $M(3; 1)$ và đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$. Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại 3 điểm $A(0; 2), B, C$ sao cho tam giác MBC có diện tích bằng $2\sqrt{6}$.

- A. $m = 1$ B. $m = 4$ C. $m = -1$ D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases}$

Câu 31. Cho hàm số $(C): y = x^3 - 4x^2 + 6x - 1$ và đường thẳng $d: y = x + 1$. Số giao điểm của đường thẳng d và đồ thị hàm số (C) là

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 32. Cho hàm số $(C): y = x^3 + 3x^2 - 2x - 9$ và đường thẳng $d: y = 2x + 3$. Gọi x_1, x_2, x_3 là hoành độ các giao điểm của đường thẳng d và đồ thị hàm số (C) . Khi đó $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ có giá trị là

- A. 13 B. 8 C. 21 D. 17

Câu 33. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 6$ có đồ thị là (C) . Tìm m để đường thẳng $d: y = mx - 2m - 4$ cắt (C) tại 3 điểm phân biệt

- A. $m \geq -3$ B. $-1 \neq m < -3$ C. $1 \neq m > -3$ D. $m = -3$

Câu 34. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Tìm m để đường thẳng $d: y = (2m - 1)x - 4m - 1$ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt

- A. $-\frac{5}{8} < m < \frac{1}{2}$ B. $m = -\frac{5}{8}$ C. $m = -\frac{5}{8}$ hoặc $m = \frac{1}{2}$ D. $m = \frac{1}{2}$

Câu 35. Cho hàm số $y = x^3 - (m + 3)x^2 + 4mx - m^2$ có đồ thị là (C) . Tìm m để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho $x_A^2 + x_B^2 + x_C^2 = 8$

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = -1$ D. $m = 2$

Câu 36. Cho hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 9$ có đồ thị là (C) . Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(-1; 0)$ và có hệ số góc là k . Tìm k để Δ cắt (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho tam giác OBC có trọng tâm $G(2; 2)$ với O là gốc tọa độ

- A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + 3x + 4 = x + 4 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 1; x = 2$

Với $x = 1 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow B(1; 5)$, với $x = 2 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow C(2; 6)$

Ta có $BC = \sqrt{2}, d(O, BC) = d(O, \Delta) = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow S_{OBC} = \frac{1}{2}d(O, BC).BC = \frac{1}{2}.2\sqrt{2}.\sqrt{2} = 2.$

Câu 2. Chọn đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 5x + 2 = 2 - x \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2; x = -2$

Với $x = 0 \Rightarrow y = 2$, với $x = 2 \Rightarrow y = 0$, với $x = -2 \Rightarrow y = 4$.

Câu 3. Chọn đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 4x + 5 = 3 - x \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = -2$

Với $x = 1 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(1; 2)$, với $x = -2 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow B(-2; 5)$. Ta có $AB = 3\sqrt{2}$.

Câu 4. Chọn đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + (2 - m)x^2 + 4m = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x^2 - mx + 2m) = 0$

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m > 0$

Giả sử $B(x_1; 0), C(x_2, 0) \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = 2m \end{cases}$. Ta có $AB^2 = (x_1 + 2)^2, AC^2 = (x_2 + 2)^2$

$\Rightarrow (x_1 + 2)^2 + (x_2 + 2)^2 = 12 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 4(x_1 + x_2) - 4 = 0 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 4(x_1 + x_2) - 4 = 0$ k

$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2(l) \\ m = -2 \end{cases}$.

Câu 5. Chọn đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm

$x^3 + 3mx^2 + 3(m + 1)x + 1 = x - 2 \Leftrightarrow x^3 + 3mx^2 + (3m + 2)x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 1)[x^2 + (3m - 1)x + 3] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow A(-1; -3) \\ x^2 + (3m - 1)x + 3 = 0 \end{cases}$

Để đồ thị hàm số (1) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow (3m - 1)^2 - 12 > 0$

Giả sử $B(x_1; x_1 - 2), C(x_2; x_2 - 2) \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - 3m \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases}$

Do B là trung điểm của $AC \Rightarrow x_2 - 1 = 2x_1 \Leftrightarrow 2x_1 - x_2 = -1 \Rightarrow x_1 = -m, x_2 = 1 - 2m$

$$\Rightarrow -m(1 - 2m) = 3 \Leftrightarrow 2m^2 - m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Câu 6. Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + (2m+1)x^2 + mx - m = -2x - 2$

$$\Leftrightarrow x^3 + (2m+1)x^2 + (m+2)x - m + 2 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 + 2mx - m + 2) = 0$$

Để đồ thị hàm số (C_m) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -2 \end{cases} (*)$

Giả sử $x_1 = -1 \Rightarrow \begin{cases} x_2 + x_3 = -2m \\ x_2 x_3 = -m + 2 \end{cases}$. Ta có $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 17 \Leftrightarrow x_1^2 + (x_2 + x_3)^2 - 2x_2 x_3 \leq 17$

$$\Leftrightarrow 1 + 4m^2 + 2m - 4 \leq 17 \Leftrightarrow 4m^2 + 2m - 20 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{2} \leq m \leq 2$$

Kết hợp với $(*)$ suy ra $m \in \left[-\frac{5}{2}; 2\right) \cup (1; 2]$ nên chỉ có 1 giá trị m nguyên là $m = 2$.

Câu 7. Chọn đáp án A

Phương trình đường thẳng $d: y = m(x - 2)$. Phương trình hoành độ giao điểm

$$-x^3 + 6x^2 - 9x + 2 = m(x - 2) \Leftrightarrow (x - 2)(x^2 - 4m + m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow A(2; 0) \\ x^2 - 4x + m + 1 = 0 \end{cases}$$

Để (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow 4 - m - 1 > 0 \Leftrightarrow m < 3$

Giả sử $B(x_1, mx_1 - 2m), C(x_2, mx_2 - 2m) \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}$. Ta có $B'(0; mx_1 - 2m), C'(0; mx_2 - 2m)$

$$\text{Ta có } S_{BB'C'C} = \frac{1}{2} B'C'(BB' + CC') = 8 \Leftrightarrow B'C'(BB' + CC') = 16$$

$$\text{Mà } B'C' = |m(x_1 - x_2)|, BB' = |x_1|, CC' = |x_2|$$

Do m dương nên $x_1 x_2 = m + 1 > 0$ mà $x_1 + x_2 = 4 > 0 \Rightarrow x_1 > 0, x_2 > 0$

$$\Rightarrow B'C' = m|x_1 - x_2|, BB' = x_1, CC' = x_2 \Rightarrow m|x_1 - x_2|(x_1 + x_2) = 16 \Leftrightarrow m|x_1 - x_2| = 4$$

$$\Leftrightarrow m^2(x_1 - x_2)^2 = 16 \Leftrightarrow m^2[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] = 16 \Leftrightarrow m^2(16 - 4m - 4) = 16$$

$$\Leftrightarrow m^3 - 3m^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(l) \\ m = 2 \end{cases}$$

Câu 8. Chọn đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 + x^2 + (m-3)x + 1 - m = x - 1 \Leftrightarrow x^3 + x^2 + (m-4)x + 2 - m = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 + 2x + m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow A(1;0) \\ x^2 + 2x + m - 2 = 0 \end{cases}$$

Đề (1) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - m + 2 > 0 \Leftrightarrow m < 3$

$$\text{Giả sử } B(x_1, x_1 - 1), C(x_2, x_2 - 1) \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$$

Đường thẳng Δ qua $E(1; -2)$ và vuông góc với d nên $\Delta: y = -x - 1$. Mà $B \in \Delta \Rightarrow x_1 = 0$

$$\text{Mà } x_1 x_2 = m - 2 \Rightarrow m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 9. Chọn đáp án B

Đường thẳng d qua $M(1; 2)$ và có hệ số góc là k nên $d: y = k(x - 1) + 2$

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + 4 = k(x - 1) + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2 = k(x - 1)$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - k - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow M(1; 2) \\ x^2 - 2x - k - 2 = 0 \end{cases}$$

Đề (1) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow 1 + k + 2 > 0 \Leftrightarrow k > -3$

$$\text{Giả sử } A(x_1; kx_1 - k + 2), B(x_2; kx_2 - k + 2) \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -k - 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } AB = 2OM \Leftrightarrow AB^2 = 4OM^2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + k^2(x_1 - x_2)^2 = 20 \Leftrightarrow (k^2 + 1)(x_1 - x_2)^2 = 20$$

$$\Leftrightarrow (k^2 + 1)[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] = 20 \Leftrightarrow (k^2 + 1)(4k + 12) = 20 \Leftrightarrow k^3 + 3k^2 + k - 2 = 0$$

Theo định lý Viet cho phương trình bậc ba thì $k_1 + k_2 + k_3 = -3$.

Câu 10. Chọn đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 2mx^2 + x - 2m = 0 \Leftrightarrow (x - 2m)(x^2 + 1) = 0 \Rightarrow A(2m; 0)$

Ta có $y' = 3x^2 - 4mx + 1$. Hệ số góc của tiếp tuyến tại A là $y'(2m) = 4m^2 + 1$

Phương trình tiếp tuyến tại A là $y = (4m^2 + 1)(x - 2m) \Rightarrow B(0; -8m^3 - 2m)$

$$\text{Ta có } S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = 1 \Rightarrow OA \cdot OB = 2 \Leftrightarrow |2m| \cdot |-8m^3 - 2m| = 2 \Leftrightarrow |8m^4 + 2m^2| = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Câu 11. Chọn đáp án C

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } x^3 - x - 14 = -3x + 19 \Leftrightarrow x^3 + 2x - 33 = 0 \Rightarrow x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 10.$$

Câu 12. Chọn đáp án B

$$\text{Giả sử } A(a; a^3 - 3a + 1) \Rightarrow B(4 - a; 17 - a^3 + 3a)$$

Mà

$$B \in (C) \Rightarrow 17 - a^3 + 3a = (4 - a)^3 - 3(4 - a) + 1 \Leftrightarrow 12a^2 - 48a + 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow A(1; -1), B(3; 19) \\ a = 3 \Rightarrow A(3; 19), B(1; -1) \end{cases}$$

$$\text{Từ đó ta có } P = y_A^2 + y_B^2 = 362$$

Câu 13. Chọn đáp án D

$$\text{Hai điểm } A(x_A; y_A) \text{ và } B(x_B; y_B) \text{ thuộc } (C) \text{ và đối xứng qua trục } Oy \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -x_B \neq 0 \\ y_A = y_B \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -x_B \neq 0 \\ x_A^3 - 3x_A^2 - 4x_A + 3 = x_B^3 - 3x_B^2 - 4x_B + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -2 \\ x_B = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_A = 2 \\ x_B = -2 \end{cases}. \text{ Suy ra } y_A = y_B = -9.$$

$$\text{Do đó } P = y_A^2 + 2y_B^2 = 3 \cdot (-9)^2 = 243.$$

Câu 14. Chọn đáp án D

$$\text{Đồ thị } (C_m) \text{ cắt trục } Oy \text{ tại } M(0; m). \text{ Suy ra } OM = |m| = 4 \Leftrightarrow m = \pm 4.$$

Câu 15. Chọn đáp án A

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của } (C_m) \text{ và } d \text{ là: } x^3 - 2mx^2 + 1 = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2mx - 1 = 0 (*) \end{cases}$$

Đề (C_m) cắt d tại ba điểm phân biệt khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 hay $m \in \mathbb{R}$

$$\text{Khi đó } x_1 = 0 \text{ và hệ thức Viet, ta có } x_2 + x_3 = 2m. \text{ Do đó } x_1 + x_2 + x_3 = 2m = 2017 \Leftrightarrow m = \frac{2017}{2}.$$

Câu 16. Chọn đáp án B

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của } (C_m) \text{ và } d \text{ là: } x^3 - 2mx^2 + 1 = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2mx - 1 = 0 (*) \end{cases}$$

Đề (C_m) cắt d tại ba điểm phân biệt khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 hay $m \in \mathbb{R}.$

Khi đó $x_1 = 0$ và theo hệ thức Viet, ta có $x_2 + x_3 = 2m$.

Do đó $y_1 + y_2 + y_3 = x_1 + x_2 + x_3 + 3 = 2m + 3 = 2017 \Leftrightarrow m = 1007$.

Câu 17. Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và Ox là: $x^3 - 3x^2 - mx + 3 = 0$ (*)

Giả sử phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt, khi đó gọi các nghiệm lần lượt là x_1, x_2, x_3 .

Theo giả thiết, ta có $x_1 + x_3 = 2x_2$ và theo hệ thức Viet, ta được

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -m \\ x_1x_2x_3 = -3 \end{cases}$$

Do đó $\begin{cases} x_1 = -1; x_2 = 1; x_3 = 3 \\ x_1 = 3; x_2 = 1; x_3 = -1 \end{cases} \Rightarrow x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -m = -1 \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow t_m = 1$.

Câu 18. Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và Ox là: $x^3 - 7x^2 + 14mx - 8 = 0$ (*)

Giả sử phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt, khi đó gọi các nghiệm lần lượt là x_1, x_2, x_3 .

Theo giả thiết, ta có $x_1x_3 = x_2^2$ và theo hệ thức Viet, ta được

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -14m \\ x_1x_2x_3 = 8 \end{cases}$$

Do đó $\begin{cases} x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 4 \\ x_1 = 4; x_2 = 2; x_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -14m = 14 \Leftrightarrow m = -1 \Rightarrow t_m = 1$.

Câu 19. Chọn đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và d là $x^3 - 2mx^2 + 1 = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2mx - 1 = 0 \end{cases}$ (*)

Đề (C_m) cắt d tại ba điểm phân biệt khi (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0 hay $m \in \mathbb{R}$.

Khi đó gọi tọa độ các điểm lần lượt là $D(0;1), A(x_1; x_1 + 1), B(x_2; x_2 + 1)$

Suy ra $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{x_1 + x_2 + 2}{2}\right)$ là trung điểm của AB mà $x_1 + x_2 = 2m \Rightarrow M(m; m + 1)$

Mà $M \in \Delta: x + y - 2017 = 0$ nên $m + m + 1 - 2017 = 0 \Leftrightarrow m = 1008$.

Câu 20. Chọn đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và d là $x^3 - 2mx^2 + 1 = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2mx - 1 = 0 \end{cases}$ (*)

Đề (C_m) cắt d tại ba điểm phân biệt khi (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0 hay $m \in \mathbb{R}$.

Khi đó gọi tọa độ các điểm lần lượt là $D(0;1), A(x_1; x_1 + 1), B(x_2; x_2 + 1)$ suy ra $AB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2}$.

Mà theo hệ thức Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 4m^2 + 4$

Do đó $AB = 2\sqrt{34} \Leftrightarrow \sqrt{8(m^2 + 1)} = 2\sqrt{34} \Leftrightarrow m = \pm 4$.

Câu 21. Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của C và Ox là $x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = -2 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$

Suy ra $A(1;0), B(-2;0) \Rightarrow AB = 3$.

Câu 22. Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là $x^3 - 4x + 3 = -8x + 3 \Leftrightarrow x^3 + 4x = 0$

$\Leftrightarrow x(x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow (C)$ cắt (d) tại một điểm duy nhất.

Câu 23. Chọn đáp án B

Gọi cạnh hình vuông là a , ta có $S_{(V)} = a^2 = 2 \Leftrightarrow a = \sqrt{2}$ nên một đường thẳng chứa cạnh của hình vuông có phương trình là $d: y = x + 1$ đi qua hai điểm $(-1;0)$ và $(0;1)$ với điều kiện giới hạn là $x \in [-1;0]$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là $\begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ x^3 - 4x + 3 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ x^3 - 5x + 2 = 0 \end{cases}$ vô nghiệm.

Tương tự xét với ba đường thẳng còn lại gồm các đường $y = x - 1$ ($x \in [0;1]$) (một giao điểm), đường thẳng $y = 1 - x$ ($x \in [0;1]$) (một giao điểm) và đường thẳng $y = -x - 1$ ($x \in [-1;0]$) (không cắt nhau).

Vậy số giao điểm của hình vuông (V) và đồ thị của hàm số $y = x^3 - 4x + 3$ là hai giao điểm.

Câu 24. Chọn đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và d là $x^3 + 1 = m(x + 1) \Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - x + 1) = m(x + 1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ x^2 - x + 1 = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 - x + 1 - m = 0 (*) \end{cases}$. Đề (C_m) cắt d tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi

phương trình (*) có một nghiệm $x = -1$ hoặc phương trình (*) có nghiệm kép $x \neq -1$.

$$\text{Hay } \begin{cases} (-1)^2 - (-1) + 1 - m = 0 \\ \Delta_{(*)} = 0, m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ 1 - 4(1 - m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Câu 25. Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành là $x^3 + mx^2 - x - m = 0$.

$$\Leftrightarrow (x^3 - x) + m(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 1) + m(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = -m \end{cases}$$

Để phương trình trên có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-m \neq \pm 1 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Câu 26. Chọn đáp án D

PTHĐGD đường cong với trục hoành:

$$x^3 + (2 - m)x^2 + mx - 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + (3 - m)x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + (3 - m)x + 3 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Để đường cong cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì PT(1) phải có 2 nghiệm phân biệt đều khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1^2 + (3 - m)1 + 3 \neq 0 \\ \Delta_{(1)} = (3 - m)^2 - 12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 7 \\ \begin{cases} m > 3 + 2\sqrt{3} \\ m < 3 - 2\sqrt{3} \end{cases} \end{cases}$$

Không mất tính tổng quát, giả sử $x_1 = 1$ còn x_2, x_3 là nghiệm của PT(1)

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 + x_3 = m - 3 \\ x_2 x_3 = 3 \end{cases} \Rightarrow x_2^2 + x_3^2 = (x_2 + x_3)^2 - 2x_2 x_3 = m^2 - 6m + 3$$

$$\Rightarrow 10 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = m^2 - 6m + 3 \Leftrightarrow m^2 - 6m - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -1 \end{cases} \xrightarrow{DK} m = -1.$$

Câu 27. Chọn đáp án B

PTHĐGD đường cong với trục hoành:

$$x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - x - m = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Để đường cong cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì PT(1) phải có 2 nghiệm phân biệt đều khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1^2 - 1 - m \neq 0 \\ \Delta_{(1)} = 1^2 + 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < m \neq 0$$

Không mất tính tổng quát, giả sử $x_1 = 1$ còn x_2, x_3 là nghiệm của PT(1)

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 x_3 = -m \end{cases} \Rightarrow x_2^2 + x_3^2 = (x_2 + x_3)^2 - 2x_2 x_3 = 1 + 2m$$

$$\Rightarrow 4 > x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2 + 2m \Leftrightarrow m < 1$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} -\frac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases} \text{ là giá trị cần tìm.}$$

Câu 28. Chọn đáp án A

$$\text{Đặt } f(x) = x^3 + mx^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2mx$$

$$\text{PTHĐGD: } x^3 + mx^2 + 1 = -x + 1 \Leftrightarrow x(x^2 + mx + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + mx + 1 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Để đường cong cắt đường thẳng đã cho tại 3 điểm phân biệt thì PT(1) phải có 2 nghiệm phân biệt đều khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0^2 + 0m + 1 \neq 0 \\ \Delta_{(1)} = m^2 - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$$

Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của PT(1) $\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$ và đây cũng là hoành độ của B và C, để tiếp tuyến

$$\text{tại B, C vuông góc nhau, thì cần có: } f'(x_1) f'(x_2) = -1 \Leftrightarrow (3x_1^2 + 3mx_1)(3x_2^2 + 2mx_2) = -1$$

$$\Leftrightarrow 9x_1^2 x_2^2 + 4m^2 x_1 x_2 + 6mx_1 x_2 (x_1 + x_2) = -1 \Leftrightarrow 9 + 4m^2 - 6m^2 = -1 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{5} \text{ (thỏa)}$$

Câu 29. Chọn đáp án C

Ta có

$$2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1 = 2x + 1 \Leftrightarrow x[2x^2 - 3mx + (m-3)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 - 3mx + (m-3) = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Để đường cong cắt đường thẳng đã cho tại 3 điểm phân biệt thì PT(1) phải có 2 nghiệm phân biệt đều khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0m + (m-3) \neq 0 \\ \Delta_{(1)} = 9m^2 - 8(m-3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 3$$

$$\text{Gọi } x_1, x_2 \text{ là 2 nghiệm của PT(1)} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3m}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{m-3}{2} \end{cases} \Rightarrow (x_1 - x_2)^2 = \frac{9m^2}{4} - \frac{8(m-3)}{4} = \frac{9m^2 - 8m + 24}{4} \text{ và}$$

đây cũng là hoành độ của điểm A và B . Vì $C(0;1)$ nằm giữa A, B nên $x_1 x_2 < 0 \Leftrightarrow m < 3$. Ta có:

$$AB^2 = 30 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 5(x_1 - x_2)^2 \Leftrightarrow \frac{9m^2 - 8m + 24}{4} = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{8}{9} \text{ (thỏa)} \end{cases}$$

Câu 30. Chọn đáp án D

$$\text{Ta có } x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2 = 2 - x \Leftrightarrow x(x^2 + 2mx + 3m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2mx + 3m - 2 = 0 \text{ (1)} \end{cases}$$

Đề (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì PT(1) phải có 2 nghiệm phân biệt đều khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0^2 + 2m \cdot 0 + 3m - 2 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - (3m - 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m \neq \frac{2}{3} \\ m > 2 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó, ta có: } \begin{cases} x_B + x_C = -2m \\ x_B x_C = 3m - 2 \end{cases} \Rightarrow (x_B - x_C)^2 = 4m^2 - 12m + 8$$

$$S_{MBC} = \frac{d(M, (d)) \cdot BC}{2} \Rightarrow BC^2 = 48 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 = 2(x_B - x_C)^2 = 2(4m^2 - 12m + 8)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -1 \end{cases} \text{ (thỏa).}$$

Câu 31. Chọn đáp án C

$$\text{PTHĐGD: } x^3 - 4x^2 + 6x - 1 = x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Câu 32. Chọn đáp án D

$$\text{PTHĐGD: } x^3 + 3x^2 - 2x - 9 = 2x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 17.$$

Câu 33. Chọn đáp án C

Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 6x^2 + 9x - 6 = mx - 2m - 4 \Leftrightarrow (x-2)(x^2 - 4x + 1 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2 - 4x + 1 - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ (x-2)^2 = m+3 \end{cases}$$

Đề (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $(x-2)^2 = m+3$ phải có 2 nghiệm phân biệt đều

$$\text{khác } 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m+3 > 0 \\ (0-2)^2 \neq m+3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m \neq 1.$$

Câu 34. Chọn đáp án C

$$\text{PTHĐGD: } x^3 - 3x^2 + 1 = (2m-1)x - 4m - 1 \Leftrightarrow (x-2)(x^2 - x - 1 - 2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x^2 - x - 1 - 2m = 0 \end{cases}$$

Đề (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $x^2 - x - 1 - 2m = 0$ phải có 2 nghiệm phân biệt đều khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^2 - 2 - 1 - 2m \neq 0 \\ \Delta' = 1 + 4(1 + 2m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{5}{8} \text{ hoặc có 2 nghiệm nhưng 1 nghiệm trong đó bằng 2 và nghiệm}$$

còn lại khác 2 $\Rightarrow 2^2 - 2 - 1 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$. Thử lại có nghiệm $x = 2$ hoặc $x = -1$.

Câu 35. Chọn đáp án B

$$\text{PTHĐGD của (C) với trục hoành: } x^3 - (m+3)x^2 + 4mx - m^2 = 0 (*)$$

$$\text{Điều kiện cần: } x_A^2 + x_B^2 + x_C^2 = 8 = (x_A + x_B + x_C)^2 - 2(x_Ax_B + x_Bx_C + x_Cx_A) = (m+3)^2 - 8m \Leftrightarrow m = 1$$

Điều kiện đủ: $m = 1$ thì phương trình (*) có 3 nghiệm.

Câu 36. Chọn đáp án D

Ta có $\Delta: y = k(x+1)$. PTHĐGD (C) và Δ :

$$x^3 - 5x^2 + 3x + 9 = k(x+1) \Leftrightarrow x^3 - 5x^2 + (3-k)x + 9 - k = 0$$

$$\text{Điều kiện cần: } \begin{cases} y_O + y_B + y_C = 3y_G = 6 \\ x_A + x_B + x_C = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k(x_B+1) + k(x_C+1) = 6 \\ x_B + x_C = 6 \end{cases} \Rightarrow k = \frac{3}{4}$$

Điều kiện đủ: Thay vào đủ 3 điểm phân biệt A, B, C.