

$$\text{Hay } \begin{cases} (-1)^2 - (-1) + 1 - m = 0 \\ \Delta_{(*)} = 0, m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ 1 - 4(1 - m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Câu 25. Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành là $x^3 + mx^2 - x - m = 0$.

$$\Leftrightarrow (x^3 - x) + m(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 1) + m(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = -m \end{cases}$$

Để phương trình trên có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-m \neq \pm 1 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Câu 26. Chọn đáp án D

PTHĐGD đường cong với trục hoành:

$$x^3 + (2 - m)x^2 + mx - 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + (3 - m)x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + (3 - m)x + 3 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Để đường cong cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì PT(1) phải có 2 nghiệm phân biệt đều khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1^2 + (3 - m)1 + 3 \neq 0 \\ \Delta_{(1)} = (3 - m)^2 - 12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 7 \\ \begin{cases} m > 3 + 2\sqrt{3} \\ m < 3 - 2\sqrt{3} \end{cases} \end{cases}$$

Không mất tính tổng quát, giả sử $x_1 = 1$ còn x_2, x_3 là nghiệm của PT(1)

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 + x_3 = m - 3 \\ x_2 x_3 = 3 \end{cases} \Rightarrow x_2^2 + x_3^2 = (x_2 + x_3)^2 - 2x_2 x_3 = m^2 - 6m + 3$$

$$\Rightarrow 10 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = m^2 - 6m + 3 \Leftrightarrow m^2 - 6m - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -1 \end{cases} \xrightarrow{DK} m = -1.$$

Câu 27. Chọn đáp án B

PTHĐGD đường cong với trục hoành:

$$x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - x - m = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Để đường cong cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì PT(1) phải có 2 nghiệm phân biệt đều khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1^2 - 1 - m \neq 0 \\ \Delta_{(1)} = 1^2 + 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < m \neq 0$$

Không mất tính tổng quát, giả sử $x_1 = 1$ còn x_2, x_3 là nghiệm của PT(1)

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 x_3 = -m \end{cases} \Rightarrow x_2^2 + x_3^2 = (x_2 + x_3)^2 - 2x_2 x_3 = 1 + 2m$$

$$\Rightarrow 4 > x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2 + 2m \Leftrightarrow m < 1$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} -\frac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases} \text{ là giá trị cần tìm.}$$

Câu 28. Chọn đáp án A

$$\text{Đặt } f(x) = x^3 + mx^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2mx$$

$$\text{PTHĐGD: } x^3 + mx^2 + 1 = -x + 1 \Leftrightarrow x(x^2 + mx + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + mx + 1 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Để đường cong cắt đường thẳng đã cho tại 3 điểm phân biệt thì PT(1) phải có 2 nghiệm phân biệt đều khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0^2 + 0m + 1 \neq 0 \\ \Delta_{(1)} = m^2 - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$$

Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của PT(1) $\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$ và đây cũng là hoành độ của B và C, để tiếp tuyến

$$\text{tại B, C vuông góc nhau, thì cần có: } f'(x_1) f'(x_2) = -1 \Leftrightarrow (3x_1^2 + 3mx_1)(3x_2^2 + 2mx_2) = -1$$

$$\Leftrightarrow 9x_1^2 x_2^2 + 4m^2 x_1 x_2 + 6mx_1 x_2 (x_1 + x_2) = -1 \Leftrightarrow 9 + 4m^2 - 6m^2 = -1 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{5} \text{ (thỏa)}$$

Câu 29. Chọn đáp án C

Ta có

$$2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1 = 2x + 1 \Leftrightarrow x[2x^2 - 3mx + (m-3)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 - 3mx + (m-3) = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Để đường cong cắt đường thẳng đã cho tại 3 điểm phân biệt thì PT(1) phải có 2 nghiệm phân biệt đều khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2.0^2 - 3.0m + (m-3) \neq 0 \\ \Delta_{(1)} = 9m^2 - 8(m-3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 3$$

Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của PT(1) $\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3m}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{m-3}{2} \end{cases} \Rightarrow (x_1 - x_2)^2 = \frac{9m^2}{4} - \frac{8(m-3)}{4} = \frac{9m^2 - 8m + 24}{4}$ và

đây cũng là hoành độ của điểm A và B . Vì $C(0;1)$ nằm giữa A, B nên $x_1 x_2 < 0 \Leftrightarrow m < 3$. Ta có:

$$AB^2 = 30 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 5(x_1 - x_2)^2 \Leftrightarrow \frac{9m^2 - 8m + 24}{4} = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{8}{9} \text{ (thỏa)} \end{cases}$$

Câu 30. Chọn đáp án D

Ta có $x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2 = 2 - x \Leftrightarrow x(x^2 + 2mx + 3m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2mx + 3m - 2 = 0 \text{ (1)} \end{cases}$

Đề (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì PT(1) phải có 2 nghiệm phân biệt đều khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0^2 + 2m \cdot 0 + 3m - 2 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - (3m - 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m \neq \frac{2}{3} \\ m > 2 \end{cases}$$

Khi đó, ta có: $\begin{cases} x_B + x_C = -2m \\ x_B x_C = 3m - 2 \end{cases} \Rightarrow (x_B - x_C)^2 = 4m^2 - 12m + 8$

$$S_{MBC} = \frac{d(M, (d)) \cdot BC}{2} \Rightarrow BC^2 = 48 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 = 2(x_B - x_C)^2 = 2(4m^2 - 12m + 8)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -1 \end{cases} \text{ (thỏa).}$$

Câu 31. Chọn đáp án C

PTHĐGD: $x^3 - 4x^2 + 6x - 1 = x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Câu 32. Chọn đáp án D

PTHĐGD: $x^3 + 3x^2 - 2x - 9 = 2x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 17$.

Câu 33. Chọn đáp án C

Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 6x^2 + 9x - 6 = mx - 2m - 4 \Leftrightarrow (x-2)(x^2 - 4x + 1 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2 - 4x + 1 - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ (x-2)^2 = m+3 \end{cases}$$

Đề (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $(x-2)^2 = m+3$ phải có 2 nghiệm phân biệt đều

$$\text{khác } 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m+3 > 0 \\ (0-2)^2 \neq m+3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m \neq 1.$$

Câu 34. Chọn đáp án C

$$\text{PTHĐGD: } x^3 - 3x^2 + 1 = (2m-1)x - 4m - 1 \Leftrightarrow (x-2)(x^2 - x - 1 - 2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x^2 - x - 1 - 2m = 0 \end{cases}$$

Đề (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $x^2 - x - 1 - 2m = 0$ phải có 2 nghiệm phân biệt đều khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^2 - 2 - 1 - 2m \neq 0 \\ \Delta' = 1 + 4(1 + 2m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{5}{8} \text{ hoặc có 2 nghiệm nhưng 1 nghiệm trong đó bằng 2 và nghiệm}$$

còn lại khác 2 $\Rightarrow 2^2 - 2 - 1 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$. Thử lại có nghiệm $x = 2$ hoặc $x = -1$.

Câu 35. Chọn đáp án B

$$\text{PTHĐGD của (C) với trục hoành: } x^3 - (m+3)x^2 + 4mx - m^2 = 0 (*)$$

$$\text{Điều kiện cần: } x_A^2 + x_B^2 + x_C^2 = 8 = (x_A + x_B + x_C)^2 - 2(x_Ax_B + x_Bx_C + x_Cx_A) = (m+3)^2 - 8m \Leftrightarrow m = 1$$

Điều kiện đủ: $m = 1$ thì phương trình (*) có 3 nghiệm.

Câu 36. Chọn đáp án D

Ta có $\Delta: y = k(x+1)$. PTHĐGD (C) và Δ :

$$x^3 - 5x^2 + 3x + 9 = k(x+1) \Leftrightarrow x^3 - 5x^2 + (3-k)x + 9 - k = 0$$

$$\text{Điều kiện cần: } \begin{cases} y_O + y_B + y_C = 3y_G = 6 \\ x_A + x_B + x_C = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k(x_B + 1) + k(x_C + 1) = 6 \\ x_B + x_C = 6 \end{cases} \Rightarrow k = \frac{3}{4}$$

Điều kiện đủ: Thay vào đủ 3 điểm phân biệt A, B, C.