

$$\text{Ta có } S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = 1 \Rightarrow OA \cdot OB = 2 \Leftrightarrow |2m| \cdot |-8m^3 - 2m| = 2 \Leftrightarrow |8m^4 + 2m^2| = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Câu 11. Chọn đáp án C

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } x^3 - x - 14 = -3x + 19 \Leftrightarrow x^3 + 2x - 33 = 0 \Rightarrow x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 10.$$

Câu 12. Chọn đáp án B

$$\text{Giả sử } A(a; a^3 - 3a + 1) \Rightarrow B(4 - a; 17 - a^3 + 3a)$$

Mà

$$B \in (C) \Rightarrow 17 - a^3 + 3a = (4 - a)^3 - 3(4 - a) + 1 \Leftrightarrow 12a^2 - 48a + 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow A(1; -1), B(3; 19) \\ a = 3 \Rightarrow A(3; 19), B(1; -1) \end{cases}$$

$$\text{Từ đó ta có } P = y_A^2 + y_B^2 = 362$$

Câu 13. Chọn đáp án D

$$\text{Hai điểm } A(x_A; y_A) \text{ và } B(x_B; y_B) \text{ thuộc } (C) \text{ và đối xứng qua trục } Oy \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -x_B \neq 0 \\ y_A = y_B \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -x_B \neq 0 \\ x_A^3 - 3x_A^2 - 4x_A + 3 = x_B^3 - 3x_B^2 - 4x_B + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -2 \\ x_B = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_A = 2 \\ x_B = -2 \end{cases}. \text{ Suy ra } y_A = y_B = -9.$$

$$\text{Do đó } P = y_A^2 + 2y_B^2 = 3 \cdot (-9)^2 = 243.$$

Câu 14. Chọn đáp án D

$$\text{Đồ thị } (C_m) \text{ cắt trục } Oy \text{ tại } M(0; m). \text{ Suy ra } OM = |m| = 4 \Leftrightarrow m = \pm 4.$$

Câu 15. Chọn đáp án A

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của } (C_m) \text{ và } d \text{ là: } x^3 - 2mx^2 + 1 = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2mx - 1 = 0 (*) \end{cases}$$

Đề (C_m) cắt d tại ba điểm phân biệt khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 hay $m \in \mathbb{R}$

$$\text{Khi đó } x_1 = 0 \text{ và hệ thức Viet, ta có } x_2 + x_3 = 2m. \text{ Do đó } x_1 + x_2 + x_3 = 2m = 2017 \Leftrightarrow m = \frac{2017}{2}.$$

Câu 16. Chọn đáp án B

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của } (C_m) \text{ và } d \text{ là: } x^3 - 2mx^2 + 1 = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2mx - 1 = 0 (*) \end{cases}$$

Đề (C_m) cắt d tại ba điểm phân biệt khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 hay $m \in \mathbb{R}.$

Khi đó $x_1 = 0$ và theo hệ thức Viet, ta có $x_2 + x_3 = 2m$.

Do đó $y_1 + y_2 + y_3 = x_1 + x_2 + x_3 + 3 = 2m + 3 = 2017 \Leftrightarrow m = 1007$.

Câu 17. Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và Ox là: $x^3 - 3x^2 - mx + 3 = 0$ (*)

Giả sử phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt, khi đó gọi các nghiệm lần lượt là x_1, x_2, x_3 .

Theo giả thiết, ta có $x_1 + x_3 = 2x_2$ và theo hệ thức Viet, ta được

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -m \\ x_1x_2x_3 = -3 \end{cases}$$

Do đó $\begin{cases} x_1 = -1; x_2 = 1; x_3 = 3 \\ x_1 = 3; x_2 = 1; x_3 = -1 \end{cases} \Rightarrow x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -m = -1 \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow t_m = 1$.

Câu 18. Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và Ox là: $x^3 - 7x^2 + 14mx - 8 = 0$ (*)

Giả sử phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt, khi đó gọi các nghiệm lần lượt là x_1, x_2, x_3 .

Theo giả thiết, ta có $x_1x_3 = x_2^2$ và theo hệ thức Viet, ta được

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -14m \\ x_1x_2x_3 = 8 \end{cases}$$

Do đó $\begin{cases} x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 4 \\ x_1 = 4; x_2 = 2; x_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -14m = 14 \Leftrightarrow m = -1 \Rightarrow t_m = 1$.

Câu 19. Chọn đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và d là $x^3 - 2mx^2 + 1 = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2mx - 1 = 0 \end{cases}$ (*)

Đề (C_m) cắt d tại ba điểm phân biệt khi (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0 hay $m \in \mathbb{R}$.

Khi đó gọi tọa độ các điểm lần lượt là $D(0;1), A(x_1; x_1 + 1), B(x_2; x_2 + 1)$

Suy ra $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{x_1 + x_2 + 2}{2}\right)$ là trung điểm của AB mà $x_1 + x_2 = 2m \Rightarrow M(m; m + 1)$

Mà $M \in \Delta: x + y - 2017 = 0$ nên $m + m + 1 - 2017 = 0 \Leftrightarrow m = 1008$.

Câu 20. Chọn đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và d là $x^3 - 2mx^2 + 1 = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2mx - 1 = 0 \end{cases}$ (*)

Đề (C_m) cắt d tại ba điểm phân biệt khi (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0 hay $m \in \mathbb{R}$.

Khi đó gọi tọa độ các điểm lần lượt là $D(0;1), A(x_1; x_1 + 1), B(x_2; x_2 + 1)$ suy ra $AB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2}$.

Mà theo hệ thức Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 4m^2 + 4$

Do đó $AB = 2\sqrt{34} \Leftrightarrow \sqrt{8(m^2 + 1)} = 2\sqrt{34} \Leftrightarrow m = \pm 4$.

Câu 21. Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của C và Ox là $x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = -2 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$

Suy ra $A(1;0), B(-2;0) \Rightarrow AB = 3$.

Câu 22. Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là $x^3 - 4x + 3 = -8x + 3 \Leftrightarrow x^3 + 4x = 0$

$\Leftrightarrow x(x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow (C)$ cắt (d) tại một điểm duy nhất.

Câu 23. Chọn đáp án B

Gọi cạnh hình vuông là a , ta có $S_{(V)} = a^2 = 2 \Leftrightarrow a = \sqrt{2}$ nên một đường thẳng chứa cạnh của hình vuông có phương trình là $d: y = x + 1$ đi qua hai điểm $(-1;0)$ và $(0;1)$ với điều kiện giới hạn là $x \in [-1;0]$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là $\begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ x^3 - 4x + 3 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ x^3 - 5x + 2 = 0 \end{cases}$ vô nghiệm.

Tương tự xét với ba đường thẳng còn lại gồm các đường $y = x - 1$ ($x \in [0;1]$) (một giao điểm), đường thẳng $y = 1 - x$ ($x \in [0;1]$) (một giao điểm) và đường thẳng $y = -x - 1$ ($x \in [-1;0]$) (không cắt nhau).

Vậy số giao điểm của hình vuông (V) và đồ thị của hàm số $y = x^3 - 4x + 3$ là hai giao điểm.

Câu 24. Chọn đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và d là $x^3 + 1 = m(x + 1) \Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - x + 1) = m(x + 1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ x^2 - x + 1 = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 - x + 1 - m = 0 (*) \end{cases}$. Đề (C_m) cắt d tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi

phương trình (*) có một nghiệm $x = -1$ hoặc phương trình (*) có nghiệm kép $x \neq -1$.