

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + 3x + 4 = x + 4 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 1; x = 2$

Với $x = 1 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow B(1; 5)$, với $x = 2 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow C(2; 6)$

Ta có $BC = \sqrt{2}, d(O, BC) = d(O, \Delta) = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow S_{OBC} = \frac{1}{2}d(O, BC).BC = \frac{1}{2}.2\sqrt{2}.\sqrt{2} = 2.$

Câu 2. Chọn đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 5x + 2 = 2 - x \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2; x = -2$

Với $x = 0 \Rightarrow y = 2$, với $x = 2 \Rightarrow y = 0$, với $x = -2 \Rightarrow y = 4$.

Câu 3. Chọn đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 4x + 5 = 3 - x \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = -2$

Với $x = 1 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(1; 2)$, với $x = -2 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow B(-2; 5)$. Ta có $AB = 3\sqrt{2}$.

Câu 4. Chọn đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + (2 - m)x^2 + 4m = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x^2 - mx + 2m) = 0$

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m > 0$

Giả sử $B(x_1; 0), C(x_2, 0) \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = 2m \end{cases}$. Ta có $AB^2 = (x_1 + 2)^2, AC^2 = (x_2 + 2)^2$

$\Rightarrow (x_1 + 2)^2 + (x_2 + 2)^2 = 12 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 4(x_1 + x_2) - 4 = 0 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 4(x_1 + x_2) - 4 = 0$ k

$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2(l) \\ m = -2 \end{cases}$.

Câu 5. Chọn đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm

$x^3 + 3mx^2 + 3(m + 1)x + 1 = x - 2 \Leftrightarrow x^3 + 3mx^2 + (3m + 2)x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 1)[x^2 + (3m - 1)x + 3] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow A(-1; -3) \\ x^2 + (3m - 1)x + 3 = 0 \end{cases}$

Để đồ thị hàm số (1) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow (3m - 1)^2 - 12 > 0$

Giả sử $B(x_1; x_1 - 2), C(x_2; x_2 - 2) \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - 3m \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases}$

Do B là trung điểm của $AC \Rightarrow x_2 - 1 = 2x_1 \Leftrightarrow 2x_1 - x_2 = -1 \Rightarrow x_1 = -m, x_2 = 1 - 2m$

$$\Rightarrow -m(1 - 2m) = 3 \Leftrightarrow 2m^2 - m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Câu 6. Chọn đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + (2m+1)x^2 + mx - m = -2x - 2$

$$\Leftrightarrow x^3 + (2m+1)x^2 + (m+2)x - m + 2 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 + 2mx - m + 2) = 0$$

Để đồ thị hàm số (C_m) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -2 \end{cases} (*)$

Giả sử $x_1 = -1 \Rightarrow \begin{cases} x_2 + x_3 = -2m \\ x_2 x_3 = -m + 2 \end{cases}$. Ta có $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 17 \Leftrightarrow x_1^2 + (x_2 + x_3)^2 - 2x_2 x_3 \leq 17$

$$\Leftrightarrow 1 + 4m^2 + 2m - 4 \leq 17 \Leftrightarrow 4m^2 + 2m - 20 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{2} \leq m \leq 2$$

Kết hợp với $(*)$ suy ra $m \in \left[-\frac{5}{2}; 2\right) \cup (1; 2]$ nên chỉ có 1 giá trị m nguyên là $m = 2$.

Câu 7. Chọn đáp án A

Phương trình đường thẳng $d: y = m(x - 2)$. Phương trình hoành độ giao điểm

$$-x^3 + 6x^2 - 9x + 2 = m(x - 2) \Leftrightarrow (x - 2)(x^2 - 4m + m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow A(2; 0) \\ x^2 - 4x + m + 1 = 0 \end{cases}$$

Để (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow 4 - m - 1 > 0 \Leftrightarrow m < 3$

Giả sử $B(x_1, mx_1 - 2m), C(x_2, mx_2 - 2m) \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}$. Ta có $B'(0; mx_1 - 2m), C'(0; mx_2 - 2m)$

$$\text{Ta có } S_{BB'C'C} = \frac{1}{2} B'C'(BB' + CC') = 8 \Leftrightarrow B'C'(BB' + CC') = 16$$

$$\text{Mà } B'C' = |m(x_1 - x_2)|, BB' = |x_1|, CC' = |x_2|$$

Do m dương nên $x_1 x_2 = m + 1 > 0$ mà $x_1 + x_2 = 4 > 0 \Rightarrow x_1 > 0, x_2 > 0$

$$\Rightarrow B'C' = m|x_1 - x_2|, BB' = x_1, CC' = x_2 \Rightarrow m|x_1 - x_2|(x_1 + x_2) = 16 \Leftrightarrow m|x_1 - x_2| = 4$$

$$\Leftrightarrow m^2(x_1 - x_2)^2 = 16 \Leftrightarrow m^2[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] = 16 \Leftrightarrow m^2(16 - 4m - 4) = 16$$

$$\Leftrightarrow m^3 - 3m^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(l) \\ m = 2 \end{cases}$$

Câu 8. Chọn đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 + x^2 + (m-3)x + 1 - m = x - 1 \Leftrightarrow x^3 + x^2 + (m-4)x + 2 - m = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 + 2x + m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow A(1;0) \\ x^2 + 2x + m - 2 = 0 \end{cases}$$

Đề (1) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - m + 2 > 0 \Leftrightarrow m < 3$

$$\text{Giả sử } B(x_1, x_1 - 1), C(x_2, x_2 - 1) \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$$

Đường thẳng Δ qua $E(1; -2)$ và vuông góc với d nên $\Delta: y = -x - 1$. Mà $B \in \Delta \Rightarrow x_1 = 0$

$$\text{Mà } x_1 x_2 = m - 2 \Rightarrow m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 9. Chọn đáp án B

Đường thẳng d qua $M(1; 2)$ và có hệ số góc là k nên $d: y = k(x - 1) + 2$

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + 4 = k(x - 1) + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2 = k(x - 1)$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - k - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow M(1; 2) \\ x^2 - 2x - k - 2 = 0 \end{cases}$$

Đề (1) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow 1 + k + 2 > 0 \Leftrightarrow k > -3$

$$\text{Giả sử } A(x_1; kx_1 - k + 2), B(x_2; kx_2 - k + 2) \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -k - 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } AB = 2OM \Leftrightarrow AB^2 = 4OM^2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + k^2(x_1 - x_2)^2 = 20 \Leftrightarrow (k^2 + 1)(x_1 - x_2)^2 = 20$$

$$\Leftrightarrow (k^2 + 1)[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] = 20 \Leftrightarrow (k^2 + 1)(4k + 12) = 20 \Leftrightarrow k^3 + 3k^2 + k - 2 = 0$$

Theo định lý Viet cho phương trình bậc ba thì $k_1 + k_2 + k_3 = -3$.

Câu 10. Chọn đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 2mx^2 + x - 2m = 0 \Leftrightarrow (x - 2m)(x^2 + 1) = 0 \Rightarrow A(2m; 0)$

Ta có $y' = 3x^2 - 4mx + 1$. Hệ số góc của tiếp tuyến tại A là $y'(2m) = 4m^2 + 1$

Phương trình tiếp tuyến tại A là $y = (4m^2 + 1)(x - 2m) \Rightarrow B(0; -8m^3 - 2m)$