

VẬN DỤNG CAO VỀ MIN-MAX HÀM SỐ (P1)

Câu 1: Người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là 180 mét thẳng hàng rào. Ở đó người ta tận dụng một bờ giậu có sẵn để làm một cạnh của hàng rào và rào thành mảnh đất hình chữ nhật. Hỏi mảnh đất hình chữ nhật được rào có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

- A. $S_{max} = 3600m^2$ B. $S_{max} = 4000m^2$ C. $S_{max} = 8100m^2$ D. $S_{max} = 4050m^2$

Câu 2: Có một tấm gỗ hình vuông cạnh $200cm$. Cắt một tấm gỗ có hình tam giác vuông, có tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số $120cm$ từ tấm gỗ trên sao cho tấm gỗ hình tam giác vuông có diện tích lớn nhất. Hỏi cạnh huyền của tấm gỗ này là bao nhiêu?

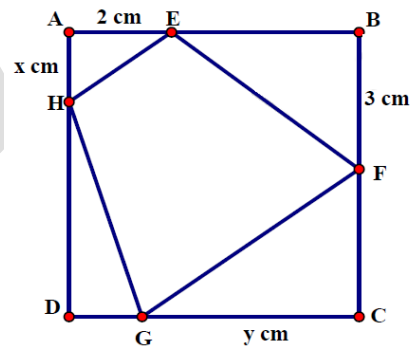
- A. $40cm$ B. $40\sqrt{3}cm$ C. $80cm$ D. $40\sqrt{2}cm$

Câu 3: Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $10cm$, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn.

- A. $80cm^2$ B. $100cm^2$ C. $160cm^2$ D. $200cm^2$

Câu 4: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $6cm$. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ. Tìm tổng $x + y$ để diện tích hình thang $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. 7 B. 5
C. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ D. $4\sqrt{2}$



Câu 5: Một Bác nông dân cần xây dựng một hố ga không có nắp dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $3200cm^3$, tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy bằng 2. Hãy xác định diện tích của đáy hố ga để khi xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

- A. $1200cm^2$ B. $160cm^2$ C. $1600cm^2$ D. $120cm^2$

Câu 6: Nhân ngày Phụ nữ Việt nam 20-10 năm 2017, ông A quyết định mua tặng vợ một món quà và đặt nó vào trong một chiếc hộp có thể tích là 32 (đvtt) có đáy hình vuông và không nắp. Để món quà trở nên đặc biệt và xứng đáng với giá trị của nó ông quyết định mạ vàng cho chiếc hộp, biết rằng độ dày lớp mạ tại mọi điểm trên hộp là như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là $h; x$. Để lượng vàng trên hộp là nhỏ nhất thì giá trị của $h; x$ phải là?

- A. $x = 2; h = 4$ B. $x = 4; h = 2$ C. $x = 4; h = \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $x = 1; h = 2$

Câu 7: Một người có một dải ruy băng dài 130cm , người đó cần bọc dải ruy băng đó quanh một quả hình trụ. Khi bọc quà, người này dùng 10cm của dải ruy băng để thắt nơ ở trên nắp hộp (như hình vẽ minh họa). Hỏi dải dây ruy băng có thể bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?

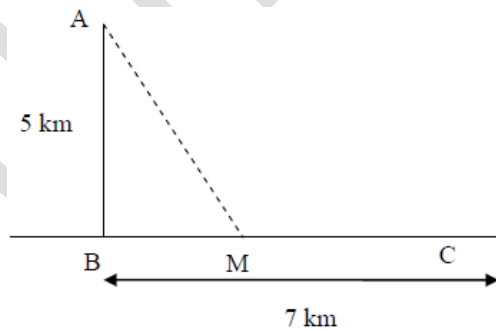


- A. $4000\pi\text{ cm}^3$ B. $1000\pi\text{ cm}^3$
 C. $2000\pi\text{ cm}^3$ D. $1600\pi\text{ cm}^3$

Câu 8: Ta có một miếng tôn phẳng hình vuông với kích thước $a\text{ (cm)}$, ta muốn cắt đi ở 4 góc 4 hình vuông cạnh bằng $x\text{ (cm)}$ để uốn thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Phải cắt như thế nào để hình hộp có thể tích lớn nhất?

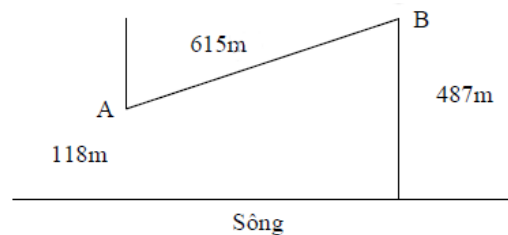
- A. $x = \frac{a}{4}$ B. $x = \frac{a}{5}$ C. $x = \frac{a}{6}$ D. $x = \frac{a}{7}$

Câu 9: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB\ 5\text{km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7km . Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6km/h (xem hình vẽ dưới đây). Tính độ dài đoạn BM để người đó đến kho nhanh nhất.



- A. $\frac{\sqrt{74}}{4}$ B. $\frac{29}{12}$ C. $\sqrt{29}$ D. $2\sqrt{5}$

Câu 10: Cho hai vị trí A, B cách nhau 615m , cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118m và 487m . Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước và mang về B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó phải đi là:

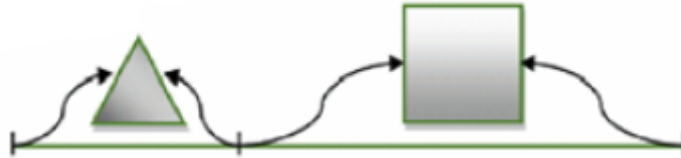


- A. $569,5\text{m}$ B. $671,4\text{m}$ C. $779,8\text{m}$ D. $741,2\text{m}$

Câu 11: Một sợi dây có chiều dài 28m là được cắt thành hai đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là tối thiểu?

- A. 14 B. $\frac{196}{4 + \pi}$ C. $\frac{112}{4 + \pi}$ D. $\frac{28\pi}{4 + \pi}$

Câu 12: Một sợi dây kim loại dài 100cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành tam giác đều, đoạn thứ hai được uốn thành hình vuông (hình bên). Biết x_0 là độ dài cạnh của tam giác (tính theo đơn vị cm) thỏa mãn tổng diện tích của tam giác và hình vuông là nhỏ nhất. Khi đó giá trị x_0 gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau?



- A. 18 B. 19 C. 20 D. 21

Câu 13: Người ta thí nghiệm đo sự phân bố của 1 loại tảo có hại cho cá trong hồ rộng và nhận thấy sự phân bố của loại tảo này là một hàm $f(h)$ theo độ sâu tính từ mực nước trên cùng, tức là ở độ sâu $h(m)$ thì sẽ có $f(h)$ (kg/m^3) tảo. Biết hàm $f(h) = \frac{h^4}{4} - 2h^2 + 7$. Tính độ sâu mà ở đó nồng độ của tảo là lớn nhất, biết hồ sâu nhất là 4m.

- A. 7 (kg/m^3). B. 3 (kg/m^3). C. 39 (kg/m^3). D. 45 (kg/m^3).

Đáp án

1-D	2-C	3-B	4-C	5-A	6-B	7-B	8-C	9-D	10-C
11-C	12-B	13-C							

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D

Gọi a, b là kích thước của hàng rào hình chữ nhật, trong đó a là độ dài của cạnh song song với giậu.

Khi đó ta có: $a + 2b = 18 \geq 2\sqrt{2ab} \Rightarrow ab \leq 4050$. Diện tích mảnh đất là: $S = ab \leq 4050 m^2$.

Câu 2: Đáp án C

Gọi kích thước 2 cạnh góc vuông tam giác vuông là $a, b \Rightarrow 0 < a, b < 200$

Độ dài cạnh huyền là $\sqrt{a^2 + b^2}$. Không mất tính tổng quát, giả sử $a + \sqrt{a^2 + b^2} = 120$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 120 - a \Leftrightarrow b^2 = 120^2 - 240a \Leftrightarrow a = \frac{120^2 - b^2}{240} = 60 - \frac{b^2}{240}$$

Diện tích tâm gỗ tam giác vuông là:

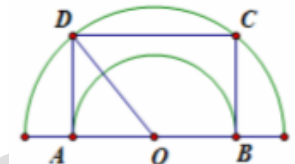
$$2S = ab = 60b - \frac{b^2}{240} = f(b) \rightarrow f'(b) = 60 - \frac{b}{120} \rightarrow f'(b) = 0 \Leftrightarrow b = 40\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow f(b) \leq f(40\sqrt{3}). \text{ Dấu bằng khi } \begin{cases} b = 40\sqrt{3}a \\ a = 40 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{b^2 + a^2} = 80.$$

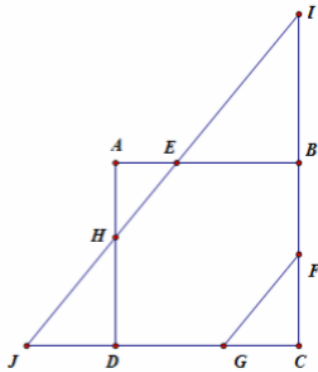
Câu 3: Đáp án B

Gọi hình chữ nhật theo đề là ABCD như hình vẽ. Ta có:

$$R^2 = 100 = OA^2 + AD^2 \geq 2OA \cdot AD = AB \cdot AD \Leftrightarrow AB \cdot AD = S_{h.cn} \leq 100.$$



Câu 4: Đáp án C



Đường thẳng HE cắt CB, CD lần lượt tại I, J.

$$\frac{AH}{BI} = \frac{AE}{BE} = \frac{1}{2} \Rightarrow BI = 2x; \frac{AH}{HD} = \frac{AE}{JD} = \frac{x}{6-x} = \frac{2}{JD} \Rightarrow JD = \frac{2(6-x)}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{CG}{CJ} = \frac{CF}{CI} \Leftrightarrow \frac{y}{6 + \frac{2(6-x)}{x}} = \frac{3}{6+2x} \Leftrightarrow xy = 6$$

$$\Rightarrow S_{EFGH} = S_{ABCD} - S_{AEH} - S_{EBF} - S_{FCG} - S_{HDG} = 36 - \frac{2x+12+3y+(6-x)(6-y)}{2}$$

$$= 36 - \frac{48-4x-3y+xy}{2} = 12 + \frac{4x+3y-xy}{2}$$

$$\Rightarrow 2S_{EFGH} = 4x+3y-xy+24 = 4x + \frac{18}{x} + 18 \geq 2\sqrt{4 \cdot 18} + 18 = 18 + 12\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{EFGH} \geq 9 + 6\sqrt{2}. \text{ Dấu bằng khi } x = \frac{3\sqrt{2}}{2}; y = 2\sqrt{2} \Rightarrow x + y = \frac{7\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 5: Đáp án A

Gọi kích thước đáy là $a \times b$ và c là chiều cao hố.

Theo đề: $abc = 3200 \text{ (cm}^3\text{)}$. Không mất tính tổng quát, giả sử $c = 2a \Rightarrow a^2b = 1600$

Diện tích hồ ga là:

$$S = ab + 2ac + 2bc = 4a^2 + 5ab = 4a^2 + \frac{5ab}{2} + \frac{5ab}{2} \geq 3\sqrt{25a^4b^2} = 1200 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Câu 6: Đáp án B

Thể tích của chiếc hộp đáy là hình vuông là $V = S.h = h.x^2 = 32 \Leftrightarrow h = \frac{32}{x^2}$.

Diện tích phần hộp cần mạ vàng là $S = S_d + S_{xq} = x^2 + 4.hx = x^2 + \frac{128}{x}$

$$= x^2 + \frac{64}{x} + \frac{64}{x} \geq 3\sqrt{x^2 \cdot \frac{64}{x} \cdot \frac{64}{x}} = 3\sqrt{64 \cdot 64} = 48.$$

Dấu = xảy ra khi và chỉ khi $x^2 = \frac{64}{x} \Leftrightarrow x^3 = 64 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow h = 2$.

Câu 7: Đáp án B

Gọi h, x lần lượt là chiều cao và bán kính đường tròn đáy của hình trụ.

Dải băng ruy cần bọc quanh hình trụ có độ dài là $L = 130 - 10 = 120 \text{ cm}$.

Gọi $ABCD$ là hình chữ nhật thiết diện qua trục của hình trụ với A, B thuộc đáy, C, D là đường sinh.

Khi đó $\Rightarrow L = 2.(2.AB + 2.CD) = 2.(4x + 2h) = 120 \Leftrightarrow h + 2x = 30 \Leftrightarrow h = 30 - 2x \text{ (cm)}$.

Thể tích của hình trụ là $V = \pi r^2 h = \pi x^2 h = \pi x^2 (30 - 2x)$

$$= \pi . x . x . (30 - 2x) \leq \pi . \frac{(x + x + 30 - 2x)^3}{27} = 1000\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Dấu = xảy ra khi $x = 30 - 2x \Leftrightarrow x = 10 \text{ cm}$. Vậy thể tích lớn nhất của hộp là $1000\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 8: Đáp án C

Hình hộp chữ nhật được uốn thành có kích thước:

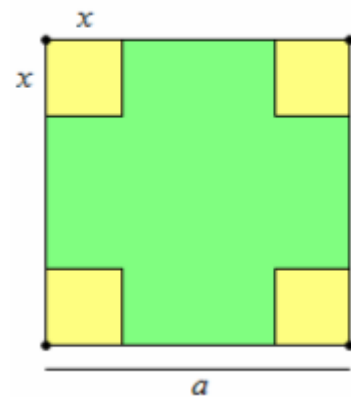
Chiều cao bằng $h = x \text{ (cm)}$.

Đáy là hình vuông cạnh bằng $a - 2x \text{ (cm)}$.

Vậy thể tích của hình hộp chữ nhật không có nắp là

$$V = S.h = (a - 2x)^2 . x = \frac{1}{4} . (a - 2x) . (a - 2x) . 4x$$

Áp dụng bất đẳng thức Cosi, ta có



$$(a-2x).(a-2x).4x \leq \frac{(a-2x+a-2x+4x)^3}{27} = \frac{8a^3}{27} \Rightarrow V \leq \frac{2a^3}{27}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a-2x=4x \Leftrightarrow x = \frac{a}{6}$.

Câu 9: Đáp án D

Đặt $BM = x \Rightarrow AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{x^2 + 25}$ (km) và $MC = 7 - x$ (km)

Tổng thời gian đi từ $A \rightarrow C$ là $t_{A \rightarrow C} = t_{A \rightarrow M} + t_{M \rightarrow C} = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7-x}{6}$ (h).

Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7-x}{6}$ với $x \in (0;7)$, ta có

$$f'(x) = \frac{x}{4\sqrt{x^2 + 25}} - \frac{1}{6} = \frac{3x - 2\sqrt{x^2 + 25}}{12}$$

Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x = 2\sqrt{x^2 + 25} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5}$ suy ra $\max_{(0;7)} f(x) = f(2\sqrt{5})$.

Vậy độ dài đoạn $BM = 2\sqrt{5}$ thì người đó đến kho nhanh nhất

Câu 10: Đáp án C

Gọi M là điểm trên bờ sông mà người đó đến lấy nước. A' là điểm đối xứng với A qua bờ sông

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có

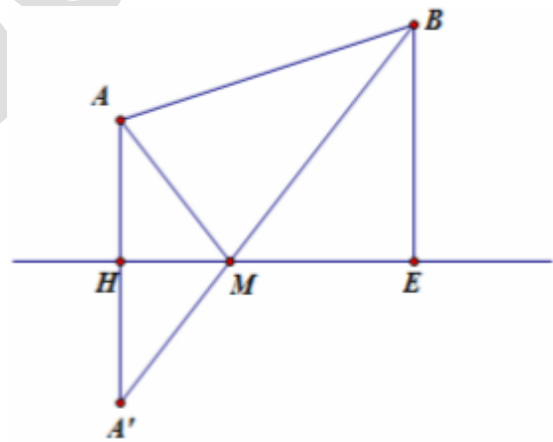
$$AM + BM = A'M + BM \geq A'B$$

Dấu bằng xảy ra khi M là giao điểm của $A'B$ và bờ sông.

Gọi H, E lần lượt là hình chiếu của A, B lên bờ sông. Khi đó:

$$HE = \sqrt{AB^2 - (AH - BE)^2} = 492$$

$$\forall \frac{HM}{EM} = \frac{HA'}{BE} = \frac{HA}{BE} = \frac{118}{497} \Rightarrow HM = 94,4 \Rightarrow AM + BM = 779,8$$



Câu 11: Đáp án C

Gọi a, b lần lượt là độ dài đoạn dây làm thành hình vuông và hình tròn.

Theo đề ta có: $a + b = 28$. Khi đó hình vuông có cạnh $\frac{a}{4}$ và hình tròn có bán kính $\frac{b}{2\pi}$

Tổng diện tích hình vuông và hình tròn được tính là

$$S = \frac{a^2}{16} + \pi \times \frac{b^2}{4\pi^2} = \frac{a^2}{16} + \frac{b^2}{4\pi} \geq \frac{(a+b)^2}{16+4\pi} = \frac{28^2}{16+4\pi}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi: } \begin{cases} \frac{a}{16} = \frac{b}{4\pi} \\ a+b=28 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{112}{\pi+4}$$

Câu 12: Đáp án B

Gọi a, b lần lượt là độ dài đoạn dây làm thành hình tam giác đều và hình vuông.

Theo đề ta có: $a+b=100$. Khi đó hình tam giác đều là $\frac{a}{3}$ và hình vuông có bán kính $\frac{b}{4}$

Tổng diện tích hình tam giác đều và hình vuông được tính là

$$S = \frac{a^2}{12\sqrt{3}} + \frac{b^2}{16} \geq \frac{(a+b)^2}{12\sqrt{3}+16} = \frac{100^2}{12\sqrt{3}+16}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi: } \begin{cases} \frac{a}{12\sqrt{3}} = \frac{b}{16} \\ a+b=100 \end{cases} \Rightarrow x_0 = \frac{a}{3} \approx 18,83$$

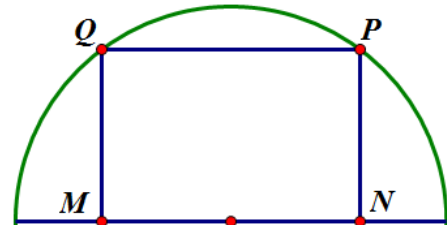
Câu 13: Đáp án C

Xét hàm $f(h) = \frac{h^4}{4} - 2h^2 + 7$ với $0 < h < 4 \Rightarrow f'(h) = h^3 - 4h \rightarrow f'(h) = 0 \Leftrightarrow h = 2$.

Dựa vào bảng biến thiên hàm $f(h)$, ta có $f(h) \leq f(4) = 39$.

VẬN DỤNG CAO VỀ MIN-MAX HÀM SỐ (P2)

Câu 1: Từ miếng tôn hình bán nguyệt có bán kính $R = 3\text{cm}$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (xem hình) có diện tích lớn nhất. Diện tích lớn nhất có thể có của miếng tôn hình chữ nhật là:



- A. $6\sqrt{3}\text{cm}^2$ B. $6\sqrt{2}\text{cm}^2$
 C. 9cm^2 D. 7cm^2

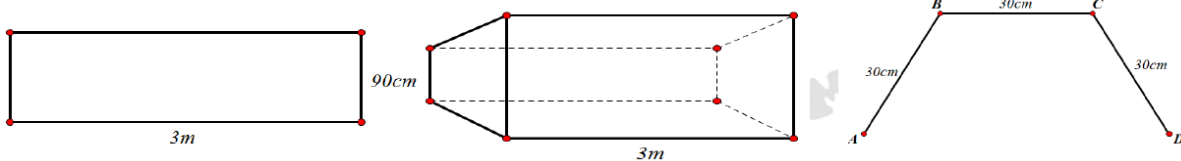
Câu 2: Cho tam giác đều ABC cạnh a . Người ta dựng một hình chữ nhật $MNPQ$ có cạnh MN nằm trên BC , hai đỉnh P và Q theo thứ tự nằm trên hai cạnh AC và AB của tam giác. Xác định giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật đó?

- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ C. 0 D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Câu 3: Trên sân bay, một máy bay cất cánh trên đường băng d (từ trái sang phải) và bắt đầu rời mặt đất tại điểm O . Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với mặt đất theo giao tuyến là đường băng d của máy bay. Dọc theo đường băng d cách vị trí máy bay cất cánh O một khoảng 300m về phía bên phải có 1 người quan sát A. Biết máy bay chuyển động trong mặt phẳng (P) và độ cao y của máy bay xác định bởi phương trình $y = x^2$ (x là độ dời của máy bay dọc theo đường băng d và tính từ O). Khoảng cách ngắn nhất từ người A (đứng cố định) đến máy bay là:

- A. 300m . B. $100\sqrt{5}\text{m}$. C. $30\sqrt{50}\text{m}$. D. $100\sqrt{3}\text{m}$.

Câu 4: Từ một tấm tôn có kích thước $90\text{cm} \times 3\text{m}$ người ta làm một máng xối nước trong đó mặt cắt là hình thang $ABCD$ (xem hình bên dưới). Tính thể tích lớn nhất của máng xối đó.



- A. $150000\sqrt{5}\text{cm}^3$ B. $40500\sqrt{2}\text{cm}^3$ C. $40500\sqrt{6}\text{cm}^3$ D. $40500\sqrt{5}\text{cm}^3$

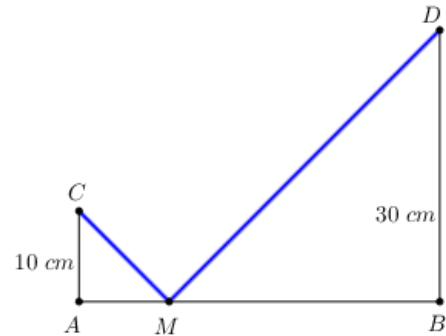
Câu 5: Người ta lắp đặt dây điện nối từ điểm A trên bờ AC đến điểm B trên một hòn đảo, khoảng cách ngắn nhất từ B đến AC bằng 3km , khoảng cách từ A đến C là 12km . Chi phí lắp đặt mỗi km dây điện dưới nước là 100 triệu đồng, còn trên bờ là 80 triệu đồng. Hỏi phải chọn điểm S trên bờ AC cách A bao nhiêu để chi phí mắc dây điện từ A đến S rồi từ S đến B là thấp nhất.

- A. 4km . B. 8km . C. 6km . D. 10km .

Câu 6: Hai vị trí A và B cách nhau $615m$ và cùng nằm về một phía bờ sông. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là $118m$ và $487m$. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B . Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

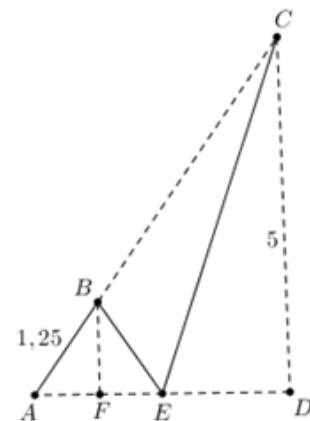
- A. $596,5m$. B. $671,4m$. C. $779,8m$. D. $741,2m$.

Câu 7: Có hai chiếc cọc cao $10m$ và $30m$ lần lượt đặt hai vị trí A, B . Biết khoảng cách giữa hai cọc bằng $24m$. Người ta chọn một cái chốt ở vị trí M trên mặt đất nằm giữa hai chân cột để giăng giăng giây nối đến hai đỉnh C và D của cọc như hình vẽ. Hỏi ta phải đặt chốt ở vị trí nào để tổng độ dài của hai sợi dây đó là ngắn nhất.



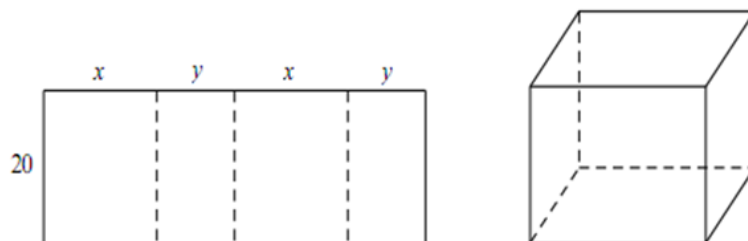
- A. $AM = 6m, BM = 18m$. B. $AM = 7m, BM = 17m$.
 C. $AM = 4m, BM = 20m$. D. $AM = 12m, BM = 12m$.

Câu 8: Một người lính đặc công thực hiện boi luyện tập từ vị trí A trên bờ biển đến một cái thuyền đang neo đậu ở vị trí C trên biển. Sau khi boi được $1,25km$ do khác nước người này đã boi vào vị trí E trên bờ để uống nước rồi mới từ E boi đến C . Hãy tính xem người lính này phải boi ít nhất bao nhiêu km . Biết rằng khoảng cách từ A đến C là $6,25km$ và khoảng cách ngắn nhất từ C vào bờ là $5km$.



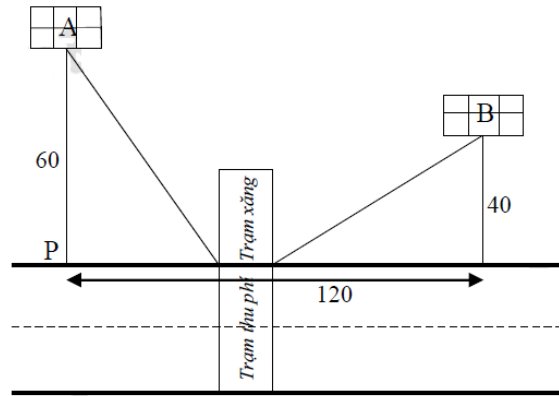
- A. $3\sqrt{5} km$. B. $\sqrt{29} + \sqrt{2} km$.
 C. $\sqrt{26} + \sqrt{5} km$. D. $\frac{5 + 12\sqrt{5}}{4} km$.

Câu 9: Người ta gập một miếng bìa hình chữ nhật có kích thước $60cm \times 20cm$ như hình vẽ để ghép thành một chiếc hộp hình hộp đứng (hai đáy trên và dưới được cắt từ miếng tôn khác để ghép vào). Tính diện tích toàn phần của hộp khi thể tích của hộp lớn nhất.



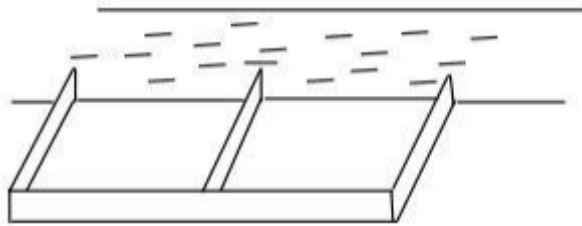
- A. $1425cm^3$. B. $1200cm^3$. C. $2150cm^3$. D. $1650cm^3$.

Câu 10: Đường cao tốc mới xây nối hai thành phố A và B. Hai thành phố này muốn xây một trạm thu phí và trạm xăng ở trên đường cao tốc như hình vẽ. Để tiết kiệm chi phí đi lại, hai thành phố này quyết định tính toán xem xây dựng trạm thu phí ở vị trí nào để tổng khoảng cách từ hai trung tâm thành phố đến trạm là ngắn nhất, biết khoảng cách từ trung tâm thành phố A, B đến đường cao tốc lần lượt là 60km và 40km ; khoảng cách giữa hai trung tâm thành phố là 120km (được tính theo khoảng cách của hình chiếu vuông góc của hai trung tâm thành phố lên đường cao tốc, tức là PQ kí hiệu như hình vẽ). Tìm vị trí của trạm thu phí và trạm xăng? (Giả sử chiều rộng của trạm thu phí không đáng kể)



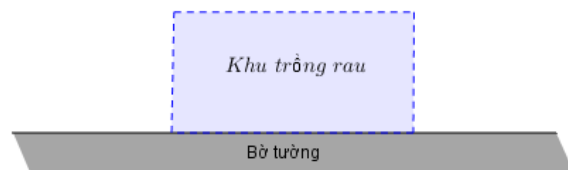
- A. 72km kể từ P. B. 42km kể từ Q. C. 48km kể từ P. D. Tại P.

Câu 11: Một người nông dân có $15\,000\,000$ đồng để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để ngăn khu đất thành hai hình chữ nhật bằng nhau với mục đích trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông, chi phí nguyên vật liệu $60\,000$ đồng/mét. Còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là $50\,000$ đồng/mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được?



- A. 6250m^2 B. 1250m^2 C. 3125m^2 D. 50m^2

Câu 12: Bác nông dân làm một hàng rào trồng rau hình chữ nhật có chiều dài song song với bờ tường. Bác chỉ làm ba mặt vì mặt thứ tư bác tận dụng luôn bờ tường. Bác dự tính sẽ dùng 200m lưới sắt để làm nên toàn bộ hàng rào đó. Hỏi diện tích lớn nhất bác có thể rào là bao nhiêu.



- A. 1500m^2 . B. 10000m^2 . C. 2500m^2 . D. 5000m^2 .

Đáp án

1-C	2-A	3-C	4-A	5-B	6-C	7-A	8-D	9-A	10-A
11-A	12-D								

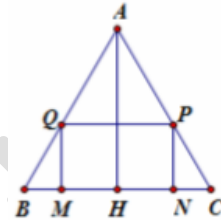
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

Gọi O là tâm của đường tròn. Ta có : $OP^2 = ON^2 + PN^2 \geq 2N.PN = S_{MNPQ} \Leftrightarrow S_{MNPQ} \leq 9$.

Câu 2: Đáp án A

Vì $MNPQ$ là hình chữ nhật nên MN nhận trung điểm H của BC làm trung điểm của nó. Đặt $MH = x$,



$$\text{Vì } \frac{BM}{BH} = \frac{MQ}{AH} = \frac{\frac{a}{2} - x}{\frac{a}{2}} = \frac{MQ}{a\sqrt{3}} \Leftrightarrow MQ = \frac{(a-2x)\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow S_{MNPQ} = MN.MQ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2x(a-2x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{(2x+a-2x)^2}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$$

Câu 3: Đáp án C

Đặt hệ trục tọa độ Oxy với $\overrightarrow{Ox} \uparrow \overrightarrow{OA}$, \overrightarrow{Oy} vuông góc d lên phía bầu trời.

Khi đó ta có tọa độ điểm $A(300;0)$ còn tọa độ của máy bay là $M(m,m^2)$ với $m \geq 0$

Khoảng cách từ A đến máy bay M là:

$$AM = \sqrt{(300-m)^2 + m^2} = \sqrt{2(m^2 - 150)^2 + 45000} \geq 30\sqrt{50} m.$$

Câu 4: Đáp án A

Dựa vào mặt cắt ở hình thứ 3, ta xác định máng xối có dạng hình trụ đáy hình thang cân bị khuyết 1 mặt bên. Trước hết nhận thấy chiều cao của hình trụ là không đổi, bằng $3m$. Thể tích hình trụ lớn nhất khi thể tích hình thang $ABCD$ lớn nhất.

Xét hình thang cân $ABCD$. Gọi h là chiều cao hình thang, khi đó $AD = 30 + 2\sqrt{30^2 - h^2}$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{(BC + AD)h}{2} = \left(30 + \sqrt{30^2 - h^2}\right)h = 30h + h\sqrt{30^2 - h^2} = f(h)$$

$$\Rightarrow f'(h) = 30 + \sqrt{30^2 - h^2} - \frac{2h^2}{\sqrt{30^2 - h^2}} = \frac{30\sqrt{30^2 - h^2} + 30^2 - 3h^2}{\sqrt{30^2 - h^2}}$$

$$\rightarrow f'(h) = 0 \Leftrightarrow 30\sqrt{30^2 - h^2} = 3h^2 - 30^2 \Leftrightarrow h = 10\sqrt{5}$$

Dựa vào bảng biến thiên hàm số

$$f(h) \Rightarrow S_{ABCD} \leq f(10\sqrt{5}) = 500\sqrt{5} \text{ (cm}^2\text{)} \Rightarrow V \leq 150000\sqrt{5} \text{ (cm}^3\text{)}$$

Câu 5: Đáp án B

Đặt $SA = x \Rightarrow SC = 12 - x \text{ km}$. Hình vẽ minh họa như hình bên.

Chi phí lắp điện trên bờ SA là $t_1 = 80.SA = 80x$.

Chi phí lắp điện dưới nước SB là

$$t_2 = 100.SB = 100\sqrt{(12-x)^2 + 9}.$$

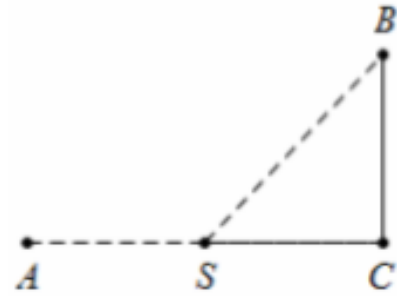
Vậy tổng chi phí để lắp đặt điện là

$$T = t_1 + t_2 = 80x + 100\sqrt{x^2 - 24x + 153}.$$

Xét hàm số $f(x) = 80x + 100\sqrt{x^2 - 24x + 153}$, ta có

$$f'(x) = 80 + \frac{100(x-12)}{\sqrt{x^2 - 24x + 153}} = 0 \Leftrightarrow x = 8.$$

Dựa vào BBT, suy ra $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 8 \Rightarrow SA = 8 \text{ km}$.



Câu 6: Đáp án C

Giả sử người đi từ A đến bờ sông (vị trí N) về đến vị trí B .

Gọi M, P là hình chiếu của A, B lên bờ sông

$$\Rightarrow AM = 118, BP = 487.$$

Dễ thấy $AMPB$ là hình thang vuông $\Rightarrow MP = 492 \text{ m}$.

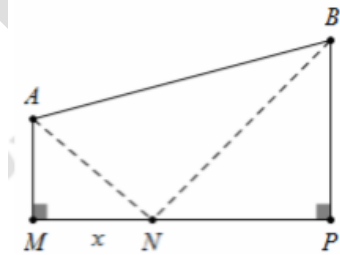
$$\text{Đặt } MN = x \Rightarrow AN = \sqrt{x^2 + 118^2} \Rightarrow PN = MP - MN = 492 - x.$$

$$\text{Tam giác } NPB \text{ vuông, có } BN = \sqrt{BP^2 + NP^2} = \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}.$$

$$\text{Khi đó } P = AN + BN = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}$$

Xét hàm số $f(x)$ với $x \in (0; 492)$, ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{58056}{605}$ (thỏa mãn điều kiện)

Dựa vào BBT, suy ra $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $\frac{58056}{605} \Rightarrow AN + BN = f(x) = 779,8 \text{ m}$.



Câu 7: Đáp án A

$$\text{Đặt } AM = x \Rightarrow CM = \sqrt{x^2 + 100} \Rightarrow BM = AB - AM = 24 - x.$$

$$\text{Tam giác } MBD \text{ vuông tại } B, \text{ có } MD = \sqrt{BM^2 + BD^2} = \sqrt{(24-x)^2 + 30^2}.$$

Khi đó

$$P = CM + MD = \sqrt{x^2 + 100} + \sqrt{(24-x)^2 + 900} = f(x) \rightarrow f(x) = \sqrt{x^2 + 100} + \sqrt{x^2 - 48x + 1476}$$

Xét hàm số $f(x)$ với $x \in (0; 24)$, ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 6$ (thỏa mãn điều kiện)

Dựa vào BBT, suy ra $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 6 \Rightarrow AM = 6 \text{ m} \Rightarrow BM = 18 \text{ m}$.

Câu 8: Đáp án D

Tam giác ACD vuông, có $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = 3,75$ và $\frac{AB}{AC} = \frac{BF}{CD} = \frac{AF}{AD} = \frac{1}{5} \Rightarrow \begin{cases} AF = 0,75 \\ BF = 1 \end{cases}$

Đặt $EF = x \Rightarrow ED = FD - EF = FD - x = AD - AF - x = 3 - x \Rightarrow BE = \sqrt{x^2 + 1}$

Tam giác ECD vuông tại D , có $EC = \sqrt{ED^2 + CD^2} = \sqrt{(3-x)^2 + 5^2} = \sqrt{x^2 - 6x + 34}$.

Khi đó

$$P = AB + BE + ED = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 34} + 1,25 \Rightarrow f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 34}$$

Xét hàm số $f(x)$ với $x \in (0; 3,75)$, ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0,5$ (thỏa mãn điều kiện)

Dựa vào BBT, suy ra $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $f(0,5) = 3\sqrt{5}$.

Câu 9: Đáp án A

Theo bài ta, ta có $2x + 2y = 60 \Leftrightarrow x + y = 30 \Leftrightarrow y = 30 - x$.

Thể tích của khối hộp chữ nhật là

$$V = 20xy = 20x(30 - x) \leq 20 \cdot \frac{(x + 30 - x)^2}{4} = 5 \cdot 30^2 = 4500 \text{ cm}^3.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 30 - x \Leftrightarrow x = 15 \Rightarrow y = 15$.

Vậy diện tích toàn phần của khối hộp chữ nhật là $S_p = 2 \cdot 20x + 2 \cdot 20y + xy = 1425 \text{ cm}^3$.

Câu 10: Đáp án A

Gọi A' đối xứng với A qua PQ . Gọi M là vị trí xây trạm thu phí và trạm xăng trên PQ

Ta có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$. Dấu bằng xảy ra khi M là giao điểm $A'B$ và PQ .

$$\forall 1 \frac{MP}{MQ} = \frac{PA'}{QB} = \frac{PA}{QB} \Leftrightarrow \frac{MP}{PA} = \frac{MQ}{QB} = \frac{MP + MQ}{PA + QB} = \frac{6}{5} \Rightarrow MP = 72.$$

Câu 11: Đáp án A

Gọi a là chiều dài hàng rào song song bờ sông, b là chiều dài mặt hàng rào vuông góc bờ sông.

Chi phí xây dựng vật liệu được tính là: $60.000 \times a + 50.000 \times 3b = 15.000.000$ (đồng).

$$\Leftrightarrow 2a + 5b = 500 \geq 2\sqrt{10ab} \Leftrightarrow ab \leq 6250 \text{ (m}^2\text{)}. \text{ Diện tích đất rào là: } S = ab \leq 6250 \text{ (m}^2\text{)}$$

Câu 12: Đáp án D

Gọi kích thước hàng rào trồng rau hình chữ nhật $a \times b$ trong đó a là cạnh song song với bờ tường.

$$\text{Theo đề, ta có } a + 2b = 200 \text{ (m)} \Rightarrow 200 \leq 2\sqrt{2ab} \Leftrightarrow ab \leq 5000 \text{ (m}^2\text{)}$$

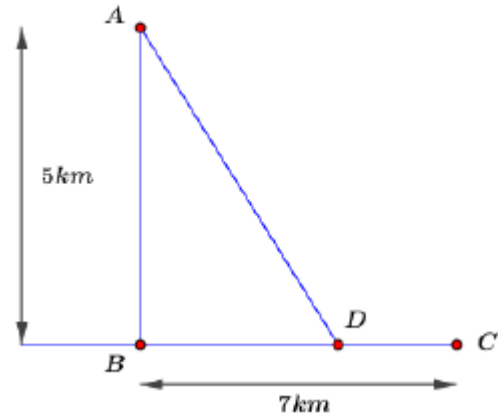
Diện tích tâm rào khi đó là: $S = ab \leq 5000 \text{ (m}^2\text{)}$.

VẬN DỤNG CAO VỀ MIN-MAX HÀM SỐ (P3)

Câu 1: Một ống thép tròn phi 21 theo tiêu chuẩn Lào có đường kính trong là 15 mm , độ dày 2 mm và chiều dài mỗi ống là 6 m . Biết khối lượng riêng của thép là 7800 kg/m^3 . Hỏi 10 tấn thép nguyên liệu làm được tối đa bao nhiêu ống thép (làm tròn đến hàng đơn vị) theo tiêu chuẩn trên.

- A. 1998 ống B. 2000 ống C. 4253 ống D. 1999 ống

Câu 2: Một đoàn cứu trợ lũ lụt đang ở vị trí A của tỉnh Quảng Ninh muốn tiếp cận vị trí C để tiếp tế lương thực và thuốc phải đi theo con đường từ A đến B và từ B đến C (như hình vẽ). Tuy nhiên do nước ngập con đường từ A đến B nên đoàn cứu trợ không thể đi đến C bằng xe, nhưng đoàn cứu trợ có thể chèo thuyền từ A đến vị trí D với vận tốc 6 km/h rồi đi bộ từ D đến C với vận tốc 4 km/h . Biết A cách B một khoảng 5 km , B cách C một khoảng 7 km . Xác định vị trí điểm D cách điểm B bao nhiêu km để đoàn cứu trợ đi đến vị trí C nhanh nhất.



- A. $BD = 5\text{ km}$. B. $BD = 2\sqrt{2}\text{ km}$. C. $BD = 4\text{ km}$. D. Không tồn tại

Câu 3: Một công ty sản xuất một loại vỏ hộp sữa giấy hình trụ có thể tích không đổi là V , với mục tiêu chi phí làm vỏ hộp là ít nhất, tức diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất. Hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r . Tìm hệ thức liên hệ giữa r và h để lượng giấy tiêu thụ là ít nhất.

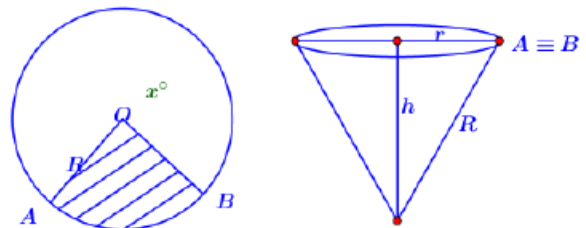
A. $r = 2\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}; h = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

B. $r = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}; h = 2\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$

C. $r = 2\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}; h = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$

D. $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}; h = 2\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

Câu 4: Cắt bỏ hình tròn OAB (hình phẳng có nét gạch trong hình dưới) từ một mảnh cát tông của hình tròn bán kính R rồi dán hai bán kính OA và OB của hình quạt tròn lại với nhau để được cái phễu có dạng một hình nón. Gọi x là góc ở tâm của hình quạt dùng làm phễu ($0 < x < 2\pi$). Tìm x để khối nón có thể tích lớn nhất?



A. $x = \frac{2\sqrt{6}}{27}\pi$

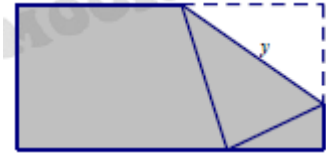
B. $x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$

C. $x = \frac{2\sqrt{6}}{9}\pi$

D. $x = \frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$

Câu 5:

Cho một tờ giấy hình chữ nhật có chiều dài 12 cm, chiều rộng 8 cm. Gấp góc bên phải của tờ giấy sao cho khi gấp, đỉnh của góc đó chạm với đáy dưới (như hình vẽ). Gọi độ dài nếp gấp là y thì giá trị nhỏ nhất của y là bao nhiêu?



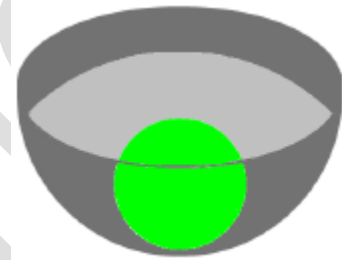
A. $3\sqrt{7}$

B. $3\sqrt{5}$

C. $6\sqrt{3}$

D. $6\sqrt{2}$

Câu 6: Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm bán kính $R = 10$ cm. Ban đầu lượng nước trong chậu có chiều cao (tính từ đáy chậu đến mặt nước) là $h = 4$ cm, người ta bỏ vào chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên phủ kín viên bi. Biết rằng thể tích của khối chỏm cầu tính theo công thức $V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right)$, hãy tính bán kính của viên bi (làm tròn đến hàng đơn vị).



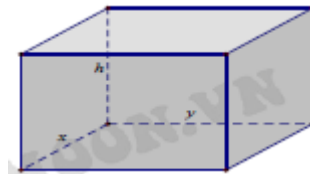
A. 2 cm.

B. 4 cm.

C. 7 cm.

D. 10 cm.

Câu 7: Một gia đình cần xây dựng một hố ga (không nắp) dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $3(m^3)$. Tỉ số giữa chiều cao hố (h) và chiều rộng của đáy (y) bằng 4. Tìm chiều dài của đáy (x) để tốn ít vật liệu nhất.



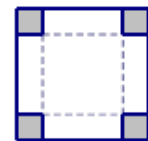
A. $\frac{3}{4}m$.

B. 1,5m.

C. $\frac{4}{3}m$.

D. 2,5m.

Câu 8: Từ một tấm bìa cứng hình vuông cạnh a , người ta cắt bốn góc với bốn hình vuông bằng nhau (như hình vẽ) rồi gấp lại tạo thành một hình hộp không nắp. Tìm cạnh của hình vuông bị cắt để thể tích khối hộp lớn nhất.



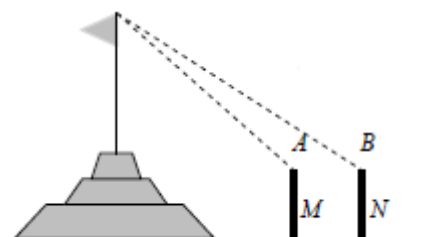
A. $\frac{a}{2}$

B. $\frac{a}{8}$

C. $\frac{a}{3}$

D. $\frac{a}{6}$

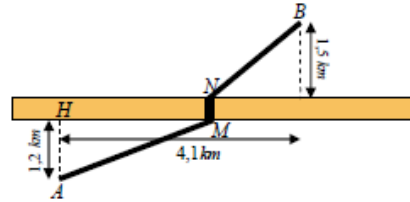
Câu 9: Để đo chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cột cờ của một Kỳ đài trước Ngọ Môn (Đại Nội – Huế), người ta cắm hai cọc bằng nhau MA và NB cao 1,5m so với mặt đất. Hai cọc này song song, cách nhau 10m và thẳng hàng so với tim cột cờ (như hình vẽ). Đặt giác kế đứng tại A và B để ngắm đến đỉnh cột cờ, người ta đo được các góc lần lượt là



$51^{\circ}40'12''$ và $45^{\circ}39'$ so với đường song song mặt đất. Hãy tính chiều cao của cột cờ (Làm tròn đến 0,01m).

- A. 52,20 m. B. 52,29 m. C. 52,30 m. D. 52,48 m.

Câu 10: Người ta muốn làm một con đường từ địa điểm A đến địa điểm B ở hai bên bờ một con sông, các số liệu được thể hiện trên hình vẽ, con đường được làm theo đường gấp khúc AMNB. Biết rằng chi phí xây dựng 1km đường bên bờ sông có điểm B gấp 1,3 lần chi phí xây dựng 1km đường bên bờ sông có điểm A, còn chi phí làm cầu MN tại điểm nào cũng như nhau. Hỏi phải xây dựng cầu tại điểm M cách điểm H bao nhiêu (làm tròn đến 0,001km) để chi phí làm đường là nhỏ nhất.



- A. 1,758 km. B. 2,630 km. C. 2,360 km. D. Kết quả khác.

Đáp án

1-C	2-D	3-D	4-B	5-C	6-D	7-C	8-D	9-D	10-B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

Một ống thép sẽ có khối lượng là 7800V, với

$$V = \pi R_1^2 h - \pi R_2^2 h = 6\pi \left[\left(\frac{17 \cdot 10^{-3}}{2} \right)^2 - \left(\frac{15 \cdot 10^{-3}}{2} \right)^2 \right]$$

Do đó với 10 tấn thép nguyên liệu thì làm được tối đa số ống thép là $\frac{10000}{7800V} = 4253$

Câu 2: Đáp án D

$$\text{Đặt } BD = x. (0 < x < 7) \Rightarrow \begin{cases} AD = \sqrt{x^2 + 25} \\ CD = 7 - x \end{cases}$$

$$\text{Thời gian đi từ A đến D là } t_{AD} = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{6}$$

$$\text{Thời gian đi từ D đến C là } t_{DC} = \frac{7 - x}{4}$$

$$\text{Thời gian đi từ A đến C là } t_{AD} + t_{DC} = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{6} + \frac{7 - x}{4} = f(x)$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1}{6} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5}} - \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 16x^2 = 36(x^2 + 5) \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Câu 3: Đáp án D

Ta có
$$\begin{cases} V = \pi r^2 h(\text{const}) \\ S_p = 2\pi rh + 2\pi r^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{S_p}{2\pi} = r \cdot \frac{V}{\pi r^2} + r^2 = f(r)$$

Đạo hàm $f'(r) = \frac{V}{\pi} \cdot \frac{-1}{r^2} + 2r = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} \Rightarrow h = \frac{V}{\pi \left(\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{V^3}{\pi^3 \cdot \frac{V^2}{4\pi^2}}} = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$

Câu 4: Đáp án B

Ta có $V_N = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

Độ dài cung lớn AB chính là chu vi đường tròn đáy của hình nón

$$\Rightarrow xR = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{xR}{2\pi} \Rightarrow \sqrt{R^2 - \frac{x^2 R^2}{4\pi^2}} \Rightarrow V_N = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{xR}{2\pi}\right)^2 \sqrt{R^2 - \frac{x^2 R^2}{4\pi^2}} = \frac{R^3}{12\pi} x^2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$$

Xét $f(x) = x^4 \left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2}\right) \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - \frac{6x^5}{4\pi^2} \Rightarrow 16\pi^2 = 6x^2 \Rightarrow x = \frac{2\pi\sqrt{6}}{3}$

Câu 5: Đáp án C

Kí hiệu như hình vẽ

Ta có $MP^2 = BC^2 + (MB - CP)^2 = 64 + (MP - CP)^2$

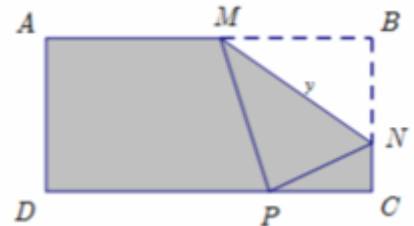
$$\Rightarrow 64 + CP^2 - 2MP \cdot CP = 0 \Rightarrow MP = \frac{CP^2 + 64}{2CP}$$

Lại có $PN^2 = CP^2 + CN^2 = CP^2 + (8 - BN)^2 = CP^2 + (8 - BN)^2$

$$CP^2 + 64 = 16PN \Rightarrow MP = \frac{16PN}{2\sqrt{16PN - 64}} = \frac{2PN}{\sqrt{PN - 4}}$$

$$y^2 = x^2 + \frac{4x^2}{x-4} = f(x) (x = PN) \Rightarrow f'(x) = 2x + \frac{8x(x-4) - 4x^2}{(x-4)^2} = 0$$

$$(x-4)^2 + 4(x-4) - 2x = 0 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow y_{\min} = 6\sqrt{3}$$



Câu 6: Đáp án D

Gọi x là bán kính của viên bi, ta có $4 < x < 10$. Khi bỏ viên bi vào thì mực nước lúc này có chiều cao là đường kính của viên bi, thể tích chứa trong chậu khi đó là

$$V = \pi (2x)^2 \left(R - \frac{2x}{3}\right) = 4\pi x^2 \left(10 - \frac{2x}{3}\right)$$

Mặt khác, thể tích này cũng là tổng thể tích nước ban đầu với viên bi:

$$V = \pi \cdot 4^2 \left(10 - \frac{4}{3}\right) + \frac{4\pi x^3}{3}$$

Giải phương trình $4\pi x^2 \left(10 - \frac{2x}{3}\right) = \pi \cdot 4^2 \left(10 - \frac{4}{3}\right) + \frac{4\pi x^3}{3} \Leftrightarrow 3x^3 - 30x^2 + 104 = 0 \Leftrightarrow x \approx 9,62$

Câu 7: Đáp án C

Thể tích hố được tính là $V = xyh = 3 = 4xy^2 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4y^2}$ vì $h = 4y$

Vật liệu sẽ tốn ít nhất khi diện tích toàn phần của cái hố (không có nắp) nhỏ nhất:

$$S = xy + 2xh + 2yh = \frac{27}{8y} + \frac{27}{8y} + 8y^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{27}{8y} \cdot \frac{27}{8y} \cdot 8y^2} = \frac{27}{2} m^2$$

Dấu bằng khi $\frac{27}{8y} = 8y^2 \Leftrightarrow y = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4y^2} = \frac{4}{3} m$

Câu 8: Đáp án D

Gọi x là độ dài cạnh mỗi hình vuông bị cắt ở 4 góc. Hình hộp được tạo ra có đáy là hình vuông cạnh $a - 2x$ và chiều cao là x , thể tích của nó là:

$$V = (a - 2x)^2 x \Leftrightarrow 4V = (a - 2x)(a - 2x)4x \leq \left(\frac{a - 2x + a - 2x + 4x}{3}\right)^3 = \frac{8a^3}{27}$$

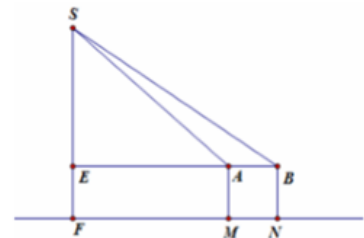
Dấu bằng khi $a - 2x = 4x \Leftrightarrow x = \frac{a}{6}$

Câu 9: Đáp án D

Đánh dấu các điểm như hình vẽ. Chiều cao cột cần tìm là độ dài đoạn SE . Ta có:

$$\begin{cases} \cot \angle SAE = \frac{EA}{SE} \\ \cot \angle SBE = \frac{EB}{SE} = \frac{EA + AB}{SE} \end{cases} \Rightarrow \cot \angle SBE = \cot \angle SAE + \frac{AB}{SE}$$

$$\Leftrightarrow SE = \frac{AB}{\cot \angle SBE - \cot \angle SAE} \approx 53,48 \text{ m}$$



Câu 10: Đáp án B

Gọi t là chi phí xây dựng 1 km đường bên bờ sông có điểm A. Đặt $0 \leq x = HM \leq 4,1$ km.

Tổng chi phí xây dựng là (chưa tính cầu) là

$$T = t \cdot AM + 1,3t \cdot BN = t\sqrt{AH^2 + HM^2} + 1,3t\sqrt{BK^2 + NK^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{T}{t} = \sqrt{1,2^2 + x^2} + 1,3\sqrt{1,5^2 + (4,1 - x)^2} = f(x). \text{ Xét hàm } f(x) \text{ với } 0 \leq x \leq 4,1$$

$$\Rightarrow \min_{x \in [0; 4,1]} f(x) \approx f(2,6303)$$