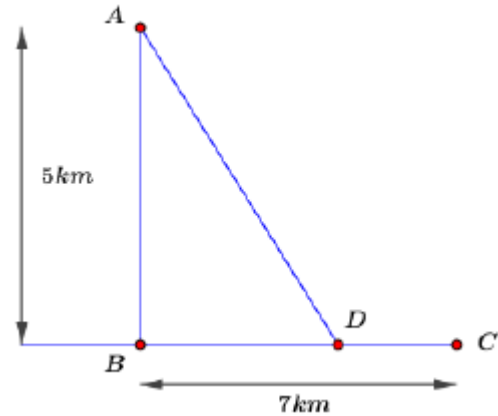


VẬN DỤNG CAO VỀ MIN-MAX HÀM SỐ (P3)

**Câu 1:** Một ống thép tròn phi 21 theo tiêu chuẩn Lào có đường kính trong là  $15\text{ mm}$ , độ dày  $2\text{ mm}$  và chiều dài mỗi ống là  $6\text{ m}$ . Biết khối lượng riêng của thép là  $7800\text{ kg/m}^3$ . Hỏi 10 tấn thép nguyên liệu làm được tối đa bao nhiêu ống thép (làm tròn đến hàng đơn vị) theo tiêu chuẩn trên.

- A. 1998 ống      B. 2000 ống      C. 4253 ống      D. 1999 ống

**Câu 2:** Một đoàn cứu trợ lũ lụt đang ở vị trí A của tỉnh Quảng Ninh muốn tiếp cận vị trí C để tiếp tế lương thực và thuốc phải đi theo con đường từ A đến B và từ B đến C (như hình vẽ). Tuy nhiên do nước ngập con đường từ A đến B nên đoàn cứu trợ không thể đi đến C bằng xe, nhưng đoàn cứu trợ có thể chèo thuyền từ A đến vị trí D với vận tốc  $6\text{ km/h}$  rồi đi bộ từ D đến C với vận tốc Biết A cách B một khoảng  $5\text{ km}$ , B cách C một khoảng  $7\text{ km}$ . Xác định vị trí điểm D cách điểm B bao nhiêu  $\text{km}$  để đoàn cứu trợ đi đến vị trí C nhanh nhất.



- A.  $BD = 5\text{ km}$ .      B.  $BD = 2\sqrt{2}\text{ km}$ .      C.  $BD = 4\text{ km}$ .      D. Không tồn tại

**Câu 3:** Một công ty sản xuất một loại vỏ hộp sữa giấy hình trụ có thể tích không đổi là  $V$ , với mục tiêu chi phí làm vỏ hộp là ít nhất, tức diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất. Hình trụ có chiều cao  $h$  và bán kính đáy  $r$ . Tìm hệ thức liên hệ giữa  $r$  và  $h$  để lượng giấy tiêu thụ là ít nhất.

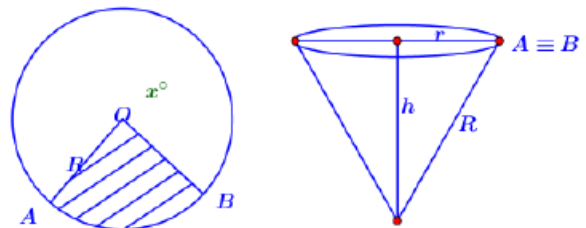
A.  $r = 2\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}; h = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

B.  $r = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}; h = 2\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$

C.  $r = 2\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}; h = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$

D.  $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}; h = 2\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

**Câu 4:** Cắt bỏ hình tròn  $OAB$  (hình phẳng có nét gạch trong hình dưới) từ một mảnh cát tông của hình tròn bán kính  $R$  rồi dán hai bán kính  $OA$  và  $OB$  của hình quạt tròn lại với nhau để được cái phễu có dạng một hình nón. Gọi  $x$  là góc ở tâm của hình quạt dùng làm phễu ( $0 < x < 2\pi$ ). Tìm  $x$  để khối nón có thể tích lớn nhất?



A.  $x = \frac{2\sqrt{6}}{27}\pi$

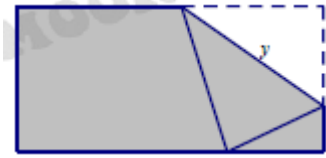
B.  $x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$

C.  $x = \frac{2\sqrt{6}}{9}\pi$

D.  $x = \frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$

**Câu 5:**

Cho một tờ giấy hình chữ nhật có chiều dài 12 cm, chiều rộng 8 cm. Gấp góc bên phải của tờ giấy sao cho khi gấp, đỉnh của góc đó chạm với đáy dưới (như hình vẽ). Gọi độ dài nếp gấp là  $y$  thì giá trị nhỏ nhất của  $y$  là bao nhiêu?



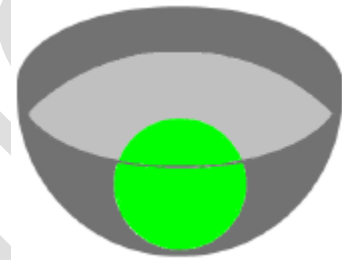
A.  $3\sqrt{7}$

B.  $3\sqrt{5}$

C.  $6\sqrt{3}$

D.  $6\sqrt{2}$

**Câu 6:** Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm bán kính  $R = 10$  cm. Ban đầu lượng nước trong chậu có chiều cao (tính từ đáy chậu đến mặt nước) là  $h = 4$  cm, người ta bỏ vào chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên phủ kín viên bi. Biết rằng thể tích của khối chỏm cầu tính theo công thức  $V = \pi h^2 \left( R - \frac{h}{3} \right)$ , hãy tính bán kính của viên bi (làm tròn đến hàng đơn vị).



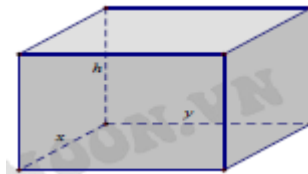
A. 2 cm.

B. 4 cm.

C. 7 cm.

D. 10 cm.

**Câu 7:** Một gia đình cần xây dựng một hố ga (không nắp) dạng hình hộp chữ nhật có thể tích  $3(m^3)$ . Tỉ số giữa chiều cao hố ( $h$ ) và chiều rộng của đáy ( $y$ ) bằng 4. Tìm chiều dài của đáy ( $x$ ) để tốn ít vật liệu nhất.



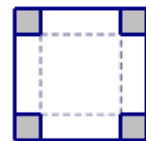
A.  $\frac{3}{4}m$ .

B. 1,5m.

C.  $\frac{4}{3}m$ .

D. 2,5m.

**Câu 8:** Từ một tấm bìa cứng hình vuông cạnh  $a$ , người ta cắt bốn góc với bốn hình vuông bằng nhau (như hình vẽ) rồi gấp lại tạo thành một hình hộp không nắp. Tìm cạnh của hình vuông bị cắt để thể tích khối hộp lớn nhất.



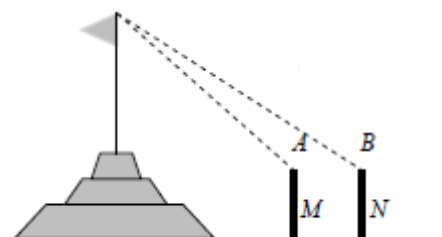
A.  $\frac{a}{2}$

B.  $\frac{a}{8}$

C.  $\frac{a}{3}$

D.  $\frac{a}{6}$

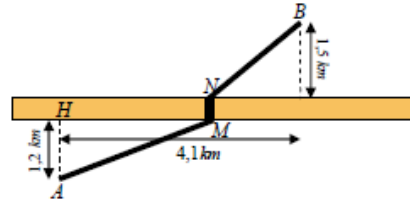
**Câu 9:** Để đo chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cột cờ của một Kỳ đài trước Ngọ Môn (Đại Nội – Huế), người ta cắm hai cọc bằng nhau  $MA$  và  $NB$  cao 1,5m so với mặt đất. Hai cọc này song song, cách nhau 10m và thẳng hàng so với trục cột cờ (như hình vẽ). Đặt giác kế đứng tại  $A$  và  $B$  để nhắm đến đỉnh cột cờ, người ta đo được các góc lần lượt là



$51^{\circ}40'12''$  và  $45^{\circ}39'$  so với đường song song mặt đất. Hãy tính chiều cao của cột cờ (Làm tròn đến 0,01m).

- A. 52,20 m.                      B. 52,29 m.                      C. 52,30 m.                      D. 52,48 m.

**Câu 10:** Người ta muốn làm một con đường từ địa điểm A đến địa điểm B ở hai bên bờ một con sông, các số liệu được thể hiện trên hình vẽ, con đường được làm theo đường gấp khúc AMNB. Biết rằng chi phí xây dựng 1km đường bên bờ sông có điểm B gấp 1,3 lần chi phí xây dựng 1km đường bên bờ sông có điểm A, còn chi phí làm cầu MN tại điểm nào cũng như nhau. Hỏi phải xây dựng cầu tại điểm M cách điểm H bao nhiêu (làm tròn đến 0,001km) để chi phí làm đường là nhỏ nhất.



- A. 1,758 km.                      B. 2,630 km.                      C. 2,360 km.                      D. Kết quả khác.

**Đáp án**

1-C	2-D	3-D	4-B	5-C	6-D	7-C	8-D	9-D	10-B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1: Đáp án C**

Một ống thép sẽ có khối lượng là 7800V, với

$$V = \pi R_1^2 h - \pi R_2^2 h = 6\pi \left[ \left( \frac{17 \cdot 10^{-3}}{2} \right)^2 - \left( \frac{15 \cdot 10^{-3}}{2} \right)^2 \right]$$

Do đó với 10 tấn thép nguyên liệu thì làm được tối đa số ống thép là  $\frac{10000}{7800V} = 4253$

**Câu 2: Đáp án D**

$$\text{Đặt } BD = x. (0 < x < 7) \Rightarrow \begin{cases} AD = \sqrt{x^2 + 25} \\ CD = 7 - x \end{cases}$$

$$\text{Thời gian đi từ A đến D là } t_{AD} = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{6}$$

$$\text{Thời gian đi từ D đến C là } t_{DC} = \frac{7 - x}{4}$$

$$\text{Thời gian đi từ A đến C là } t_{AD} + t_{DC} = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{6} + \frac{7 - x}{4} = f(x)$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1}{6} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5}} - \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 16x^2 = 36(x^2 + 5) \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

**Câu 3: Đáp án D**

Ta có 
$$\begin{cases} V = \pi r^2 h(\text{const}) \\ S_p = 2\pi rh + 2\pi r^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{S_p}{2\pi} = r \cdot \frac{V}{\pi r^2} + r^2 = f(r)$$

Đạo hàm  $f'(r) = \frac{V}{\pi} \cdot \frac{-1}{r^2} + 2r = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} \Rightarrow h = \frac{V}{\pi \left(\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{V^3}{\pi^3 \cdot \frac{V^2}{4\pi^2}}} = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$

**Câu 4: Đáp án B**

Ta có  $V_N = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

Độ dài cung lớn AB chính là chu vi đường tròn đáy của hình nón

$$\Rightarrow xR = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{xR}{2\pi} \Rightarrow \sqrt{R^2 - \frac{x^2 R^2}{4\pi^2}} \Rightarrow V_N = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{xR}{2\pi}\right)^2 \sqrt{R^2 - \frac{x^2 R^2}{4\pi^2}} = \frac{R^3}{12\pi} x^2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$$

Xét  $f(x) = x^4 \left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2}\right) \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - \frac{6x^5}{4\pi^2} \Rightarrow 16\pi^2 = 6x^2 \Rightarrow x = \frac{2\pi\sqrt{6}}{3}$

**Câu 5: Đáp án C**

Kí hiệu như hình vẽ

Ta có  $MP^2 = BC^2 + (MB - CP)^2 = 64 + (MP - CP)^2$

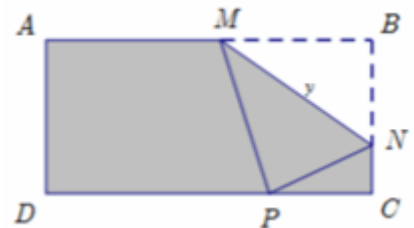
$$\Rightarrow 64 + CP^2 - 2MP \cdot CP = 0 \Rightarrow MP = \frac{CP^2 + 64}{2CP}$$

Lại có  $PN^2 = CP^2 + CN^2 = CP^2 + (8 - BN)^2 = CP^2 + (8 - BN)^2$

$$CP^2 + 64 = 16PN \Rightarrow MP = \frac{16PN}{2\sqrt{16PN - 64}} = \frac{2PN}{\sqrt{PN - 4}}$$

$$y^2 = x^2 + \frac{4x^2}{x-4} = f(x) (x = PN) \Rightarrow f'(x) = 2x + \frac{8x(x-4) - 4x^2}{(x-4)^2} = 0$$

$$(x-4)^2 + 4(x-4) - 2x = 0 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow y_{\min} = 6\sqrt{3}$$



**Câu 6: Đáp án D**

Gọi x là bán kính của viên bi, ta có  $4 < x < 10$ . Khi bỏ viên bi vào thì mực nước lúc này có chiều cao là đường kính của viên bi, thể tích chứa trong chậu khi đó là

$$V = \pi (2x)^2 \left(R - \frac{2x}{3}\right) = 4\pi x^2 \left(10 - \frac{2x}{3}\right)$$

Mặt khác, thể tích này cũng là tổng thể tích nước ban đầu với viên bi:

