

VẬN DỤNG CAO VỀ MIN-MAX HÀM SỐ (P1)

Câu 1: Người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là 180 mét thẳng hàng rào. Ở đó người ta tận dụng một bờ giậu có sẵn để làm một cạnh của hàng rào và rào thành mảnh đất hình chữ nhật. Hỏi mảnh đất hình chữ nhật được rào có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

- A. $S_{max} = 3600m^2$ B. $S_{max} = 4000m^2$ C. $S_{max} = 8100m^2$ D. $S_{max} = 4050m^2$

Câu 2: Có một tấm gỗ hình vuông cạnh $200cm$. Cắt một tấm gỗ có hình tam giác vuông, có tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số $120cm$ từ tấm gỗ trên sao cho tấm gỗ hình tam giác vuông có diện tích lớn nhất. Hỏi cạnh huyền của tấm gỗ này là bao nhiêu?

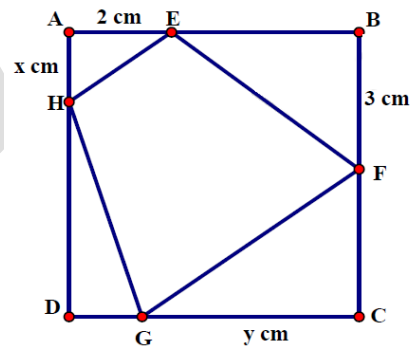
- A. $40cm$ B. $40\sqrt{3}cm$ C. $80cm$ D. $40\sqrt{2}cm$

Câu 3: Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $10cm$, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn.

- A. $80cm^2$ B. $100cm^2$ C. $160cm^2$ D. $200cm^2$

Câu 4: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $6cm$. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ. Tìm tổng $x + y$ để diện tích hình thang $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. 7 B. 5
C. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ D. $4\sqrt{2}$



Câu 5: Một Bác nông dân cần xây dựng một hố ga không có nắp dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $3200cm^3$, tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy bằng 2. Hãy xác định diện tích của đáy hố ga để khi xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

- A. $1200cm^2$ B. $160cm^2$ C. $1600cm^2$ D. $120cm^2$

Câu 6: Nhân ngày Phụ nữ Việt nam 20-10 năm 2017, ông A quyết định mua tặng vợ một món quà và đặt nó vào trong một chiếc hộp có thể tích là 32 (đvtt) có đáy hình vuông và không nắp. Để món quà trở nên đặc biệt và xứng đáng với giá trị của nó ông quyết định mạ vàng cho chiếc hộp, biết rằng độ dày lớp mạ tại mọi điểm trên hộp là như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là h ; x . Để lượng vàng trên hộp là nhỏ nhất thì giá trị của h ; x phải là?

- A. $x = 2; h = 4$ B. $x = 4; h = 2$ C. $x = 4; h = \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $x = 1; h = 2$

Câu 7: Một người có một dải ruy băng dài 130cm , người đó cần bọc dải ruy băng đó quanh một quả hình trụ. Khi bọc quà, người này dùng 10cm của dải ruy băng để thắt nơ ở trên nắp hộp (như hình vẽ minh họa). Hỏi dải dây ruy băng có thể bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?

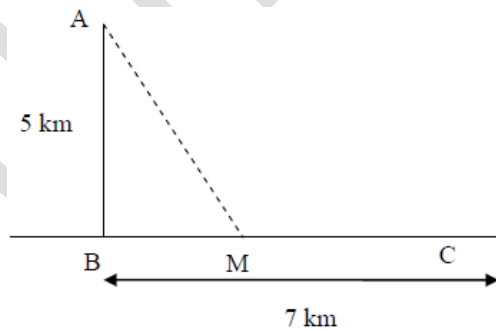


- A. $4000\pi\text{ cm}^3$ B. $1000\pi\text{ cm}^3$
 C. $2000\pi\text{ cm}^3$ D. $1600\pi\text{ cm}^3$

Câu 8: Ta có một miếng tôn phẳng hình vuông với kích thước $a\text{ (cm)}$, ta muốn cắt đi ở 4 góc 4 hình vuông cạnh bằng $x\text{ (cm)}$ để uốn thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Phải cắt như thế nào để hình hộp có thể tích lớn nhất?

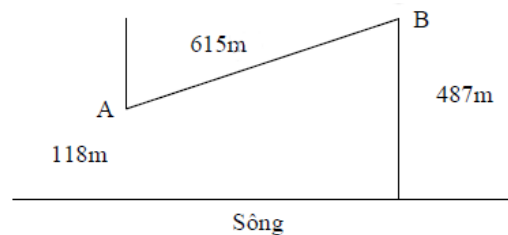
- A. $x = \frac{a}{4}$ B. $x = \frac{a}{5}$ C. $x = \frac{a}{6}$ D. $x = \frac{a}{7}$

Câu 9: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB\ 5\text{km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7km . Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6km/h (xem hình vẽ dưới đây). Tính độ dài đoạn BM để người đó đến kho nhanh nhất.



- A. $\frac{\sqrt{74}}{4}$ B. $\frac{29}{12}$ C. $\sqrt{29}$ D. $2\sqrt{5}$

Câu 10: Cho hai vị trí A, B cách nhau 615m , cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118m và 487m . Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước và mang về B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó phải đi là:

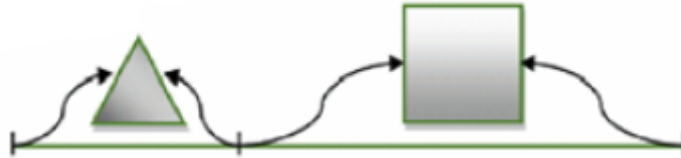


- A. $569,5\text{m}$ B. $671,4\text{m}$ C. $779,8\text{m}$ D. $741,2\text{m}$

Câu 11: Một sợi dây có chiều dài 28m là được cắt thành hai đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là tối thiểu?

- A. 14 B. $\frac{196}{4 + \pi}$ C. $\frac{112}{4 + \pi}$ D. $\frac{28\pi}{4 + \pi}$

Câu 12: Một sợi dây kim loại dài 100cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành tam giác đều, đoạn thứ hai được uốn thành hình vuông (hình bên). Biết x_0 là độ dài cạnh của tam giác đều (tính theo đơn vị cm) thỏa mãn tổng diện tích của tam giác và hình vuông là nhỏ nhất. Khi đó giá trị x_0 gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau?



- A. 18 B. 19 C. 20 D. 21

Câu 13: Người ta thí nghiệm đo sự phân bố của 1 loại tảo có hại cho cá trong hồ rộng và nhận thấy sự phân bố của loại tảo này là một hàm $f(h)$ theo độ sâu tính từ mực nước trên cùng, tức là ở độ sâu $h(m)$ thì sẽ có $f(h)$ (kg/m^3) tảo. Biết hàm $f(h) = \frac{h^4}{4} - 2h^2 + 7$. Tính độ sâu mà ở đó nồng độ của tảo là lớn nhất, biết hồ sâu nhất là 4m.

- A. 7 (kg/m^3). B. 3 (kg/m^3). C. 39 (kg/m^3). D. 45 (kg/m^3).

Đáp án

1-D	2-C	3-B	4-C	5-A	6-B	7-B	8-C	9-D	10-C
11-C	12-B	13-C							

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D

Gọi a, b là kích thước của hàng rào hình chữ nhật, trong đó a là độ dài của cạnh song song với giậu.

Khi đó ta có: $a + 2b = 18 \geq 2\sqrt{2ab} \Rightarrow ab \leq 4050$. Diện tích mảnh đất là: $S = ab \leq 4050 m^2$.

Câu 2: Đáp án C

Gọi kích thước 2 cạnh góc vuông tam giác vuông là $a, b \Rightarrow 0 < a, b < 200$

Độ dài cạnh huyền là $\sqrt{a^2 + b^2}$. Không mất tính tổng quát, giả sử $a + \sqrt{a^2 + b^2} = 120$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 120 - a \Leftrightarrow b^2 = 120^2 - 240a \Leftrightarrow a = \frac{120^2 - b^2}{240} = 60 - \frac{b^2}{240}$$

Diện tích tâm gỗ tam giác vuông là:

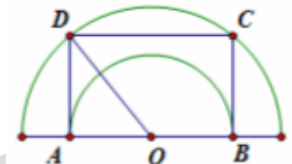
$$2S = ab = 60b - \frac{b^2}{240} = f(b) \rightarrow f'(b) = 60 - \frac{b}{120} \rightarrow f'(b) = 0 \Leftrightarrow b = 40\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow f(b) \leq f(40\sqrt{3}). \text{ Dấu bằng khi } \begin{cases} b = 40\sqrt{3}a \\ a = 40 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{b^2 + a^2} = 80.$$

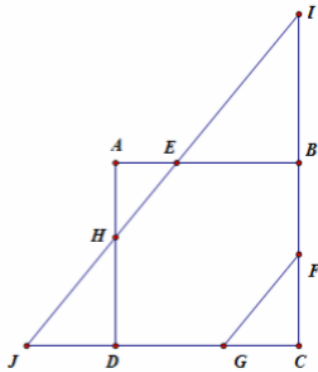
Câu 3: Đáp án B

Gọi hình chữ nhật theo đề là ABCD như hình vẽ. Ta có:

$$R^2 = 100 = OA^2 + AD^2 \geq 2OA \cdot AD = AB \cdot AD \Leftrightarrow AB \cdot AD = S_{h.cn} \leq 100.$$



Câu 4: Đáp án C



Đường thẳng HE cắt CB, CD lần lượt tại I, J.

$$\frac{AH}{BI} = \frac{AE}{BE} = \frac{1}{2} \Rightarrow BI = 2x; \frac{AH}{HD} = \frac{AE}{JD} = \frac{x}{6-x} = \frac{2}{JD} \Rightarrow JD = \frac{2(6-x)}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{CG}{CJ} = \frac{CF}{CI} \Leftrightarrow \frac{y}{6 + \frac{2(6-x)}{x}} = \frac{3}{6+2x} \Leftrightarrow xy = 6$$

$$\Rightarrow S_{EFGH} = S_{ABCD} - S_{AEH} - S_{EBF} - S_{FCG} - S_{HDG} = 36 - \frac{2x+12+3y+(6-x)(6-y)}{2}$$

$$= 36 - \frac{48-4x-3y+xy}{2} = 12 + \frac{4x+3y-xy}{2}$$

$$\Rightarrow 2S_{EFGH} = 4x+3y-xy+24 = 4x + \frac{18}{x} + 18 \geq 2\sqrt{4 \cdot 18} + 18 = 18 + 12\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{EFGH} \geq 9 + 6\sqrt{2}. \text{ Dấu bằng khi } x = \frac{3\sqrt{2}}{2}; y = 2\sqrt{2} \Rightarrow x + y = \frac{7\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 5: Đáp án A

Gọi kích thước đáy là $a \times b$ và c là chiều cao hố.