

32 bài tập - Kiểm tra chương Lượng giác (Trắc nghiệm)

Câu 1. Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Tính $A = \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$.

- A. $-\frac{12}{25}$ B. $\frac{12}{25}$ C. $\frac{15}{34}$ D. $-\frac{15}{34}$

Câu 2. Tính $A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$, biết $\sin 2\alpha = \frac{2}{3}$.

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{7}{9}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $-\frac{7}{9}$

Câu 3. Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Tính $A = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$.

- A. $\frac{\sqrt{6}+3}{6}$ B. $\frac{3-\sqrt{6}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{6}-3}{6}$ D. $-\frac{3+\sqrt{6}}{6}$

Câu 4. Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin(\alpha + \pi) = -\frac{1}{3}$. Tính $A = \tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$.

- A. $\sqrt{2}$ B. $-\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $-2\sqrt{2}$

Câu 5. Cho $\cos 4\alpha = \frac{1}{3}$. Tính $A = \sqrt{\cos^6 \alpha + \sin^6 \alpha + \frac{1}{4}}$.

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. ± 1 D. $\pm \frac{1}{2}$

Câu 6. Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $A = \frac{\sin \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha}$.

- A. $\frac{11}{10}$ B. $\frac{10}{11}$ C. $-\frac{10}{11}$ D. $-\frac{11}{10}$

Câu 7. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (\sin x - 2\cos x)(2\sin x + \cos x) - 1$ lần lượt là:

- A. $\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}$ B. $\frac{3}{2}; -7$ C. $\frac{3}{2}; 1$ D. $-\frac{7}{2}; -\frac{3}{2}$

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = \frac{2}{\cos x - \cos 3x}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$
 C. $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{1+4\cos^2 x}{3}$ đạt được khi:

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 10. Phương trình $\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 5$ có tập nghiệm trùng với nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $\cos x = 0$

B. $\tan x = -\frac{1}{2}$

C. $\cot x = 2$

D. $\begin{cases} \tan x = -\frac{1}{2} \\ \cos x = 0 \end{cases}$

Câu 11. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4}$ bằng:

A. 2

B. $\frac{2}{11}$

C. 3

D. 4

Câu 12. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos x + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ lần lượt là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 14. Phương trình $\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$ có tập nghiệm trùng với nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $\cos x = 0$

B. $\cot x = 1$

C. $\tan x = 3$

D. $\begin{cases} \tan x = 1 \\ \cot x = \frac{1}{3} \end{cases}$

Câu 15. Phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$ chỉ có các nghiệm là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 16. Phương trình $16 \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x \cdot \cos 8x = 1$ có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $\sin x = 0$

B. $\sin x = \sin 8x$

C. $\sin x = \sin 16x$

D. $\sin x = \sin 32x$

Câu 17. Phương trình $\sin 3x + \sin 2x = \sin x$ có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $\sin x = 0$

B. $\cos x = -1$

C. $\cos x = -\frac{1}{2}$

D.
$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 18. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{5 - 2 \cos^2 x \cdot \sin^2 x}$ bằng:

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

B. $\sqrt{5}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 19. Nghiệm của phương trình $2 \cos^2 2x + 3 \sin^2 x = 2$ là:

A.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{1}{4} + k\pi\right) \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

B.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{1}{4}\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

C.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{1}{4}\right) + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

D.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{1}{4}\right) + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 20. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 7 - 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ lần lượt là:

A. -2; 7

B. 5; 9

C. -2; 2

D. 4; 7

Câu 21. Phương trình $\cos 5x \cdot \cos 3x = \cos 4x \cdot \cos 2x$ có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $\sin x = \cos x$ B. $\cos x = 0$ C. $\cos 8x = \cos 6x$ D. $\sin 8x = \cos 6x$

Câu 22. Phương trình $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$ có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\cos 2x = \sin 2x$ C. $\cos x = \frac{1}{2}$ D. $\begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos 2x = \sin 2x \end{cases}$

Câu 23. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng

- A. $\left(\frac{19\pi}{2}; 10\pi\right)$ B. $(-6\pi; -5\pi)$ C. $\left(-\frac{7\pi}{2}; -3\pi\right)$ D. $\left(7\pi; \frac{15\pi}{2}\right)$

Câu 24. Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$. Tính giá trị $P = \sin \alpha - \cos \alpha$.

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x + \tan x}{1 - \sin 2x}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
 C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi; k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 26. Chu kỳ của hàm số $y = \cos 3x + \sin \frac{2x}{5}$ là:

- A. $\frac{2\pi}{3}$ B. 20π C. 5π D. 10π

Câu 27. Tập xác định của hàm số $y = \cot \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
 C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 28. Nghiệm của phương trình $\cos 2x + 2 \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$ là:

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 29. Rút gọn biểu thức $P = \cos(15\pi - x) + \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cot\left(\frac{11\pi}{2} - x\right)$

A. $P = 0$

B. $P = 1$

C. $P = \sin x$

D. $P = \cos x$

Câu 30. Giải phương trình $\sin x = -\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$

Câu 31. Giải phương trình $3\cos^4 x - 4\sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x = 0$.

A. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi$

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$

C. $x = \pm \frac{\pi}{4}$ và $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$

D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$ và $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$

Câu 32. Nghiệm của phương trình $\cos 2x - \cos x = \sqrt{3}(\sin 2x + \sin x)$ là:

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B. $\begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C. $\begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k\pi \\ x = k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D. $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn đáp án A

$$\text{Ta có: } A = \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\tan \alpha}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos^2 \alpha = \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\text{Do } \sin \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \xrightarrow{\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi} \cos \alpha = \frac{-4}{5}$$

$$\text{Do đó } A = \frac{-12}{25}$$

Câu 2. Chọn đáp án B

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2}(\sin 2\alpha)^2 \\ &= 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}. \end{aligned}$$

Câu 3. Chọn đáp án C

$$\text{Ta có: } A = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\cos \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha}{2}$$

$$\text{Mặt khác } \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{2}{3} \xrightarrow{0 < \alpha < \frac{\pi}{2}} \cos \alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\text{Do đó } A = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}} - 1}{2} = \frac{\sqrt{6} - 3}{6}.$$

Câu 4. Chọn đáp án D

$$\sin(\alpha + \pi) = -\frac{1}{3} \Rightarrow -\sin \alpha = -\frac{1}{3} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{8}{9}$$

$$\begin{aligned} \text{Do } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ nên } \cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-2\sqrt{2}}{3} \text{ do đó } A &= \tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha \\ &= \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Câu 5. Chọn đáp án A

$$\text{Ta có } \cos^6 \alpha + \sin^6 \alpha = (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)^3 - 3\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = 1 - 3\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$$

$$\text{Do đó } A = \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{3}{4} \sin^2 2\alpha} = \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{3}{4} \cdot \frac{1 - \cos 4\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}} = 1.$$

Câu 6. Chọn đáp án B

$$\text{Ta có: } A = \frac{\sin \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha}}{\frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + 3} = \frac{\tan \alpha \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{\tan^3 \alpha + 3} = \frac{\tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha)}{\tan^3 \alpha + 3} = \frac{10}{11}$$

Câu 7. Chọn đáp án A

$$\text{Ta có: } y = 2\sin^2 x - 2\cos^2 x - 3\sin x \cos x = -2(\cos x - \sin^2 x) - \frac{3}{2}\sin 2x$$

$$\Rightarrow y = -2\cos 2x - \frac{3}{2}\sin 2x - 1 \Rightarrow -\sqrt{4 + \frac{9}{4}} - 1 \leq y \leq \sqrt{4 + \frac{9}{4}} - 1$$

$$\text{Hay } \frac{-7}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}.$$

Câu 8. Chọn đáp án B

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } \cos x - \cos 3x = 2\sin 2x \sin x \neq 0 \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}.$$

Câu 9. Chọn đáp án A

$$\text{Ta có } y = \frac{1 + 4\cos^2 x}{3} \leq \frac{1 + 4}{3} \text{ dấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow 1 - \cos^2 x = \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi.$$

Câu 10. Chọn đáp án B

$$\text{Ta có: PT } \Leftrightarrow \sin^2 x - 4\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 5(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$\Leftrightarrow 4\sin^2 x + 4\sin x \cos x + \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow (2\sin x + \cos x)^2 = 0 \Leftrightarrow 2\sin x + \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin x = -\cos x \Leftrightarrow \tan x = -\frac{1}{2}$$

Câu 11. Chọn đáp án A

$$\text{Giả sử } \frac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4} = m \Leftrightarrow \cos x + 2\sin x + 3 = 2m\cos x - m\sin x + 4m$$

$$\Leftrightarrow (m + 2)\sin x + (1 - 2m)\cos x = 4m - 3 \quad (1)$$

$$\text{PT (1) có nghiệm } \Leftrightarrow (m + 2)^2 + (1 - 2m)^2 \geq (4m - 3)^2 \Leftrightarrow 11m^2 - 24m + 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{11} \leq m \leq 2 \text{ suy ra GTLN của hàm số là 2.}$$

Câu 12. Chọn đáp án B

$$\text{Ta có: } y = \cos x + \cos x \cos \frac{\pi}{3} + \sin x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{3}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$$

$$\text{Khi đó } |y| \leq \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{3} \text{ suy ra } -\sqrt{3} \leq y \leq \sqrt{3}.$$

Câu 13. Chọn đáp án C

$$\text{Ta có: PT } \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}.$$

Câu 14. Chọn đáp án D

Đễ thấy với $\cos x = 0$ không là nghiệm của phương trình đầu.

$$\text{Với } \cos x \neq 0, \text{ chia 2 vế cho } \cos^2 x, \text{ ta có: } \tan^2 x - 4 \tan x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \cot x = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Câu 15. Chọn đáp án A

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1 = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}.$$

Câu 16. Chọn đáp án C

Giả sử $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ không là nghiệm của phương trình.

Với $\sin x \neq 0$, nhân 2 vế cho $\sin x$, ta có: $16 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x \cdot \cos 8x = \sin x$

$$\Leftrightarrow \sin x = 8 \sin 2x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x \cdot \cos 8x = 4 \sin 4x \cdot \cos 4x \cdot \cos 8x = 2 \sin 8x \cdot \cos 8x = \sin 16x.$$

Câu 17. Chọn đáp án D

$$PT \Leftrightarrow (\sin 3x - \sin x) + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 2x \cdot \sin x + 2 \sin x \cdot \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin x (\cos 2x + \cos x) = 0 \Leftrightarrow \sin x (2 \cos^2 x + \cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 18. Chọn đáp án A

$$y = \sqrt{5 - 2 \cos^2 x \cdot \sin^2 x} = \sqrt{5 - 2 \cos^2 x \cdot (1 - \cos^2 x)} = \sqrt{2 \cos^4 x - 2 \cos^2 x + 5}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{2 \left(\cos^2 x - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{9}{2}} \geq \frac{3}{\sqrt{2}}. \text{ Dấu bằng khi } \cos^2 x = \frac{1}{2}.$$

Câu 19. Chọn đáp án A

$$PT \Leftrightarrow 2(1 - 2 \sin^2 x)^2 + 3 \sin^2 x = 2 \Leftrightarrow 8 \sin^4 x - 5 \sin^2 x = \sin^2 x (8 \sin^2 x - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin^2 x = \frac{5}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos 2x = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{1}{4}\right) + k\pi \end{cases}$$

Câu 20. Chọn đáp án B

$$\text{Vì } -2 \leq 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 2 \Rightarrow 5 \leq y \leq 9.$$

Câu 21. Chọn đáp án C

$$PT \Leftrightarrow \frac{1}{2} (\cos 8x + \cos 2x) = \frac{1}{2} (\cos 6x + \cos 2x) \Leftrightarrow \cos 8x = \cos 6x.$$

Câu 22. Chọn đáp án D

$$\text{Ta có: } (\sin x + \sin 3x) + \sin 2x = (\cos x + \cos 3x) + \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin 2x \cdot \cos x + \sin 2x = 2 \cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x \Leftrightarrow (\sin 2x - \cos 2x)(2 \cos x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = \cos 2x \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 23. Chọn đáp án A

$$\text{Ta có } y' = \cos x \rightarrow y' = \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = \sin x$.

Câu 24. Chọn đáp án C

$$\text{Ta có } P = \sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right), \text{ vì } 0 < \alpha < \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{4} < \alpha + \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow P > 0$$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{5}{4} = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha \Leftrightarrow \sin 2\alpha = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow P^2 = (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow P = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 25. Chọn đáp án A

$$\text{Ta có } y = \frac{\cot x + \tan x}{1 - \sin 2x} = \frac{1}{\sin x \cdot \cos x (1 - \sin 2x)} = \frac{2}{\sin 2x (1 - \sin 2x)}$$

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi } \begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ 1 - \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \neq k\pi \\ 2x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x \neq k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \text{ Vậy tập xác định của hàm số là } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 26. Chọn đáp án D

$$\text{Chu kỳ của hàm số } f(x) = \cos 3x \text{ là } T_1 = \frac{2\pi}{3}, \text{ chu kỳ của hàm số } g(x) = \sin \frac{2x}{5} \text{ là } T_2 = 5\pi.$$

$$\text{Vậy chu kỳ của hàm số } y = f(x) + g(x) \text{ là } T = BCNN \{T_1; T_2\} = BCNN \left\{ \frac{2\pi}{3}; 5\pi \right\} = 10\pi.$$

Câu 27. Chọn đáp án A

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi } \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{4} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}.$$

Câu 28. Chọn đáp án A

$$\text{Phương trình } \cos 2x + 2\cos x = 2\sin^2 \frac{x}{2} \Leftrightarrow \cos 2x + 2\cos x = 1 - \cos x$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - 1 + 2\cos x = 1 - \cos x \Leftrightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow (2\cos x - 1)(\cos x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 29. Chọn đáp án B

$$\text{Ta có } P = \cos(15\pi - x) + \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\cot\left(\frac{11\pi}{2} - x\right) = -\cos x + \cos x + \tan x \cdot \cot x = 1$$

Câu 30. Chọn đáp án C

$$\text{Phương trình } \sin x = -\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} - x + k2\pi \\ x = \pi - \left(\frac{\pi}{3} - x\right) + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \text{ Vậy họ nghiệm của phương trình là } S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 31. Chọn đáp án C

TH1. Với $\sin^4 x = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x = 0 \Rightarrow \cos^2 x = 1$. Khi đó, phương trình đã cho vô nghiệm.

TH2. Với $\sin^4 x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$. Khi đó $3\cos^4 x - 4\sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x = 0$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)^4 - 4 \cdot \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot \cot^4 x - 4 \cdot \cot^2 x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cot^2 x = 1 \\ \cot^2 x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$$

Câu 32. Chọn đáp án B

$$\text{Phương trình } \cos 2x - \cos x = \sqrt{3}(\sin 2x + \sin x) \Leftrightarrow \cos 2x - \sqrt{3} \cdot \sin 2x = \cos x + \sqrt{3} \cdot \sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} - 2x = x + \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{\pi}{6} - 2x = \pi - \left(x + \frac{\pi}{6}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{-2\pi}{3} - k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$