

II. CON LẮC LÒ XO

1. Lý thuyết

+ Con lắc lò xo gồm một lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ cứng k một đầu gắn cố định, đầu kia gắn với vật nặng kích thước không đáng kể, có khối lượng m .

+ Phương trình dao động: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$; với $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

+ Lực gây ra dao động điều hòa luôn luôn hướng về vị trí cân bằng gọi là lực kéo về hay lực phục hồi.

Lực kéo về có độ lớn tỉ lệ với độ lớn của li độ và là lực gây ra gia tốc cho vật dao động điều hòa, viết dưới dạng đại số: $F = -kx = -m\omega^2x$.

Lực kéo về của con lắc lò xo không phụ thuộc vào khối lượng của vật.

+ Lực đàn hồi có tác dụng đưa vật về vị trí lò xo không bị biến dạng. Với con lắc lò xo nằm ngang thì lực đàn hồi chính là lực kéo về.

+ Động năng: $W_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \varphi)$.

+ Thế năng (mốc ở vị trí cân bằng): $W_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi)$.

+ Cơ năng: $W = W_t + W_d = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \text{hằng số}$.

+ Cơ năng của con lắc tỉ lệ với bình phương của biên độ dao động.

+ Cơ năng của con lắc được bảo toàn nếu bỏ qua mọi ma sát.

+ $W_d = W_t$ khi $x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$; thời gian giữa 2 lần liên tiếp để $W_d = W_t$ là $\frac{T}{4}$.

+ Li độ, vận tốc, gia tốc, lực kéo về biến thiên điều hòa cùng tần số.

+ Thế năng, động năng của vật dao động điều hòa biến thiên tuần hoàn cùng tần số và tần số đó lớn gấp đôi tần số của li độ, vận tốc, gia tốc.

+ Khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên: $W_d \searrow$; $W_t \nearrow$.

+ Khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng: $W_d \nearrow$; $W_t \searrow$.

+ Tại vị trí cân bằng ($x = 0$): $W_t = 0$; $W_d = W_{d\max} = W$.

+ Tại vị trí biên ($x = \pm A$): $W_d = 0$; $W_t = W_{t\max} = W$.

2. Công thức

+ Phương trình dao động: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$.

+ Tần số góc, chu kỳ, tần số: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$.

+ Khi k không đổi, m thay đổi:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}}; \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m_2}}; T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}; T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}};$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_1}}; f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_2}}.$$

Khi $m = m_1 + m_2$ thì: $\frac{1}{\omega_t^2} = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2}$; $T_t^2 = T_1^2 + T_2^2$; $\frac{1}{f_t^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$.

Khi $m = m_1 - m_2$ ($m_1 > m_2$) thì: $\frac{1}{\omega_t^2} = \frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}$; $T_t^2 = T_1^2 - T_2^2$;

$$\frac{1}{f_t^2} = \frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2}$$

+ Thế năng: $W_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi)$.

+ Động năng: $W_d = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$.

+ Thế năng và động năng của vật dao động điều hòa biến thiên tuần hoàn với tần số góc $\omega' = 2\omega$; tần số $f' = 2f$; chu kì $T' = \frac{T}{2}$.

+ Cơ năng: $W = W_t + W_d = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$.

+ Tỉ số giữa động năng và thế năng: $\frac{W_d}{W_t} = \left(\frac{A}{x}\right)^2 - 1$.

+ Tỉ số giữa thế năng và cơ năng: $\frac{W_t}{W} = \left(\frac{x}{A}\right)^2$.

+ Tỉ số giữa động năng và cơ năng: $\frac{W_d}{W} = 1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2$.

+ Vị trí có $W_d = nW_t$: $x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$; $v = \pm \omega A \sqrt{\frac{n}{n+1}}$.

+ Vị trí có $W_t = nW_d$: $x = \pm A \sqrt{\frac{n}{n+1}}$; $v = \pm \frac{\omega A}{\sqrt{n+1}}$.

+ Lực đàn hồi của lò xo: $F = k(l - l_0) = k\Delta l$.

+ Con lắc lò xo treo thẳng đứng: $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$; $\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$.

Chiều dài cực đại của lò xo: $l_{\max} = l_0 + \Delta l_0 + A$.

Chiều dài cực tiểu của lò xo: $l_{\min} = l_0 + \Delta l_0 - A$.

Chiều dài lò xo ở li độ x:

$$l = l_0 + \Delta l_0 + x \text{ nếu chiều dương hướng xuống;}$$

$l = l_0 + \Delta l_0 - x$ nếu chiều dương hướng lên.

Lực đàn hồi cực đại: $F_{\max} = k(A + \Delta l_0)$.

Lực đàn hồi cực tiểu: $A \geq \Delta l_0$: $F_{\min} = 0$; $A < \Delta l_0$: $F_{\min} = k(\Delta l_0 - A)$.

Độ lớn của lực đàn hồi tại vị trí có li độ x :

$F_{\text{đh}} = k|\Delta l_0 + x|$ nếu chiều dương hướng xuống.

$F_{\text{đh}} = k|\Delta l_0 - x|$ nếu chiều dương hướng lên.

Thời gian lò xo nén, giãn:

- Nếu $A \leq \Delta l_0$ thì trong quá trình dao động lò xo luôn bị giãn.

- Nếu $A > \Delta l_0$ thì trong một chu kì thời gian bị nén là: $\Delta t_{\text{nén}} = \frac{2}{\omega} \cos^{-1}\left(\frac{\Delta l_0}{A}\right)$.

Trong 1 chu kì nếu:

- Thời gian lò xo bị giãn bằng 2 lần lò xo bị nén thì $\Delta l_0 = A - \frac{A}{2} = \frac{A}{2}$.

- Thời gian lò xo bị giãn bằng 3 lần lò xo bị nén thì $\Delta l_0 = A - \frac{A\sqrt{2}}{2} =$

$$\frac{A(2 - \sqrt{2})}{2}$$

- Thời gian lò xo bị giãn bằng 5 lần lò xo bị nén thì $\Delta l_0 = A - \frac{A\sqrt{3}}{2} =$

$$\frac{A(2 - \sqrt{3})}{2}$$

+ Lực tác dụng lên điểm treo lò xo là lực đàn hồi: $F = k|\Delta l_0 + x|$.

Con lắc lò xo nằm ngang: $\Delta l_0 = 0$;

Con lắc lò xo treo thẳng đứng: $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$;

Con lắc lò xo nằm trên mặt phẳng nghiêng góc α : $\Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k}$.

+ Hai lò xo ghép nối tiếp: $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$; ghép song song: $k = k_1 + k_2$.

+ Lò xo cắt thành nhiều đoạn: $k l = k_1 l_1 = k_2 l_2 = \dots = k_n l_n$.