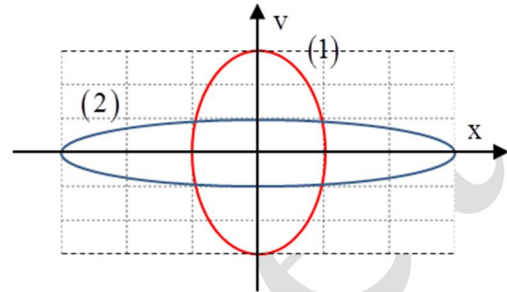


$$v_{tb} = \frac{S_{\varphi}}{t_{\varphi}} = \frac{4}{\frac{1}{3}} = 12 \text{ cm/s}$$

✓ **Đáp án B**

Câu 15:(Quốc gia – 2017) Cho hai vật dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song với trục Ox. Vị trí cân bằng của mỗi vật nằm trên đường thẳng vuông góc với trục Ox tại O. Trong hệ trục vuông góc xOv, đường (1) là đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa vận tốc và li độ của vật 1, đường (2) là đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa vận tốc và li độ của vật 2. Biết lực kéo về cực đại tác dụng lên vật trong quá trình dao động là bằng nhau. Tỉ số giữa khối lượng của vật 2 với khối lượng của vật 1 là



A. $\frac{1}{3}$

B. 3

C. 27

D. $\frac{1}{27}$

Lực kéo về cực đại trong hai trường hợp này là bằng nhau

$$\Rightarrow m_1 \omega_1^2 A_1 = m_2 \omega_2^2 A_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\omega_2^2 A_2}{\omega_1^2 A_1}$$

Mặc khác từ hình vẽ ta thấy $v_{1\max} = 3v_{2\max} \Leftrightarrow \omega_1 A_1 = 3\omega_2 A_2$ và $A_2 = 3A_1 \Rightarrow \omega_1 = 9\omega_2$

Vậy $\frac{m_2}{m_1} = 27$

✓ **Đáp án C**

II. ĐỒ THỊ LIÊN QUAN ĐẾN TỔNG HỢP HAI DAO ĐỘNG

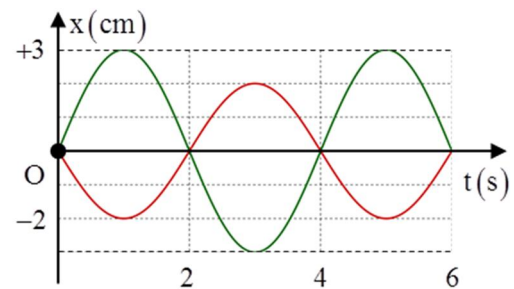
Bài tập mẫu 1: (Cẩm Lý – 2017) Đồ thị của hai dao động điều hòa cùng tần số được vẽ như sau. Phương trình dao động tổng hợp của chúng là

A. $x = 5 \cos \frac{\pi}{2} t$ cm.

B. $x = 5 \cos \left(\frac{\pi}{2} t + \pi \right)$ cm.

C. $x = \cos \left(\frac{\pi}{2} t - \pi \right)$ cm

D. $x = \cos \left(\frac{\pi}{2} t - \frac{\pi}{2} \right)$ cm



Hướng dẫn:

Từ đồ thị ta thu được phương trình dao động thành phần

+ Chuyển về số phức: **Mode** → 2

+ Nhập số liệu:

$$\begin{cases} x_1 = 3 \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm} \\ x_2 = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow x = x_1 + x_2$$

+ Phức hóa, dao động tổng hợp

$$x = x_1 + x_2 \Leftrightarrow \bar{x} = 3\angle -90 + 2\angle +90$$

Vậy phương trình dao động tổng hợp của vật là

$$x = \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \pi\right) \text{ cm}$$

✓ **Đáp án C**

$$3\angle -90 + 2\angle 90$$

+ Xuất kết quả: **Shift** → **2** → **3** → =

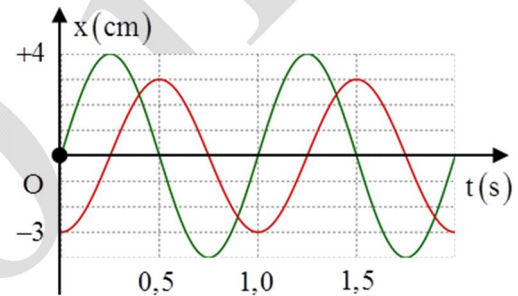
$$3\angle -90 + 2\angle 90 \rightarrow \angle \theta$$

$$1\angle -90$$

Bài tập mẫu 2: Hai vật tham gia đồng thời tham gia hai dao động cùng phương, cùng vị trí cân bằng với li độ được biểu diễn như hình vẽ.

Khoảng cách giữa hai vật tại thời điểm $t = 1,125\text{s}$ là :

- A. 0,86 cm. B. 1,41 cm.
C. 0,7 cm D. 4,95 cm



Hướng dẫn:

+ Từ đồ thị ta thu được phương trình dao động của hai vật

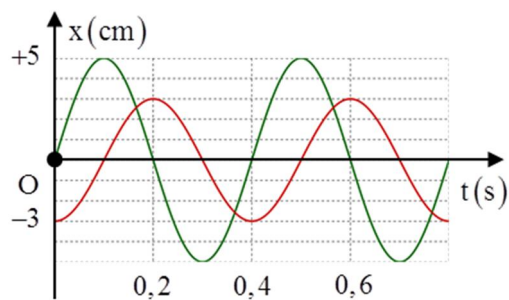
$$\begin{cases} x_1 = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \\ x_2 = 3 \cos(2\pi t + \pi) \end{cases} \Rightarrow d = |x_1 - x_2| = 5 \left| \cos(2\pi t - 0,3\pi) \right| \text{ cm} \xrightarrow{t=1,125\text{s}} d = 4,95 \text{ cm}$$

✓ **Đáp án D**

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1: Cho hai chất điểm dao động điều hòa trên hai đường thẳng song song với nhau và cùng song song với trục Ox. Vị trí cân bằng của hai chất điểm đều nằm trên một đường thẳng qua O và vuông góc với trục Ox. Đồ thị li độ - thời gian của hai chất điểm được biểu diễn như hình vẽ. Thời điểm đầu tiên hai chất điểm cách xa nhau nhất kể từ thời điểm ban đầu là

- A. 0,0756 s. B. 0,0656 s.
C. 0,0856 s. D. 0,0556 s.



Phương trình dao động của hai chất điểm

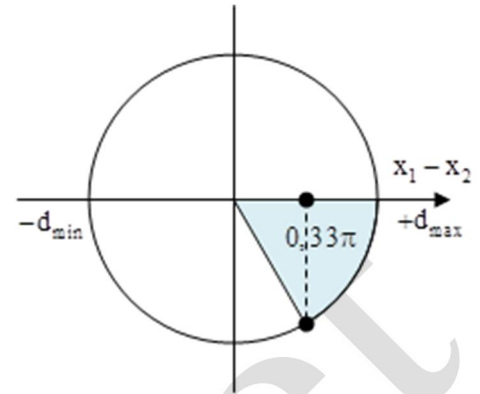
$$\begin{cases} x_1 = 5 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm} \\ x_2 = 3 \cos(5\pi t + \pi) \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow d = |x_1 - x_2| = \sqrt{34} |\cos(5\pi t - 0,33\pi)| \text{ cm}$$

+ Phương pháp đường tròn

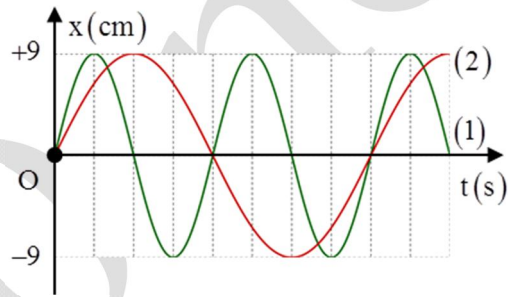
Từ hình vẽ, ta thấy rằng thời điểm đầu tiên hai vật cách xa nhau nhất ứng

$$\text{với } t = \frac{0,33\pi}{5\pi} = 0,066\text{s}$$

✓ **Đáp án B**



Câu 2: Đồ thị li độ - thời gian của hai chất điểm (1) và (2) được cho như hình vẽ. Biết gia tốc cực đại của chất điểm (1) là $16\pi^2 \text{ cm/s}^2$. Không kể thời điểm $t = 0$, thời điểm hai chất điểm có cùng li độ lần thứ 5 là:



- A. 4 s.
- B. 3,25 s.
- C. 3,75 s.
- D. 3,5 s.

Ta có $a_{1\max} = A_1 \omega_1^2 \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{a_{1\max}}{A_1}} = \frac{4\pi}{3} \text{ rad.s}^{-1}$

Từ đồ thị ta thấy $T_2 = 2T_1 \Rightarrow \omega_1 = 2\omega_2$

Phương trình dao động của hai chất điểm

$$\begin{cases} x_1 = 9 \cos\left(2\omega_2 t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm} \\ x_2 = 9 \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm} \end{cases}$$

+ Hai chất điểm có cùng li độ khi

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\omega_2 t - \frac{\pi}{2} = \omega_2 t - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ 2\omega_2 t - \frac{\pi}{2} = -\omega_2 t + \frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_2 t = 2k\pi \\ 3\omega_2 t = (2k+1)\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{2\pi}{\omega_2} k \\ t_2 = \frac{(2k+1)\pi}{3\omega_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 3k \\ t_2 = \frac{(2k+1)}{2} \end{cases}$$

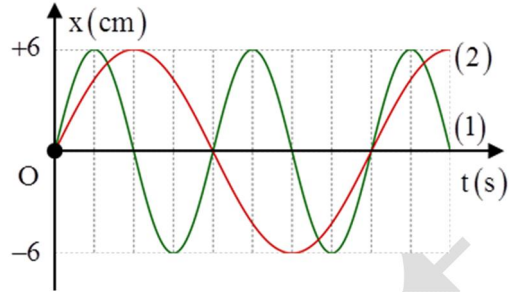
Ta có bảng

t_1	0	3	6	9	...
t_2	0,5	1,5	2,5	3,5

Từ bảng ta thấy, nếu không kể thời điểm $t = 0$, thời điểm hai vật có cùng li độ lần thứ 5 là $t = 3,5\text{s}$

✓ **Đáp án D**

Câu 3: (Quốc gia – 2015) Đồ thị li độ theo thời gian của chất điểm 1 (đường 1) và của chất điểm 2 (đường 2) như hình vẽ, tốc độ cực đại của chất điểm 2 là 4π cm/s. Không kể thời điểm $t = 0$, thời điểm hai chất điểm có cùng li độ lần thứ 5 là:



- A. 4 s. B. 3,25 s.
C. 3,75 s. D. 3,5 s.

Phương trình dao động của hai chất điểm :

$$x_1 = A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ và } x_2 = A \cos\left(\frac{\omega}{2}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Mặt khác $v_{2\max} = \frac{\omega}{2}A \Rightarrow \omega = \frac{4}{3}\pi$ rad/s

Hai chất điểm này gặp nhau

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \cos\left(\frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ \frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} = -\frac{2\pi}{3}t + \frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases}$$

+ Với nghiệm thứ nhất $\Rightarrow t_1 = 3k$

+ Với nghiệm thứ hai $\Rightarrow t_2 = k + \frac{1}{2}$

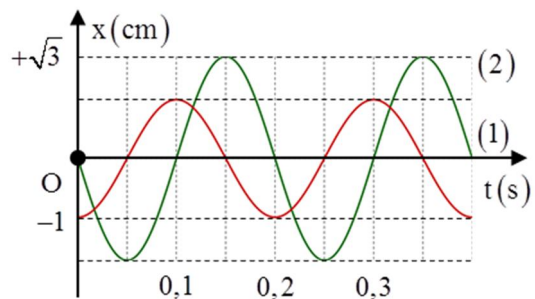
Các thời điểm gặp nhau

t_1	0	3	6	9	...
t_2	0,5	1,5	2,5	3,5

\Rightarrow lần gặp thứ 5 ứng với $t = 3,5$ s

✓ **Đáp án D**

Câu 4: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, có đồ thị li độ - thời gian được cho như hình vẽ. Phương trình dao động tổng hợp của vật là



A. $x = 2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm .

B. $x = 2 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$ cm .

C. $x = 2 \cos\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right)$ cm .

D. $x = 2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$ cm .

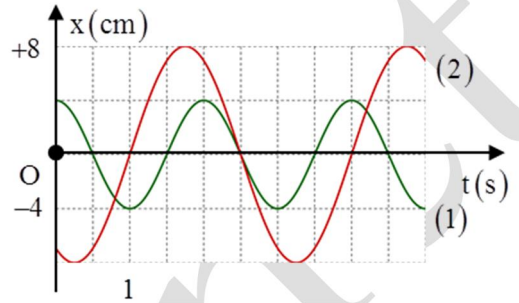
Phương trình dao động của hai vật

$$\begin{cases} x_1 = \sqrt{3} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \text{cm} \\ x_2 = 1 \cos(\omega t + \pi) \text{cm} \end{cases} \Rightarrow x = x_1 + x_2 = 2 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{cm}$$

✓ **Đáp án B**

Câu 5: Hai chất điểm dao động điều hòa có đồ thị biểu diễn li độ theo thời gian như hình vẽ. Tại thời điểm $t = 0$, chất điểm (1) đang ở vị trí biên. Khoảng cách giữa hai chất điểm tại thời điểm $t = 6,9\text{s}$ xấp xỉ bằng

- A. 2,14cm . B. 3,16cm .
C. 4,39cm . D. 6,23cm .



+ Từ đồ thị ta thấy $\begin{cases} T_1 = 2\text{s} \\ T_2 = 3\text{s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \pi \text{rad.s}^{-1} \\ \omega = \frac{2\pi}{3} \text{rad.s}^{-1} \end{cases}$

Phương trình li độ tương ứng của hai dao động

$$\begin{cases} x_1 = 4 \cos(\pi t) \text{cm} \\ x_2 = 8 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t + \varphi\right) \text{cm} \end{cases}$$

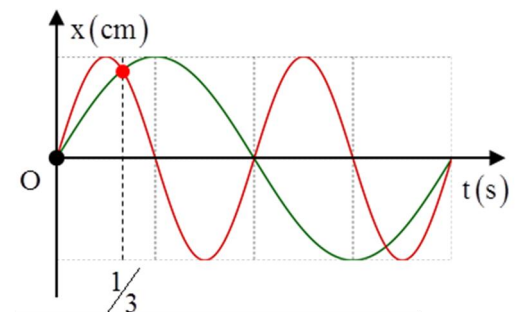
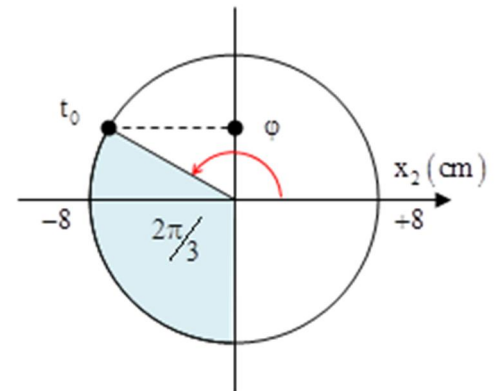
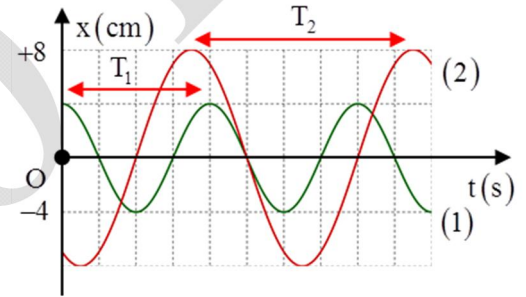
+ Tại thời điểm $t = 0,1\text{s}$, vật (2) đang đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương, tại thời điểm ban đầu (ứng với lồi một góc $\omega_2 t = \frac{2\pi}{3}$) ta có thể xác định được pha ban đầu của x_2 là $\varphi = \frac{5\pi}{6}$

+ Khoảng cách giữa hai vật

$$d = |x_1 - x_2| \xrightarrow{t=6,9\text{s}} d \approx 2,14\text{cm}$$

✓ **Đáp án A**

Câu 6: Hai chất điểm dao động điều hòa cùng biên độ có đồ thị biểu diễn li độ theo thời gian như hình vẽ. Tại thời điểm $t = 0$, hai chất điểm có cùng li độ lần đầu tiên. Tại thời điểm $t = \frac{1}{3}\text{s}$, hai chất điểm có cùng li độ lần thứ hai. Thời điểm hai chất điểm có cùng li độ nhưng chuyển động cùng chiều nhau lần thứ hai là

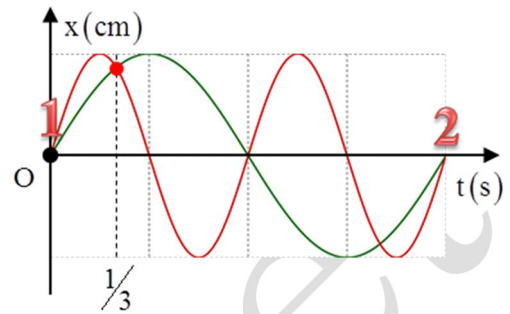


- A. 1,5s. B. 2s .
C. 2,5s. D. 4s .

+ Vị trí hai vật có cùng li độ, cùng chiều nhau lần thứ nhất và lần thứ hai được đánh dấu như trên hình vẽ.

+ Phương trình li độ của hai chất điểm

$$\begin{cases} x_1 = A\cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) \\ x_2 = A\cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \xrightarrow{\omega_2 = \frac{\omega_1}{2}} \begin{cases} x_1 = A\cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) \\ x_2 = A\cos\left(\frac{\omega_1}{2} t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$



+ Thời điểm hai chất điểm có cùng li độ

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \omega_1 t - \frac{\pi}{2} = \frac{\omega_1}{2} t - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ \omega_1 t - \frac{\pi}{2} = -\frac{\omega_1}{2} t + \frac{\pi}{2} + 2k'\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{4k\pi}{\omega_1} \\ t = \frac{2\pi}{3\omega_1} + \frac{4k'\pi}{3\omega_1} \end{cases}$$

+ Thời điểm hai chất điểm có cùng li độ lần thứ hai ứng với $k' = 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi}{3\omega_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \omega_1 = 2\pi \text{ rad/s}$

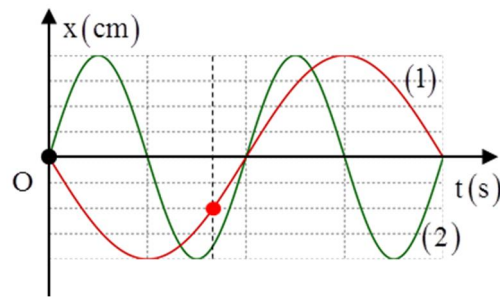
+ Từ hình vẽ ta thấy $t_2 = 2T_1 = 2s$

✓ **Đáp án B**

Câu 7: Hai vật nhỏ (1) và (2) dao động điều hòa với cùng góc tọa độ, hai vật nhỏ có khối lượng lần lượt là m và 2m. Đồ thị biểu diễn li độ của hai vật theo thời gian được cho bởi hình vẽ. Tại thời điểm

t_0 , tỉ số động năng $\frac{W_{d1}}{W_{d2}}$ của vật (1) và vật (2) là

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{3}{4}$.
C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.



Từ hình vẽ, ta có $T_1 = 2T_2 \Rightarrow \omega_1 = 2\omega_2$

Thời điểm t_0 vật (1) đi qua vị trí có li độ $x = -\frac{A}{2}$ theo chiều dương kể từ thời điểm ban đầu

+ Khoảng thời gian tương ứng

$$\Delta t = \frac{\Delta \varphi}{\omega_1} = \frac{5\pi}{6\omega_1}$$

+ Cũng trong khoảng thời gian này vật (2) chuyển đến vị trí mới với góc

$$\text{quét tương ứng } \varphi = \omega_2 \Delta t = \frac{5\pi}{3}$$

$$\text{Vậy } x_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$$

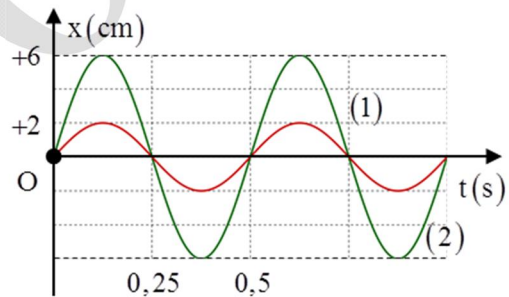
Ta có tỉ số

$$\frac{W_{d_1}}{W_{d_2}} = \frac{\frac{1}{2}m_1\omega_1^2\left(A^2 - \frac{A^2}{2^2}\right)}{\frac{1}{2}m_2\omega_2^2\left(A^2 - \frac{(\sqrt{3}A)^2}{2^2}\right)} = \frac{3}{8}$$

✓ **Đáp án A**

Câu 8: Hai con lắc lò xo giống nhau có cùng khối lượng vật nặng m và cùng độ cứng lò xo k. Hai con lắc dao động trên hai đường thẳng song song, có vị trí cân bằng ở cùng góc tọa độ. Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng, đồ thị li độ - thời gian của hai dao động được cho như hình vẽ. Ở thời điểm t, con lắc thứ nhất có động năng 0,06 J và con lắc thứ hai có thế năng $4 \cdot 10^{-3}$ J. Khối lượng m là

- A. $\frac{1}{3}$ kg .. B. 3kg .
C. 2kg. D. $\frac{2}{9}$ kg .



Ta thấy rằng dao động của hai con lắc là cùng pha nhau, do vậy ta luôn có tỉ số

$$\frac{x_1}{A_1} = \frac{x_2}{A_2} \Leftrightarrow \left(\frac{x_1}{A_1}\right)^2 = \left(\frac{x_2}{A_2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{W_{t_1}}{\frac{1}{2}kA_1^2} = \frac{W_{t_2}}{\frac{1}{2}kA_2^2} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}kA_1^2 - 0,06}{\frac{1}{2}kA_1^2} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{\frac{1}{2}kA_2^2}$$

+ Với $A_1 = 6\text{cm}$ và $A_2 = 2\text{cm}$, thay vào biểu thức trên ta được

$$\frac{1,8 \cdot 10^{-3}k - 0,06}{1,8 \cdot 10^{-3}k} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-4}k} \Rightarrow k = \frac{160}{3} \text{ N.m}^{-1}$$