

KIỂM TRA CHƯƠNG Dãy số và Cấp số

Câu 1: Dãy số nào sau đây là tăng

A. $u_n = (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{n}$ B. $u_n = \frac{2n+3}{3n+2}$ C. $u_n = \frac{1}{n+\sqrt{n+1}}$ D. $u_n = (-1)^{2n} (3^n + 1)$

Câu 2: Cho dãy số $u_n = \frac{2n}{n^2+1}$. Số $\frac{9}{41}$ là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 10 B. 9 C. 8 D. 11

Câu 3: Cho dãy số $u_n = \frac{1+n}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 8 B. 6 C. 5 D. 7

Câu 4: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy số trên là?

A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$ B. $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$
 C. $u_n = 5 + \frac{n(n+1)n}{2}$ D. $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)n}{2}$

Câu 5: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy số trên là?

A. $u_n = 1+n$ B. $u_n = 1-n$ C. $u_n = 1+(-1)^{2n}$ D. $u_n = n$

Câu 6: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy số trên là?

A. $u_n = 1 + \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$ B. $u_n = 1 + \frac{(n-1)n(2n+2)}{6}$
 C. $u_n = 1 + \frac{(n-1)n(2n-1)}{6}$ D. Tất cả đều sai

Câu 7: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy số trên là?

A. $u_n = \frac{-n+1}{n}$ B. $u_n = \frac{n+1}{n}$ C. $u_n = -\frac{n+1}{n}$ D. $u_n = -\frac{n}{n+1}$

Câu 8: Cho tổng $S(n) = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$. Khi đó công thức của $S(n)$ là

A. $S(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

B. $S(n) = \frac{n+1}{2}$

C. $S(n) = \frac{n(n-1)(2n+1)}{6}$

D. $S(n) = \frac{n^2(2n+1)}{6}$

Câu 9: Cho dãy số xác định với công thức truy hồi: $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm công thức tính số hạng tổng quát u_n của dãy số

A. $u_n = \frac{3}{2^n}$

B. $u_n = \frac{3}{2^{n-1}}$

C. $u_n = \frac{3}{2^n - 1}$

D. $u_n = \frac{3}{2^n + 1}$

Câu 10: Một tam giác có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một số cộng. Độ dài các cạnh tam giác đó là:

A. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$

B. $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$

C. $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$

D. $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$

Câu 11: Cho dãy số xác định với công thức truy hồi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}^*$. Hỏi 33 là số hạng thứ mấy?

A. u_{15}

B. u_{17}

C. u_{14}

D. u_{16}

Câu 12: Xét dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \sqrt{n+3} - \sqrt{n}$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Dãy (u_n) là dãy số giảm

B. Dãy (u_n) là dãy số tăng

C. Dãy (u_n) là dãy số bị chặn

D. Dãy (u_n) là dãy số không tăng, không giảm

Câu 13: Dãy số nào sau đây là dãy số bị chặn dưới?

A. $u_n = \sqrt{n} + \frac{3}{\sqrt{n}}$

B. $u_n = n^3 - 7n$

C. $u_n = n^3 - 7n + 9$

D. $u_n = 3n^3 - 4n + 9$

Câu 14: Dãy số nào sau đây là dãy số bị chặn trên?

A. $u_n = \sqrt{8-n} + \sqrt{n+4}$

B. $u_n = \sqrt{3-n}$

C. $u_n = \sqrt{13-n}$

D. $u_n = \sqrt{7n+4}$

Câu 15: Dãy số nào sau đây là dãy số bị chặn?

A. $u_n = \sqrt{n+10}$

B. $u_n = \sqrt{5n+10}$

C. $u_n = \sqrt{n+10} + \sqrt{20-n}$

D. $u_n = \sqrt{5n-6}$

Câu 16: Số $\frac{6}{27}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy $u_n = \frac{n+4}{14n-1}$

A. 2

B. 3

C. 1

D. 4

Câu 17: Số 1 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy $u_n = \frac{4n+9}{2n+11}$?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 18: Dãy số nào sau đây là dãy số bị chặn dưới?

A. $u_n = \sqrt{n^2 - 2n + 10}$

B. $u_n = n^3 - 2n + 10$

C. $u_n = 7n^3 - 2n + 10$

D. $u_n = 7n^5 + n^3 - 2n + 1$

Câu 19: Tìm chặn trên của dãy số $u_n = \frac{3n+1}{n+4}$

A. 3

B. 4

C. 1

D. 2

Câu 20: Tìm chặn dưới của dãy số $u_n = \frac{6n+17}{n+2}$

A. 6

B. 5

C. 16

D. 17

Câu 21: Tìm chặn dưới của dãy số $u_n = n^4 - 4n + 3$

A. 1

B. 0

C. -1

D. 2

Câu 22: Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 31 \\ u_1 + u_3 = 26 \end{cases}$. Giá trị u_1 và q là:

A. $u_1 = 2; q = 5$ hoặc $u_1 = 25; q = \frac{1}{5}$

B. $u_1 = 5; q = 1$ hoặc $u_1 = 25; q = \frac{1}{5}$

C. $u_1 = 25; q = 5$ hoặc $u_1 = 1; q = \frac{1}{5}$

D. $u_1 = 1; q = 5$ hoặc $u_1 = 25; q = \frac{1}{5}$

Câu 23: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Giá trị u_1 và d là

A. $u_1 = 3; d = 2$

B. $u_1 = 2; d = 2$

C. $u_1 = 2; d = 4$

D. $u_1 = 2; d = 3$

Câu 24: Các giá trị của x để $1 + \sin x; \sin^2 x; 1 + \sin 3x$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

Câu 25: Ba số $\frac{2}{b-a}; \frac{1}{b}; \frac{2}{b-c}$ (với $b \neq 0; b \neq a; b \neq c$) theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

Khi đó:

A. Ba số a, b, c lập thành cấp số cộng

B. Ba số b, a, c lập thành cấp số nhân

C. Ba số b, a, c lập thành cấp số cộng

D. Ba số a, b, c lập thành cấp số nhân

Câu 26: Cho dãy số (u_n) xác định bởi hệ thức $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát u_n

là:

A. $u_n = \frac{3}{2^{n-1}}$

B. $u_n = \frac{3}{2^n + 1}$

C. $u_n = \frac{3}{2^n}$

D. $u_n = \frac{3}{2^n - 1}$

Câu 27: Cho dãy số (u_n) xác định bởi hệ thức $\begin{cases} u_1 = 11 \\ u_{n+1} = 10u_n + 1 - 9_n \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n

được biểu diễn dưới dạng $u_n = a^n + b.n + c$. Giá trị biểu thức $a.b - c$ là:

A. 10

B. 12

C. -12

D. -10

Câu 28: Tổng $S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1)n}$ là:

A. $S = \frac{n-1}{n}$

B. $S = \frac{n+1}{n}$

C. $\frac{n}{n+1}$

D. $S = \frac{n-1}{n+1}$

Câu 29: Tổng $S = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots99}_{n \text{ số } 9}$ là

A. $S = \frac{1}{9}(10^n - 1) - n$ B. $S = \frac{10}{9}(10^n - 1) - n$ C. $S = \frac{10}{9}(10^{n-1} - 1) - n$ D. $S = \frac{10}{9}(10^n - 1) - n$

Đáp án

1-D	2-B	3-D	4-B	5-B	6-C	7-C	8-A	9-B	10-C
11-B	12-A	13-A	14-A	15-C	16-A	17-A	18-A	19-A	20-A
21-B	22-D	23-C	24-D	25-D	26-A	27-A	28-A	29-D	

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D

Dựa vào đáp án, ta có các nhận xét sau:

+ Dãy số có chứa $(-1)^{n+1}$ là dãy số không tăng, không giảm

$$+ u_n = \frac{2n+3}{3n+2} \Rightarrow u_{n+1} = \frac{2n+5}{3n+5} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{2n+5}{3n+5} - \frac{2n+3}{3n+2} = \frac{-5}{(3n+5)(3n+2)} < 0 \Rightarrow u_n \text{ là dãy}$$

số giảm

$$+ u_n = \frac{1}{n+\sqrt{n+1}} \Rightarrow u_{n+1} = \frac{1}{n+1+\sqrt{n+2}} \Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+\sqrt{n+1}}{n+1+\sqrt{n+2}} < 1 \Rightarrow u_n \text{ là dãy số giảm}$$

$$+ u_n = (-1)^{2n} (3^n + 1) = 3^n + 1 \Rightarrow u_{n+1} = 3^{n+1} + 1 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3^{n+1} - 3^n = 2 \cdot 3^n > 0 \Rightarrow u_n \text{ là dãy số}$$

tăng

Câu 2: Đáp án B

$$\text{Ta có } u_n = \frac{2n}{n^2+1} = \frac{9}{41} \Leftrightarrow 9n^2 - 82n + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 \\ n = \frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow \frac{9}{41} \text{ là số hạng thứ 9}$$

Câu 3: Đáp án D

$$\text{Ta có } u_n = \frac{1+n}{2n+1} = \frac{8}{15} \Leftrightarrow 15n+15 = 16n+8 \Leftrightarrow n = 7 \Rightarrow \frac{8}{15} \text{ là số hạng thứ 7}$$

Câu 4: Đáp án B

Từ hệ thức truy hồi ta có $u_n = u_{n-1} + n - 1$, $u_{n-1} = u_{n-2} + n - 2$, $u_{n-2} = u_{n-3} + n - 3, \dots$

$$\text{Khi đó } u_n = u_1 + n \cdot n - (1 + 2 + 3 + \dots + n) = u_1 + n^2 - \frac{n(n+1)}{2} = u_1 + \frac{n(n-1)}{2} = 5 + \frac{n(n-1)}{2}$$

Câu 5: Đáp án B

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases} \Rightarrow u_2 = u_1 + 1 = 2 \Rightarrow u_3 = u_2 + 1 = 3 \Rightarrow \dots \Rightarrow u_n = n$$

Câu 6: Đáp án C

Từ hệ thức truy hồi ta có $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases} \Rightarrow u_2 = u_1 + 1^2; u_3 = u_2 + 2^2 = u_1 + 1^2 + 2^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_4 = u_3 + 3^2 = u_1 + 1^2 + 2^2 + 3^2 \\ u_n = u_1 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + (n-1)^2 \end{cases} \Rightarrow u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - n^2$$

$$\Rightarrow u_n = 1 + \frac{n[(n+1)(2n+1) - 6n]}{6} = 1 + \frac{n(2n^2 - 3n + 1)}{6} = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$$

Câu 7: Đáp án C

Ta có

$$\begin{cases} u_{13} = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases} \Rightarrow u_2 = -2 - \frac{1}{u_1} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} = -\frac{2+1}{2} \Rightarrow u_3 = -2 - \frac{1}{u_2} = -2 + \frac{2}{3} = -\frac{4}{3} = -\frac{3+1}{3}$$

$$\Rightarrow u_4 = -2 - \frac{1}{u_3} = -2 + \frac{3}{4} = -\frac{5}{4} = -\frac{4+1}{4} \Rightarrow \dots \Rightarrow u_{n-1} = -\frac{n-1+1}{n-1} \Rightarrow u_n = -\frac{n+1}{n}$$

Câu 8: Đáp án A

Cách 1: Ta có $S(n) = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = 1 \cdot (2-1) + 2 \cdot (3-1) + 3 \cdot (4-1) + \dots + n \cdot (n+1-1)$

$$\Rightarrow S(n) = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n+1) - (1+2+3+4+\dots+n)$$

Ta xét

$$T = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n+1) \Leftrightarrow 3T = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 3 + 3 \cdot 4 \cdot 3 + \dots + n \cdot (n+1) \cdot [(n+2) - (n+1)]$$

$$= 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot (4-1) + 3 \cdot 4 \cdot (5-2) + \dots + n \cdot (n+1) \cdot [(n+2) - (n+1)] = n \cdot (n+1) \cdot (n+2)$$

$$3T = n \cdot (n+1) \cdot (n+2) \Leftrightarrow T = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{3} \text{ và } 1+2+3+4+\dots+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

$$\text{Khi đó } S(n) = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{3} - \frac{n \cdot (n+1)}{2} = n \cdot (n+1) \left(\frac{n+2}{3} - \frac{1}{2} \right) = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$

Cách 2: Xét hằng đẳng thức $(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

Ta có

$$\begin{cases} 2^3 = (1+1)^3 = 1^3 + 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 1 \\ 3^3 = (2+1)^3 = 2^3 + 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 1 \\ (n+1)^3 = (n+1)^3 = n^3 + 3 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 1 \end{cases} \Rightarrow (n+1)^3 = 1^3 + 3(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) + 3(1+2+\dots+n) + n$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot S(n) = (n+1)^3 - 3(1+2+\dots+n) - (n+1) = (n+1)^3 - \frac{3n(n+1)}{2} - (n+1) = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$

Câu 9: Đáp án B

Đặt $v_{n+1} = u_{n+1} + \alpha$ sao cho $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n \Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} + \alpha = \frac{1}{2}u_n + \alpha = \frac{1}{2}v_n = \frac{1}{2}(u_n + \alpha) \Rightarrow \alpha = 0$

Như vậy v_n là một cấp số nhân, có $v_1 = u_1 = 3 \Rightarrow v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \frac{3}{2^{n-1}} \Rightarrow u_n = v_n = \frac{3}{2^{n-1}}$

Câu 10: Đáp án C

Giả sử các cạnh của tam giác là $a < b < c$ lập thành CSC

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a+c=2b \\ a+b+c=3 \\ a^2+b^2=c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=2 \\ b=1 \\ a^2+1=(2-a)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=2 \\ b=1 \\ a=\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow c=\frac{5}{4}$$

Câu 11: Đáp án B

Ta có $\begin{cases} u_1=1 \\ u_{n+1}=u_n+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1=1 \\ u_n=u_{n-1}+2 \end{cases} \Rightarrow u_n$ là cấp số cộng với công sai $d=2$

Khi đó $u_n = u_1 + (n-1)d = 33 \Leftrightarrow 1 + 2(n-1) = 33 \Leftrightarrow 2n = 34 \Leftrightarrow n = 17 \Rightarrow u_{17} = 33$

Câu 12: Đáp án A

Ta có $u_n = \sqrt{n+3} - \sqrt{n} \Rightarrow u_{n+1} = \sqrt{n+4} - \sqrt{n+1} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = \sqrt{n+4} - \sqrt{n+1} - (\sqrt{n+3} - \sqrt{n})$

$$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = \sqrt{n+4} - \sqrt{n+3} + \sqrt{n} - \sqrt{n+1} = \frac{1}{\sqrt{n+4} + \sqrt{n+3}} - \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$$

$$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{(\sqrt{n} - \sqrt{n+4}) + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n+3})}{(\sqrt{n+4} + \sqrt{n+3})(\sqrt{n} + \sqrt{n+1})} < 0 \Rightarrow u_{n+1} - u_n < 0 \Rightarrow u_n \text{ là dãy số giảm}$$

Câu 13: Đáp án A

Ta có $u_n = \sqrt{n} + \frac{3}{\sqrt{n}} \geq 2\sqrt{\sqrt{n} \cdot \frac{3}{\sqrt{n}}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow u_n \geq 2\sqrt{3} \Rightarrow u_n$ bị chặn dưới bởi $2\sqrt{3}$

Câu 14: Đáp án A

$$(u_n)^2 = (\sqrt{8-n} + \sqrt{n+4})^2 \leq (1^2 + 1^2)(8-n+n+4) = 24 \Rightarrow u_n \leq 2\sqrt{6} \Rightarrow u_n \text{ bị chặn trên}$$

Câu 15: Đáp án C

Ta có $(u_n)^2 = (\sqrt{n+10} + \sqrt{20-n})^2 \leq (1^2 + 1^2)(n+10+20-n) = 60 \Rightarrow u_n \in [-2\sqrt{15}; 2\sqrt{15}] \Rightarrow u_n$

là dãy số bị chặn

Câu 16: Đáp án A

Ta có $\frac{n+4}{14n-1} = \frac{6}{27} \Leftrightarrow 27(n+4) = 6(14n-1) \Leftrightarrow 57n = 114 \Leftrightarrow n = 2$

Câu 17: Đáp án A

Ta có $\frac{4n+9}{2n+11} = 1 \Leftrightarrow 2n = 2 \Leftrightarrow n = 1$. Như vậy số 1 là số hạng thứ nhất của dãy

Câu 18: Đáp án A

Ta có $u_n = \sqrt{n^2 - 2n + 10} = \sqrt{(n-1)^2 + 9} \geq 3$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow n = 1$

Do vậy dãy số $u_n = \sqrt{n^2 - 2n + 10}$ bị chặn dưới bởi số 3

Câu 19: Đáp án A

Ta có $u_n = \frac{3n+12-11}{n+4} = 3 - \frac{11}{n+4} < 3$. Do đó dãy số bị chặn trên bởi số 3

Câu 20: Đáp án A

Ta có $u_n = \frac{6(n+2)+5}{n+2} = 6 + \frac{5}{n+1} > 6$. Do đó dãy số bị chặn dưới bởi số 6

Câu 21: Đáp án B

Ta có $u_n = n^4 - 4n + 3 = (n-1)(n^3 + n^2 + n - 3)$

Mặt khác do $n \geq 1$ nên $u_n = (n-1)(n^3 + n^2 + n - 3) \geq 0$. Do vậy dãy số bị chặn dưới bởi số 0

Câu 22: Đáp án D

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 31 \\ u_1 + u_3 = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 5 \\ u_1 + u_3 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} qu_1 = 5 \\ u_1 + q^2 u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} qu_1 = 5 \\ u_1 + 5q = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{5}{q} \\ \frac{5}{q} + 5q = 26 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{5}; u_1 = 25 \\ q = 5; u_1 = 1 \end{cases}$$

Câu 23: Đáp án C

Ta có $4S_n = S_{2n} \Rightarrow 4 \frac{u_1 + u_n}{2} n = \frac{u_1 + u_{2n}}{2} \cdot 2n \Leftrightarrow 2(u_1 + u_n) = u_1 + u_{2n} \Leftrightarrow u_1 + 2u_n = u_{2n}$

$\Leftrightarrow u_1 + 2[u_1 + (n-1)d] = u_1 + (2n-1)d \Leftrightarrow 2u_1 = d$

Mặt khác $u_5 = 18 = u_1 + 4d \Rightarrow \begin{cases} 2u_1 = d \\ u_1 + 4d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 4 \\ u_1 = 2 \end{cases}$

Câu 24: Đáp án D

Đề 3 số $1 + \sin x$; $\sin^2 x$; $1 + \sin 3x$ theo thứ tự là CSC thì $1 + \sin x + 1 + \sin 3x = 2 \sin^2 x$

$$\Leftrightarrow 2 + \sin x + \sin 3x = 2 \sin^2 x \Leftrightarrow 2(1 + \sin^2 x) + 2 \sin 2x \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x + \sin 2x \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x (1 + 2 \sin x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

Câu 25: Đáp án D

Do 3 số $\frac{2}{b-a}$; $\frac{1}{b}$; $\frac{2}{b-c}$ lập thành CSC nên $\frac{2}{b} = \frac{2}{b-a} + \frac{2}{b-c} \Leftrightarrow \frac{1}{b} = \frac{2b-a-c}{(b-a)(b-c)}$

$\Leftrightarrow b^2 - ab - bc + ac = 2b^2 - ab - bc \Leftrightarrow b^2 = ac$. Do vậy 3 số a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số nhân

Câu 26: Đáp án A

$$u_n = \frac{1}{2^1} u_{n-1} = \frac{1}{2^2} u_{n-2} = \dots = \frac{1}{2^{n-1}} u_{n-(n-1)} = \frac{1}{2^{n-1}} u_1 = \frac{3}{2^{n-1}}$$

Câu 27: Đáp án A

$$u_n = a^n + b.n + c \Rightarrow u_{n+1} = a^{n+1} + b(n+1) + c; u_1 = a + b + c$$

Mặt khác $\begin{cases} u_1 = 11 \\ u_{n+1} = 10u_n + 1 - 9n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 11 \\ a^{n+1} + bn + b + c = 10(a^n + bn + c) + 1 - 9n \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 11 \\ (a-10)a^n + (9-9b)n + b - 9c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 11 \\ a = 10; b = 1; b - 9c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 1; c = 0 \end{cases} \Rightarrow ab - c = 10$$

Câu 28: Đáp án A

Ta có $\frac{1}{(n-1)n} = \frac{n-(n-1)}{(n-1)n} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}$

Do đó $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}$

Câu 29: Đáp án D

Ta có $S = 10 + 100 + 1000 + \dots + \underbrace{100\dots00}_{n \text{ số } 0} - n = \frac{1-10^n}{1-10} \cdot 10 - n = \frac{10}{9}(10^n - 1) - n$