Câu 9: Đáp án B

Đặt $v_{n+1}=u_{n+1}+\alpha$ sao cho $v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n \Rightarrow v_{n+1}=u_{n+1}+\alpha=\frac{1}{2}u_n+\alpha=\frac{1}{2}v_n=\frac{1}{2}(u_n+\alpha)\Rightarrow \alpha=0$

Như vậy v_n là một cấp số nhân, có $v_1=u_1=3\Rightarrow v_n=v_1.q^{n-1}=\frac{3}{2^{n-1}}\Rightarrow u_n=v_n=\frac{3}{2^{n-1}}$

Câu 10: Đáp án C

Giả sử các cạnh của tam giác là $a<b<c$ lập thành CSC

Khi đó $\begin{cases} a+c=2b \\ a+b+c=3 \\ a^2+b^2=c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=2 \\ b=1 \\ a^2+1=(2-a)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=2 \\ b=1 \\ a=\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow c=\frac{5}{4}$

Câu 11: Đáp án B

Ta có $\begin{cases} u_1=1 \\ u_{n+1}=u_n+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1=1 \\ u_n=u_{n-1}+2 \end{cases} \Rightarrow u_n$ là cấp số cộng với công sai $d=2$

Khi đó $u_n=u_1+(n-1)d=33\Leftrightarrow 1+2(n-1)=33\Leftrightarrow 2n=34\Leftrightarrow n=17\Rightarrow u_{17}=33$

Câu 12: Đáp án A

Ta có $u_n=\sqrt{n+3}-\sqrt{n}\Rightarrow u_{n+1}=\sqrt{n+4}-\sqrt{n+1}\Rightarrow u_{n+1}-u_n=\sqrt{n+4}-\sqrt{n-1}-\left(\sqrt{n+3}\right)-\sqrt{n}$

$\Rightarrow u_{n+1}-u_n=\sqrt{n+4}-\sqrt{n+3}+\sqrt{n}-\sqrt{n+1}=\frac{1}{\sqrt{n+4}+\sqrt{n+3}}-\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$

$\Rightarrow u_{n+1}-u_n=\frac{\left(\sqrt{n}-\sqrt{n+4}\right)+\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n+3}\right)}{\left(\sqrt{n+4}+\sqrt{n+3}\right)\left(\sqrt{n}+\sqrt{n+1}\right)}<0\Rightarrow u_{n+1}-u_n<0\Rightarrow u_n$ là dãy số giảm

Câu 13: Đáp án A

Ta có $u_n=\sqrt{n}+\frac{3}{\sqrt{n}}\ge 2\sqrt{\sqrt{n}.\frac{3}{\sqrt{n}}}=2\sqrt{3}\Rightarrow u_n\ge 2\sqrt{3}\Rightarrow u_n$ bị chặn dưới bởi $2\sqrt{3}$

Câu 14: Đáp án A

$(u_n)^2=\left(\sqrt{8-n}+\sqrt{n+4}\right)^2\le\left(1^2+1^2\right)(8-n+n+4)=24\Rightarrow u_n\le 2\sqrt{6}\Rightarrow u_n$ bị chặn trên

Câu 15: Đáp án C

Ta có $(u_n)^2=\left(\sqrt{n+10}+\sqrt{20-n}\right)^2\le\left(1^2+1^2\right)(n+10+20-n)=60\Rightarrow u_n\in\left[-2\sqrt{15};2\sqrt{15}\right]\Rightarrow u_n$ là dãy số bị chặn

Câu 16: Đáp án A

Ta có $\frac{n+4}{14n-1}=\frac{6}{27}\Leftrightarrow 27(n+4)=6(14n-1)\Leftrightarrow 57n=114\Leftrightarrow n=2$

Câu 17: Đáp án A

Ta có $\frac{4n+9}{2n+11}=1\Leftrightarrow 2n=2\Leftrightarrow n=1$. Như vậy số 1 là số hạng thứ nhất của dãy

Câu 18: Đáp án A

Ta có $u_n=\sqrt{n^2-2n+10}=\sqrt{(n-1)^2+9}\ge 3$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow n=1$

Do vậy dãy số $u_n=\sqrt{n^2-2n+10}$ bị chặn dưới bởi số 3

Câu 19: Đáp án A

Ta có $u_n=\frac{3n+12-11}{n+4}=3-\frac{11}{n+4}<3$. Do đó dãy số bị chặn trên bởi số 3

Câu 20: Đáp án A

Ta có $u_n=\frac{6(n+2)+5}{n+2}=6+\frac{5}{n+1}>6$. Do đó dãy số bị chặn dưới bởi số 6

Câu 21: Đáp án B

Ta có $u_n=n^4-4n+3=(n-1)(n^3+n^2+n-3)$

Mặt khác do $n\ge 1$ nên $u_n=(n-1)(n^3+n^2+n-3)\ge 0$. Do vậy dãy số bị chặn dưới bởi số 0

Câu 22: Đáp án D

$$\begin{cases}u_1+u_2+u_3=31\\u_1+u_3=26\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u_2=5\\u_1+u_3=26\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}qu_1=5\\u_1+q^2u_1=26\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}qu_1=5\\u_1+5q=26\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1=\frac{5}{q}\\\frac{5}{q}+5q=26\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}q=\frac{1}{5};\ u_1=25\\q=5;\ u_1=1\end{array}\right.$$

Câu 23: Đáp án C

Ta có $4S_n=S_{2n}\Rightarrow 4\frac{u_1+u_n}{2}n=\frac{u_1+u_{2n}}{2}.2n\Leftrightarrow 2(u_1+u_n)=u_1+u_{2n}\Leftrightarrow u_1+2u_n=u_{2n}$

$\Leftrightarrow u_1+2\left[u_1+(n-1)d\right]=u_1+(2n-1)d\Leftrightarrow 2u_1=d$

Mặt khác $u_5=18=u_1+4d\Rightarrow\begin{cases}2u_1=d\\u_1+4d=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d=4\\u_1=2\end{cases}$

Câu 24: Đáp án D