

## Đáp án

1-D	2-B	3-D	4-B	5-B	6-C	7-C	8-A	9-B	10-C
11-B	12-A	13-A	14-A	15-C	16-A	17-A	18-A	19-A	20-A
21-B	22-D	23-C	24-D	25-D	26-A	27-A	28-A	29-D	

### LỜI GIẢI CHI TIẾT

#### Câu 1: Đáp án D

Dựa vào đáp án, ta có các nhận xét sau:

+ Dãy số có chứa  $(-1)^{n+1}$  là dãy số không tăng, không giảm

$$+ u_n = \frac{2n+3}{3n+2} \Rightarrow u_{n+1} = \frac{2n+5}{3n+5} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{2n+5}{3n+5} - \frac{2n+3}{3n+2} = \frac{-5}{(3n+5)(3n+2)} < 0 \Rightarrow u_n \text{ là dãy}$$

số giảm

$$+ u_n = \frac{1}{n+\sqrt{n+1}} \Rightarrow u_{n+1} = \frac{1}{n+1+\sqrt{n+2}} \Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+\sqrt{n+1}}{n+1+\sqrt{n+2}} < 1 \Rightarrow u_n \text{ là dãy số giảm}$$

$$+ u_n = (-1)^{2n} (3^n + 1) = 3^n + 1 \Rightarrow u_{n+1} = 3^{n+1} + 1 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3^{n+1} - 3^n = 2 \cdot 3^n > 0 \Rightarrow u_n \text{ là dãy số tăng}$$

#### Câu 2: Đáp án B

$$\text{Ta có } u_n = \frac{2n}{n^2+1} = \frac{9}{41} \Leftrightarrow 9n^2 - 82n + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=9 \\ n=\frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow \frac{9}{41} \text{ là số hạng thứ 9}$$

#### Câu 3: Đáp án D

$$\text{Ta có } u_n = \frac{1+n}{2n+1} = \frac{8}{15} \Leftrightarrow 15n+15 = 16n+8 \Leftrightarrow n=7 \Rightarrow \frac{8}{15} \text{ là số hạng thứ 7}$$

#### Câu 4: Đáp án B

Từ hệ thức truy hồi ta có  $u_n = u_{n-1} + n - 1$ ,  $u_{n-1} = u_{n-2} + n - 2$ ,  $u_{n-2} = u_{n-3} + n - 3, \dots$

$$\text{Khi đó } u_n = u_1 + n \cdot n - (1+2+3+\dots+n) = u_1 + n^2 - \frac{n(n+1)}{2} = u_1 + \frac{n(n+1)}{2} = 5 + \frac{n(n-1)}{2}$$

#### Câu 5: Đáp án B

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases} \Rightarrow u_2 = u_1 + 1 = 2 \Rightarrow u_3 = u_2 + 1 = 3 \Rightarrow \dots \Rightarrow u_n = n$$

#### Câu 6: Đáp án C

Từ hệ thức truy hồi ta có  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases} \Rightarrow u_2 = u_1 + 1^2; u_3 = u_2 + 2^2 = u_1 + 1^2 + 2^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_4 = u_3 + 3^2 = u_1 + 1^2 + 2^2 + 3^2 \\ u_n = u_1 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + (n-1)^2 \end{cases} \Rightarrow u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - n^2$$

$$\Rightarrow u_n = 1 + \frac{n[(n+1)(2n+1) - 6n]}{6} = 1 + \frac{n(2n^2 - 3n + 1)}{6} = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$$

**Câu 7: Đáp án C**

Ta có

$$\begin{cases} u_{13} = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases} \Rightarrow u_2 = -2 - \frac{1}{u_1} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} = -\frac{2+1}{2} \Rightarrow u_3 = -2 - \frac{1}{u_2} = -2 + \frac{2}{3} = -\frac{4}{3} = -\frac{3+1}{3}$$

$$\Rightarrow u_4 = -2 - \frac{1}{u_3} = -2 + \frac{3}{4} = -\frac{5}{4} = -\frac{4+1}{4} \Rightarrow \dots \Rightarrow u_{n-1} = -\frac{n-1+1}{n-1} \Rightarrow u_n = -\frac{n+1}{n}$$

**Câu 8: Đáp án A**

**Cách 1:** Ta có  $S(n) = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = 1 \cdot (2-1) + 2 \cdot (3-1) + 3 \cdot (4-1) + \dots + n \cdot (n+1-1)$

$$\Rightarrow S(n) = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n+1) - (1+2+3+4+\dots+n)$$

Ta xét

$$T = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n+1) \Leftrightarrow 3T = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 3 + 3 \cdot 4 \cdot 3 + \dots + n \cdot (n+1) \cdot [(n+2) - (n+1)]$$

$$= 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot (4-1) + 3 \cdot 4 \cdot (5-2) + \dots + n \cdot (n+1) \cdot [(n+2) - (n+1)] = n \cdot (n+1) \cdot (n+2)$$

$$3T = n \cdot (n+1) \cdot (n+2) \Leftrightarrow T = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{3} \text{ và } 1+2+3+4+\dots+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

$$\text{Khi đó } S(n) = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{3} - \frac{n \cdot (n+1)}{2} = n \cdot (n+1) \left( \frac{n+2}{3} - \frac{1}{2} \right) = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$

**Cách 2:** Xét hằng đẳng thức  $(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

Ta có

$$\begin{cases} 2^3 = (1+1)^3 = 1^3 + 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 1 \\ 3^3 = (2+1)^3 = 2^3 + 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 1 \\ (n+1)^3 = (n+1)^3 = n^3 + 3 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 1 \end{cases} \Rightarrow (n+1)^3 = 1^3 + 3(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) + 3(1+2+\dots+n) + n$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot S(n) = (n+1)^3 - 3(1+2+\dots+n) - (n+1) = (n+1)^3 - \frac{3n \cdot (n+1)}{2} - (n+1) = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$