

$$\begin{aligned} &= \cos(x-a)(-\cos x \cos a + \sin x \sin a) + \cos^2 x = -\cos(x-a) \cdot \cos(x+a) + \cos^2 x \\ &= -\frac{1}{2}(\cos 2x + \cos 2a) + \frac{1 + \cos 2x}{2} = \frac{1 - \cos 2a}{2} = \sin^2 a \end{aligned}$$

Câu 11. Chọn đáp án B

$$\text{Ta có } \tan 3x = \tan(2x+x) = \frac{\tan 2x + \tan x}{1 - \tan 2x \tan x} = \frac{\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} + \tan x}{1 - \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \cdot \tan x} = \frac{3 \tan x - \tan^3 x}{1 - 3 \tan^2 x}$$

Câu 12. Chọn đáp án C

$$\text{Ta có } \tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2x} = \frac{2}{\sin 2x}$$

Câu 13. Chọn đáp án A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sin^4 x + \cos^4 x &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - 2 \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right)^2 \\ &= 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} = \frac{1}{4} \cos 4x + \frac{3}{4} \Rightarrow S = m + n = 1. \end{aligned}$$

Câu 14. Chọn đáp án D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sin^6 x + \cos^6 x &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) \\ &= 1 - 3 \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right)^2 = 1 - \frac{3}{4} \frac{1 - \cos 4x}{2} = \frac{3}{8} \cos 4x + \frac{5}{8} \Rightarrow S = m + n = 1. \end{aligned}$$

Câu 15. Chọn đáp án B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sin(a+b) \sin(a-b) &= \frac{1}{2} (\cos 2b - \cos 2a) \\ &= \frac{1}{2} [(2 \cos^2 b - 1) - (2 \cos^2 a - 1)] = \cos^2 b - \cos^2 a. \end{aligned}$$

Câu 16. Chọn đáp án A

$$\text{Ta có } P = \frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{2 \cdot \cos 2\alpha \cdot \sin \alpha}{2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha} = \frac{2 \cdot \cos^2 \alpha - 1}{\cos \alpha} = -\frac{7}{3}.$$

Câu 17. Chọn đáp án B

$$\text{Để thấy với } \begin{cases} \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \\ \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 2\alpha = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \pi = -1.$$

Câu 18. Chọn đáp án B

$$\text{Ta có } P = \frac{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha}{\sin \alpha + \sin 2\alpha} = \frac{2 \cos^2 \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha (1 + 2 \cos \alpha)}{\sin \alpha (1 + 2 \cos \alpha)} = \cot \alpha = \frac{1}{2}.$$

Câu 19. Chọn đáp án C

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= (\sin a + \sin b)^2 + (\cos a + \cos b)^2 \\ &= \sin^2 a + 2 \sin a \sin b + \sin^2 b + \cos^2 a + 2 \cos a \cos b + \cos^2 b \\ &= 2 + 2(\sin a \sin b + \cos a \cos b) \\ &= 2 + [-\cos(a+b) + \cos(a-b) + \cos(a+b) + \cos(a-b)] \\ &= 2 + 2 \cdot \cos(a-b) = 2 + 2 \cos \frac{\pi}{4} = 2 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

Câu 20. Chọn đáp án D

$$\text{Ta có } P = \frac{\sin 2a \cdot \sin a}{1 + \cos 2a} = \frac{2 \sin a \cos a \cdot \sin a}{2 \cos^2 a} = \frac{2 \sin^2 a \cos a}{2 \cos^2 a} = \frac{2 \cos a (1 - \cos^2 a)}{2 \cos^2 a} = -\frac{5}{6}$$

Câu 21. Chọn đáp án C

$$A = \frac{4 \cos^3 a - \cos 3a}{\cos a} = \frac{3 \cos a}{\cos a} = 3$$

Câu 22. Chọn đáp án A

$$\cot x + \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{2}{\sin 2x}$$

Câu 23. Chọn đáp án C