MỞ ĐẦU VỀ DÃY SỐ (Đề 02)

Câu 1: Xét các dãy sau:

(1). $1,2,3,4...$

(2). $1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},...$

(3). $1,2,2,3,3,3,4,4,4,4,...$

(4). $1,\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},...$

Với các dãy trên, kết luận nào sau đây là đúng:

A. (1) là dãy đơn điệu giảm, (2) là dãy đơn điệu giảm, (3) là dãy đơn điệu không giảm, (4) là dãy đơn điệu không tăng

B. (1) là dãy đơn điệu tăng, (2) là dãy đơn điệu tăng, (3) là dãy đơn điệu không giảm, (4) là dãy đơn điệu không tăng

C. (1) là dãy đơn điệu tăng, (2) là dãy đơn điệu giảm, (3) là dãy đơn điệu không giảm, (4) là dãy đơn điệu không giảm

D. Cả ba câu trên đều sai

Câu 2: Tổng $S=\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+\frac{1}{5.7}+...-\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ là:

A. $S=\frac{n}{2n+1}$ **B.** $S=\frac{n+1}{2n}$ **C.** $S=\frac{n}{n+1}$ **D.** $S=\frac{2n}{2n+1}$

Câu 3: Xét các câu sau:

(1). Dãy $1,2,3,4,...$ là dãy bị chặn (dưới và trên)

(2). Dãy $1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},...$ là dãy bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên

Trong hai câu trên:

A. Chỉ có (1) đúng **B.** Chỉ có (2) đúng

C. Cả hai câu đều đúng **D.** Cả hai câu đều sai.

Câu 4: Cho dãy số $\begin{cases} u_1=5 \\ u_{n+1}=u_n+n \end{cases}$ Số hạng tổng quát của dãy số trên là?

A. $u_n=\frac{(n-1)n}{2}$ **B.** $u_n=5+\frac{(n-1)n}{2}$

C. $u_n=5+\frac{n(n+1)}{2}$ **D.** $u_n=5+\frac{(n+1)(n+2)}{2}$

Câu 5: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$ Số hạng tổng quát của dãy số trên là?

A. $u_n = 1 + n$ **B.** $u_n = 1 - n$ **C.** $u_n = 1 + (-1)^{2n}$ **D.** $u_n = n$

Câu 6: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$ Số hạng tổng quát của dãy số trên là?

A. $u_n = 1 + \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$ **B.** $u_n = 1 + \frac{(n-1)n(2n+2)}{6}$

C. $u_n = 1 + \frac{(n-1)n(2n-1)}{6}$ **D.** Tất cả đều sai

Câu 7: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$ Số hạng tổng quát của dãy số trên là?

A. $u_n = \frac{-n+1}{n}$ **B.** $u_n = \frac{n+1}{n}$ **C.** $u_n = -\frac{n+1}{n}$ **D.** $u_n = -\frac{n}{n+1}$

Câu 8: Cho tổng $S_n = 1 + 2 + 3 + ... + n$. Khi đó S_3 là bao nhiêu?

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

Câu 9: Cho tổng $S(n) = 1^2 + 2^2 + ... + n^2$. Khi đó công thức của $S(n)$ là?

A. $u_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ **B.** $u_n = \frac{n+1}{2}$

C. $u_n = \frac{n(n-1)(2n+1)}{6}$ **D.** $u_n = \frac{n^2(2n+1)}{6}$

Câu 10: Tính tổng $S(n) = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + ... - \frac{1}{n(n+1)}$. Khi đó công thức của $S(n)$ là?

A. $S_n = \frac{n}{n+2}$ **B.** $S_n = \frac{n}{n+1}$ **C.** $S_n = \frac{2n}{2n+1}$ **D.** $S_n = \frac{1}{2^n}$

Câu 11: Dãy số $u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$ là dãy số bị chặn trên bởi

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** 1 **D.** Tất cả đều sai

Câu 12: Cho dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3u_{n-2} \left(n \in \mathbb{N}^*\right) \end{cases}$. Khi đó số hạng thứ n + 3 là?

A. $u_{n+3} = 2u_{n+2} + 3u_{n+1}$ **B.** $u_{n+3} = 2u_{n+2} + 3u_n$

C. $u_{n+3}=2u_{n-2}+3u_{n+1}$ **D.** $u_{n+3}=2u_{n+2}+3u_{n-1}$

Câu 13: Cho dãy số (u_n) có $u_n=(-1)^{n+1}.\cos\frac{2\pi}{n}$. Khi đó u_{12} bằng:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $-\frac{1}{2}$ **D.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 14: Cho dãy số (u_n) có $u_n=\frac{1-n}{2^n}$. Khi đó u_{n-1} bằng:

A. $u_{n-1}=\frac{1-n}{2^n}$ **B.** $u_{n-1}=\frac{2-n}{2^n}$ **C.** $u_{n-1}=\frac{2-n}{2^{n-1}}$ **D.** $u_{n-1}=\frac{n}{2^n}$

Câu 15: Dãy số $u_n=\frac{1}{n+1}$ là dãy số có tính chất?

A. Tăng **B.** Giảm

C. Không tăng không giảm **D.** Tất cả đều sai

Câu 16: Cho dãy số $u_n=\sin\frac{\pi}{n}$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây?

A. $u_{n+1}=\sin\frac{\pi}{n+1}$ **B.** Dãy số bị chặn

C. Dãy số tăng **D.** Dãy số không tăng, không giảm

Câu 17: Dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1=\sqrt{6} \\ u_{n+1}=\sqrt{6+u_n} \end{cases}$ là dãy bị chặn vì:

A. $\sqrt{6}\le u_n<\frac{5}{2}$ **B.** $\sqrt{6}\le u_n<3$

C. $\sqrt{6}\le u_n<\sqrt{6+\sqrt{6}}$ **D.** $\sqrt{6}\le u_n<\sqrt{6+\sqrt{7}}$

Câu 18: Tổng $S=\frac{1}{2.5}+\frac{1}{5.8}+\frac{1}{8.11}+...+\frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$ là:

A. $S=\frac{n}{2(3n+2)}$ **B.** $S=\frac{3n}{2(3n+2)}$ **C.** $S=\frac{3n+1}{2(3n+2)}$ **D.** $S=\frac{3n}{3n+2}$

Câu 19: Dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1=2 \\ u_{n+1}=\frac{1}{2}\left(u_n+\frac{2}{u_n}\right) \end{cases}$ là dãy bị chặn dưới vì:

A. $u_n\ge\sqrt{3}$ **B.** $u_n>\sqrt{2}$ **C.** $u_n\ge\frac{3}{2}$ **D.** $u_n>\frac{5}{3}$

Câu 20: Dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + \left(\frac{1}{2}\right)^n \end{cases}$. Số hạng u_n được biểu diễn dưới dạng $u_n = \frac{a.2^n - b}{c.2^n}$ thì tổng $a+b+c$ là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 5 **D.** -1

Câu 21: Cho dãy số $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ và dãy (v_n) xác định bởi công thức $\begin{cases} v_1 = u_1 \\ v_{n+1} = v_n + u_{n+1} \end{cases}$. Số hạng tổng quát v_n được biểu diễn dưới dạng $v_n = \frac{a.n+b}{c.n+d}$. Khi đó giá trị biểu thức $a.d - b.c$ là :

A. -1 **B.** 2 **C.** 5 **D.** -2

Câu 22: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2} \end{cases}$. Số hạng (u_n) được biểu diễn dưới dạng $u_n = \frac{2^n + a}{2^n}$ thì giá trị a là:

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** -1

Câu 23: Số hạng lớn nhất của dãy số $u_n = \frac{n}{n^2 + 100}$ là:

A. $\frac{1}{21}$ **B.** $\frac{1}{20}$ **C.** $\frac{1}{25}$ **D.** $\frac{1}{30}$

Câu 24: Dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n được biểu diễn dưới dạng $u_n = a.n + b$ thì tổng $a+b$ là:

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

Câu 25: Dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n} \end{cases}$ là dãy bị chặn vì:

A. $\sqrt{2} \le u_n < \frac{3}{2}$ **B.** $\sqrt{2} \le u_n < 2$ **C.** $1 \le u_n < \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ **D.** $\sqrt{2} \le u_n < \frac{5}{3}$

Câu 26: Dãy số $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + ... - \frac{1}{n(n+1)}$ là dãy số bị chẵn trên bởi

A. $u_n \le \frac{1}{2}$ **B.** $u_n < 1$ **C.** $u_n < \frac{2}{3}$ **D.** $u_n < \frac{3}{4}$

Đáp án

1-C	2-A	3-D	4-B	5-D	6-C	7-C	8-D	9-A	10-B
11-C	12-A	13-D	14-C	15-B	16-C	17-B	18-A	19-B	20-C
21-B	22-A	23-B	24-A	25-B	26-B				

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

Dựa vào định nghĩa

Câu 2: Đáp án A

$$2S=\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+...+\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)=1-\frac{1}{2n+1}\Rightarrow S=\frac{n}{2n+1}$$

Câu 3: Đáp án D

(1) chỉ bị chặn dưới vì các phần tử luôn ≥ 1 và khi n tăng đến dương vô cùng thì các phần tử cũng tăng đến dương vô cùng

(2) chỉ bị chặn trên vì các phần tử luôn ≤ 1 và bị chặn dưới bởi 0

Câu 4: Đáp án B

$$u_2=u_1+1\Rightarrow u_3=u_2+2=u_1+1+2\Rightarrow u_n=1+2+3+...+(n-1)=u_n=5+\frac{(n-1)n}{2}$$

Câu 5: Đáp án D

$$u_{n+1}=u_n+(-1)^{2n}=u_n+1\Rightarrow u_2=u_1+1=2\Rightarrow u_3=u_2+1=3\Rightarrow ...\Rightarrow u_n=n$$

Câu 6: Đáp án C

$$u_2=u_1+1^2=1^2+1^2\Rightarrow u_3=u_2+2^2\Rightarrow ...\Rightarrow u_n=1+1^2+2^2+...+(n-1)^2=1+\frac{(n-1)n(2n-1)}{6}$$

Câu 7: Đáp án C

$u_2=-\frac{3}{2}\Rightarrow u_3=-\frac{4}{3}...$ Dự đoán công thức tổng quát là $u_n=-\frac{n+1}{n}$

Kiểm tra bằng quy nạp thấy đúng

Câu 8: Đáp án D

$$S_n=\frac{n(n+1)}{2}\Rightarrow S_3=6$$

Câu 9: Đáp án A

Đây là công thức cơ bản cần nhớ, có thể kiểm tra bằng quy nạp

Câu 10: Đáp án B

$$S(n)=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}$$

Câu 11: Đáp án C

$u_n=\frac{3n-1}{3n+1}=1-\frac{2}{3n+1}<1$ do đó dãy số bị chặn trên bởi tất cả các số $a\ge 1$

Câu 12: Đáp án A

Thay n bằng n + 3 vào công thức truy hồi

Câu 13: Đáp án D

$$u_{12}=(-1)^{12+1}.\cos\frac{2\pi}{12}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Câu 14: Đáp án C

$$u_{n-1}=\frac{1-(n-1)}{2^{n-1}}=\frac{2-n}{2^{n-1}}$$

Câu 15: Đáp án B

$u_{n+1}-u_n=\frac{-1}{(n+2)(n+1)}<0$ nên dãy u_n giảm

Câu 16: Đáp án A

$u_n=\sin\frac{\pi}{n}\Rightarrow u_{n+1}=\sin\frac{\pi}{n+1}\Rightarrow$ A đúng

Ta có $-1\le\sin\frac{\pi}{n}\le 1\Rightarrow -1\le u_n\le 1\Rightarrow (u_n)\Rightarrow$ B đúng

Lại có $\begin{cases} u_n=\sin\frac{\pi}{n} \\ u_{n+1}=\sin\frac{\pi}{n+1}\end{cases}\Rightarrow u_n-u_{n+1}=\sin\frac{\pi}{n}-\sin\frac{\pi}{n+1}$

Với $n=1\Rightarrow u_n-u_{n+1}=\sin\pi-\sin\frac{\pi}{2}=-1<0\Rightarrow u_n<u_{n+1}\Rightarrow (u_n)$ tăng

Với $n=2\Rightarrow u_n-u_{n+1}=\sin\frac{\pi}{2}-\sin\frac{\pi}{3}=1-\frac{\sqrt{3}}{2}>0\Rightarrow u_n>u_{n+1}\Rightarrow (u_n)$ giảm

Tùa đó ta có C sai và D đúng

Câu 17: Đáp án B

Ta có $\begin{cases} u_n=\sqrt{6+u_{n-1}} \\ u_{n-1}=\sqrt{6+u_{n-2}}\ge 0\end{cases}\Rightarrow u_n\ge\sqrt{6}$

Ta sẽ chứng minh $u_n < 3$ (1) bằng phương pháp quy nạp toán học

Với $n = 1 \Rightarrow u_n = u_1 = \sqrt{6} < 3 \Rightarrow (1)$ đúng

Gỉa sữ (1) đúng vưới $n = k\left(k \in \mathbb{N}^*\right)$ hay $u_k < 3$, ta cần chứng minh (1) đúng với $n = k+1$, tức $u_{k+1} < 3$

Thật vậy, ta có $u_{k+1} = \sqrt{6+u_k} < \sqrt{6+3} = 3$ từ đó $\Rightarrow u_n < 3$

Như vậy $\sqrt{6} \le u_n < 3 \Rightarrow (u_n)$ bị chặn

Câu 18: Đáp án A

$$S = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8}\right) + ... + \left(\frac{1}{3n-1} - \frac{1}{3n+2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3n+2} = \frac{3n}{2(3n+2)} \Rightarrow S = \frac{n}{2(3n+2)}$$

Câu 19: Đáp án B

Từ $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{u_n}\right) \Rightarrow u_n = \frac{1}{2}\left(u_{n-1} + \frac{2}{u_{n-1}}\right)$

Ta có ngay $u_{n-1} > 0 \Rightarrow u_n \ge \frac{1}{2}.2\sqrt{u_{n-1}.\frac{2}{u_{n-1}}} = \sqrt{2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} u_{n-1} > 0 \\ u_{n-1} = \dfrac{2}{u_{n-1}} \end{cases} \Leftrightarrow u_{n-1} = \sqrt{2} \Rightarrow u_1 = \sqrt{2}$, vô lý $\Rightarrow u_n > \sqrt{2} \Rightarrow (u_n)$ bị chặn dưới

Câu 20: Đáp án C

Tham số hóa $u_{n+1} + m\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} = u_n + m\left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow m - \frac{m}{2} = 1 \Leftrightarrow u_{n+1} + 2\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} = u_n + 2\left(\frac{1}{2}\right)^n$

Đặt $v_n = u_n + 2\left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \begin{cases} v_1 = u_1 + 2.\frac{1}{2} \\ v_{n+1} = v_n \Rightarrow q = 1 \end{cases} \Rightarrow v_1 = v_1.q^{n-1} = 2.1^{n-1} = 2$

$$\Rightarrow u_n + 2.\left(\frac{1}{2}\right)^n = 2 \Rightarrow \frac{2.2^2 - 2}{2^n} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 5$$

Câu 21: Đáp án B

Ta có $v_1 = u_1 = \frac{1}{2}$ và $v_{n+1} - v_n = u_{n+1} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \Leftrightarrow v_{n+1} + \frac{1}{n+2} = v_n + \frac{1}{n+1}$

Đặt $r_n = v_n + \frac{1}{n+1} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = v_1 + \frac{1}{2} = 1 \\ r_{n+1} = r_n \Rightarrow q = 1 \end{cases} \Rightarrow r_n = r_1.q^{n-1} = 1$

$\Rightarrow v_n + \frac{1}{n+1} = 1 \Rightarrow v_n = \frac{n}{n+1} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 1 \\ d = 1 \end{cases} \Rightarrow ad - bc = 1$

Câu 22: Đáp án A

Tham số hóa $u_{n+1} + m = \frac{1}{2}(u_n + m) \Rightarrow \frac{m}{2} - m = \frac{1}{2} \Rightarrow m = -1 \Rightarrow u_{n+1} - 1 = \frac{1}{2}(u_n - 1)$

Đặt $v_n = u_n - 1 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = u_1 - 1 = 1 \\ v_{n+1} = \frac{1}{2} v_n \Rightarrow q = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow v_n = v_1.q^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{2}{2^n}$

$\Rightarrow u_n - 1 = \frac{2}{2^n} \Rightarrow u_n = \frac{2^n + 2}{2^n} \Rightarrow a = 2$

Câu 23: Đáp án B

$u_n = \frac{n}{u^2 + 100} \le \frac{u}{2\sqrt{u^2.100}} = \frac{1}{20}$

Câu 24: Đáp án A

Ta có $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = u_{n+1} - u_n = 2 \end{cases} \Rightarrow u_n = u_1 + (n-1)d = 2(n-1) = 2n - 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1$

Câu 25: Đáp án B

Ta có

Ta sẽ chứng minh $u_n < 2$ (1) bằng phương pháp quy nạp toán học

Với $n = 1 \Rightarrow u_n = u_1 = \sqrt{2} < 2 \Rightarrow (1)$ đúng

Giả sử (1) đúng với $n = k\left(k \in \mathbb{N}^*\right)$ hay $u_k < 2,$ ta cần chứng minh (1) đúng với $n = k + 1$, tức

$u_{k+1} = 2$

Như vậy $\sqrt{2} \le u_n < 2 \Rightarrow (u_n)$ bị chặn

Câu 26: Đáp án B

$u_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + ... + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n+1} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow (u_n)$ bị chặn trên