**Câu 14.** Chọn đáp án B

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ do đó $a<0$

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab<0\Rightarrow b>0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;c)$ nên $c<0$

**Câu 15.** Chọn đáp án D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ do đó $a>0$

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab<0\Rightarrow b<0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;c)$ nên $c>0$.

**Câu 16.** Chọn đáp án A

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ do đó $a<0$ loại đáp án **C**.

Hàm số có 1 điểm cực trị nên $ab\geq 0\Rightarrow b\leq 0$ loại **B**.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;c)\Rightarrow c>0$ loại **D**.

**Câu 17.** Chọn đáp án A

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là $A(0;4),B(-1;3),C(1;3)$ và 3 điểm này tạo thành tam giác cân. Hàm số không có GTLN, tổng các giá trị cực trị của hàm số bằng 10. Đồ thị hàm số có 2 cực tiểu và một cực đại.

**Câu 18.** Chọn đáp án D

Phương trình $f(x)=m+2$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=m+2$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -4<m+2<-3\Leftrightarrow -6<m<-5$.

**Câu 19.** Chọn đáp án C

Dựa vào đồ thị của hàm số $f(x)$ ta thấy: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty\Rightarrow a<0$

Do đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab<0\Rightarrow b>0$, đồ thị hàm số cắt $Oy$ tại điểm $(0;c)\Rightarrow c>0$.

**Câu 20.** Chọn đáp án D

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho có 2 điểm cực đại và một điểm cực tiểu

Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là 4.

Hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab<0$, mặt khác $c=0\Rightarrow ab(c+1)<0$ do đó đáp án **D** sai.

**Câu 21.** Chọn đáp án B

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$; đồ thị hàm số cắt trục $Oy$ tại điểm $(0;c)\Rightarrow c>0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị suy ra $ab<0\Rightarrow b<0$

Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=y\left(\pm\sqrt{\frac{-b}{2a}}\right)=a.\frac{b^2}{4a}-\frac{b^2}{2a}+c=0\Leftrightarrow b^2=4ac$

**Câu 22.** Chọn đáp án C

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-1)\Rightarrow c=-1$

Ta có: $y_{CD}=y\left(\sqrt{\frac{-b}{2a}}\right)=\frac{-b^2}{4a}+c=3; y(1)=a+b+c=2$

Do đó $\begin{cases}-b^2=16a\\ a+b=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-b^2=16(3-b)\\ a+b=3\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=12;a=-9\\ b=4;a=-1\end{array}\right.$

Vậy $a^2+b^2+c^2$ có thể nhận giá trị là 18.

**Câu 23.** Chọn đáp án A

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số đạt cực đại $A(0;-3)$ và cực tiểu $B(-1;-5)$

Xét hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, ta có $y'=4ax^3+2bx$ và $y"=12ax^2+2b;\forall x\in\mathbb{R}$

Đồ thị hàm số đi qua điểm cực đại $A(0;-3)$ và điểm cực tiểu $B(-1;-5)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases}y'(0)=y'(-1)=0\\ y(0)=-3; y(-1)=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4a-2b=0\\ c=-3\\ a+b+c=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=-4\\ c=-3\end{cases}\Rightarrow P=a+2b+3c=-15$$

**Chú ý:** *Với* $a=2;b=-4;c=-3$ *ta được:* $y=2x^4-4x^2-3\to y"(0)=-8<0\Rightarrow x=0$ *là điểm cực đại của hàm số.*

**Câu 24.** Chọn đáp án B

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có các nhận xét sau

- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$, hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$
- Hàm số có ba điểm cực trị gồm hai điểm cực tiểu $x=\pm1$ và điểm cực đại $x=0$
- Trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ thì hàm số không có giá trị lớn nhất

**Câu 25.** Chọn đáp án C

Để phương trình $f(x)=2m$ có 2 nghiệm phân biệt thì $\left[\begin{array}{l}2m=0\\ 2m<-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m<-\frac{3}{2}\end{array}\right.$.