

## ○ BÀI 03

### ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG

#### 1. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $P$ . Căn cứ vào số điểm chung của đường thẳng và mặt phẳng ta có ba trường hợp sau:

- a. Đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $P$  không có điểm chung, tức là:

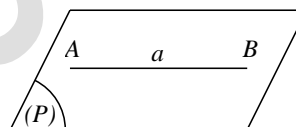
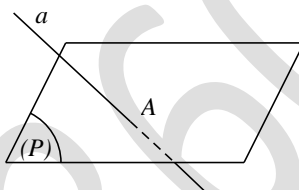
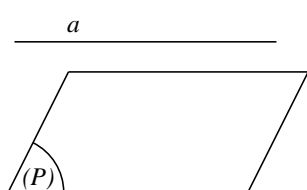
$$a \cap P = \emptyset \Leftrightarrow a \parallel P.$$

- b. Đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $P$  chỉ có một điểm chung, tức là:

$$a \cap P = A \Leftrightarrow a \text{ cắt } P \text{ tại } A.$$

- c. Đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $P$  có hai điểm chung, tức là:

$$a \cap P = A, B \Leftrightarrow a \subset P.$$



$$a \cap P = \emptyset \Leftrightarrow a \parallel P.$$

$$a \cap P = A \Leftrightarrow a \text{ cắt } P.$$

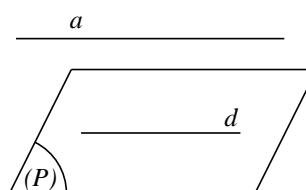
$$a \cap P = A, B \Leftrightarrow a \subset P.$$

#### 2. Điều kiện để một đường thẳng song song với một mặt phẳng

**Định lý 1:** Nếu đường thẳng  $a$  không nằm trong mặt phẳng  $P$  và song song với một đường thẳng nào đó trong  $P$  thì  $a$  song song với  $P$ .

Tức là,  $a \not\subset P$  thì nếu:

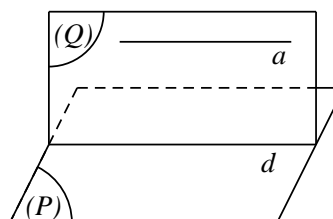
$$a \parallel d \subset P \Rightarrow a \parallel P.$$



#### 3. Tính chất

**Định lý 2:** Nếu đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $P$  thì mọi mặt phẳng  $Q$  chứa  $a$  mà cắt  $P$  thì sẽ cắt theo một giao tuyến song song với  $a$ .

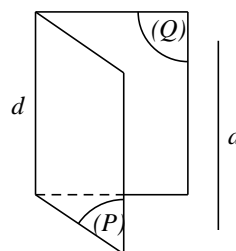
$$\text{Tức là, nếu } \begin{cases} a \parallel P \\ a \subset Q \end{cases} [ Q \cap P = d ] \Rightarrow a \parallel d.$$



**Hệ quả 1:** Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.

**Hệ quả 2:** Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến (nếu có) của chúng song song với đường thẳng đó.

$$\text{Tức là: } \begin{cases} P \cap Q = d \\ P \parallel a \\ Q \parallel a \end{cases} \Rightarrow d \parallel a.$$



**Hệ quả 3:** Nếu  $a$  và  $b$  là hai đường thẳng chéo nhau thì qua  $a$  có một và chỉ một mặt phẳng song song với  $b$ .

### **CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**



#### **Vấn đề 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT**



**Câu 1.** Cho đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $P$  trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của  $a$  và  $P$  ?

- A. 2.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 4.

**Câu 2.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $\alpha$ . Giả sử  $a \parallel b, b \parallel \alpha$ . Khi đó:

- A.  $a \parallel \alpha$ .                      B.  $a \subset \alpha$ .  
C.  $a$  cắt  $\alpha$ .                      D.  $a \parallel \alpha$  hoặc  $a \subset \alpha$ .

**Câu 3.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $\alpha$ . Giả sử  $a \parallel \alpha, b \subset \alpha$ . Khi đó:

- A.  $a \parallel b$ .                      B.  $a, b$  chéo nhau.  
C.  $a \parallel b$  hoặc  $a, b$  chéo nhau.                      D.  $a, b$  cắt nhau.

**Câu 4.** Cho đường thẳng  $a$  nằm trong mặt phẳng  $\alpha$ . Giả sử  $b \not\subset \alpha$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu  $b \parallel \alpha$  thì  $b \parallel a$ .  
B. Nếu  $b$  cắt  $\alpha$  thì  $b$  cắt  $a$ .  
C. Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \parallel \alpha$ .  
D. Nếu  $b$  cắt  $\alpha$  và  $\beta$  chứa  $b$  thì giao tuyến của  $\alpha$  và  $\beta$  là đường thẳng cắt cả  $a$  và  $b$ .

**Câu 5.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $\alpha$ . Giả sử  $a // \alpha$  và  $b // \alpha$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $a$  và  $b$  không có điểm chung.
- B.  $a$  và  $b$  hoặc song song hoặc chéo nhau.
- C.  $a$  và  $b$  hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.
- D.  $a$  và  $b$  chéo nhau.

**Câu 6.** Cho mặt phẳng  $P$  và hai đường thẳng song song  $a$  và  $b$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu  $P$  song song với  $a$  thì  $P$  cũng song song với  $b$ .
- B. Nếu  $P$  cắt  $a$  thì  $P$  cũng cắt  $b$ .
- C. Nếu  $P$  chứa  $a$  thì  $P$  cũng chứa  $b$ .
- D. Các khẳng định A, B, C đều sai.

**Câu 7.** Cho  $d // \alpha$ , mặt phẳng  $\beta$  qua  $d$  cắt  $\alpha$  theo giao tuyến  $d'$ . Khi đó:

- A.  $d // d'$ .
- B.  $d$  cắt  $d'$ .
- C.  $d$  và  $d'$  chéo nhau.
- D.  $d \equiv d'$ .

**Câu 8.** Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. Vô số.

**Câu 9.** Cho hai đường thẳng chéo nhau  $a$  và  $b$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Có duy nhất một mặt phẳng song song với  $a$  và  $b$ .
- B. Có duy nhất một mặt phẳng qua  $a$  và song song với  $b$ .
- C. Có duy nhất một mặt phẳng qua điểm  $M$ , song song với  $a$  và  $b$  (với  $M$  là điểm cho trước).
- D. Có vô số đường thẳng song song với  $a$  và cắt  $b$ .

**Câu 10.** Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau  $a, b, c$ . Gọi  $P$  là mặt phẳng qua  $a$ ,  $Q$  là mặt phẳng qua  $b$  sao cho giao tuyến của  $P$  và  $Q$  song song với  $c$ . Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng  $P$  và  $Q$  thỏa mãn yêu cầu trên?

- A. Một mặt phẳng  $P$ , một mặt phẳng  $Q$ .
- B. Một mặt phẳng  $P$ , vô số mặt phẳng  $Q$ .
- C. Một mặt phẳng  $Q$ , vô số mặt phẳng  $P$ .
- D. Vô số mặt phẳng  $P$  và  $Q$ .



Vấn đề 2. BÀI TẬP ỨNG DỤNG



**Câu 11.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $MN // mp ABCD$  .                      B.  $MN // mp SAB$  .  
C.  $MN // mp SCD$  .                      D.  $MN // mp SBC$  .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $M$  và  $N$  là hai điểm trên  $SA, SB$  sao cho  $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}$ . Vị trí tương đối giữa  $MN$  và  $ABCD$  là:

- A.  $MN$  nằm trên  $mp ABCD$  .                      B.  $MN$  cắt  $mp ABCD$  .  
C.  $MN$  song song  $mp ABCD$  .                      D.  $MN$  và  $mp ABCD$  chéo nhau.

**Câu 13.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABD$ ,  $Q$  thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $AQ = 2QB$ ,  $P$  là trung điểm của  $AB$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $MN // BCD$  .                      B.  $GQ // BCD$  .  
C.  $MN$  cắt  $BCD$  .                      D.  $Q$  thuộc mặt phẳng  $CDP$  .

**Câu 14.** Cho hai hình bình hành  $ABCD$  và  $ABEF$  không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi  $O, O_1$  lần lượt là tâm của  $ABCD, ABEF$ .  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Khẳng định nào sau đây sai ?

- A.  $OO_1 // BEC$  .    B.  $OO_1 // AFD$  .    C.  $OO_1 // EFM$  .    D.  $MO_1$  cắt  $BEC$  .

**Câu 15.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q, R, S$  theo thứ tự là trung điểm của các cạnh  $AC, BD, AB, CD, AD, BC$ . Bốn điểm nào sau đây không đồng phẳng?

- A.  $P, Q, R, S$  .    B.  $M, P, R, S$  .    C.  $M, R, S, N$  .    D.  $M, N, P, Q$  .

**Câu 16.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $H$  là một điểm nằm trong tam giác  $ABC$ ,  $\alpha$  là mặt phẳng đi qua  $H$  song song với  $AB$  và  $CD$ . Mệnh đề nào sau đây đúng về thiết diện của  $\alpha$  của tứ diện?

- A. Thiết diện là hình vuông.                      B. Thiết diện là hình thang cân.  
C. Thiết diện là hình bình hành.                      D. Thiết diện là hình chữ nhật.

**Câu 17.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng 10.  $M$  là điểm trên  $SA$  sao cho  $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$ .

Một mặt phẳng  $\alpha$  đi qua  $M$  song song với  $AB$  và  $CD$ , cắt hình chóp theo một tứ giác có diện tích là:

A.  $\frac{400}{9}$ .

B.  $\frac{20}{3}$ .

C.  $\frac{4}{9}$ .

D.  $\frac{16}{9}$ .

**Câu 18.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình thang cân đáy lớn  $AD$ .  $M, N$  lần lượt là hai trung điểm của  $AB$  và  $CD$ .  $P$  là mặt phẳng qua  $MN$  và cắt mặt bên  $SBC$  theo một giao tuyến. Thiết diện của  $P$  và hình chóp là

A. Hình bình hành. B. Hình thang.

C. Hình chữ nhật. D. Hình vuông

**Câu 19.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc cạnh  $SA$  (không trùng với  $S$  hoặc  $A$ ).  $P$  là mặt phẳng qua  $OM$  và song song với  $AD$ . Thiết diện của  $P$  và hình chóp là

A. Hình bình hành. B. Hình thang.

C. Hình chữ nhật. D. Hình tam giác.

**Câu 20.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt thuộc cạnh  $AD, BC$  sao cho  $IA = 2ID$  và  $JB = 2JC$ . Gọi  $P$  là mặt phẳng qua  $IJ$  và song song với  $AB$ . Thiết diện của  $P$  và tứ diện  $ABCD$  là

A. Hình thang.

B. Hình bình hành.

C. Hình tam giác.

D. Tam giác đều.

**CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**



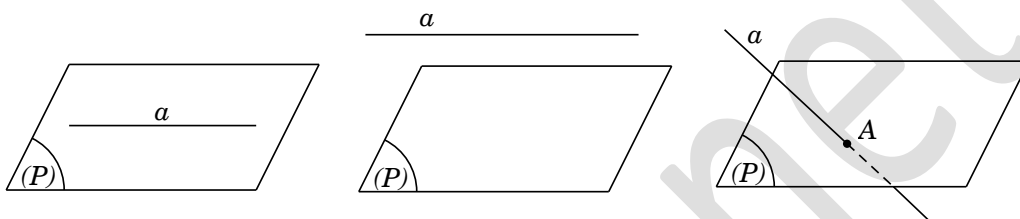
**Vấn đề 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT**



**Câu 1.** Cho đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $P$  trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của  $a$  và  $P$  ?

- A. 2.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 4.

Lời giải.



Có 3 vị trí tương đối của  $a$  và  $P$ , đó là:  $a$  nằm trong  $P$ ,  $a$  song song với  $P$  và  $a$  cắt  $P$ . **Chọn B.**

**Câu 2.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $\alpha$ . Giả sử  $a // b$ ,  $b // \alpha$ . Khi đó:

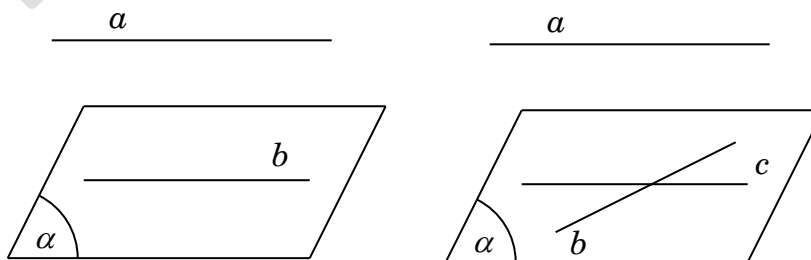
- A.  $a // \alpha$ .                      B.  $a \subset \alpha$ .  
C.  $a$  cắt  $\alpha$ .                      D.  $a // \alpha$  hoặc  $a \subset \alpha$ .

Lời giải. **Chọn D.**

**Câu 3.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $\alpha$ . Giả sử  $a // \alpha$ ,  $b \subset \alpha$ . Khi đó:

- A.  $a // b$ .                      B.  $a, b$  chéo nhau.  
C.  $a // b$  hoặc  $a, b$  chéo nhau.                      D.  $a, b$  cắt nhau.

Lời giải.



Vì  $a // \alpha$  nên tồn tại đường thẳng  $c \subset \alpha$  thỏa mãn  $a // c$ . Suy ra  $b, c$  đồng phẳng và xảy ra các trường hợp sau:

- Nếu  $b$  song song hoặc trùng với  $c$  thì  $a // b$ .
- Nếu  $b$  cắt  $c$  thì  $b$  cắt  $\beta \equiv a, c$  nên  $a, b$  không đồng phẳng. Do đó  $a, b$  chéo nhau.

**Chọn C.**

**Câu 4.** Cho đường thẳng  $a$  nằm trong mặt phẳng  $\alpha$ . Giả sử  $b \not\subset \alpha$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu  $b // \alpha$  thì  $b // a$ .
- B. Nếu  $b$  cắt  $\alpha$  thì  $b$  cắt  $a$ .
- C. Nếu  $b // a$  thì  $b // \alpha$ .
- D. Nếu  $b$  cắt  $\alpha$  và  $\beta$  chứa  $b$  thì giao tuyến của  $\alpha$  và  $\beta$  là đường thẳng cắt cả  $a$  và  $b$ .

**Lời giải. Chọn C.**

- A sai. Nếu  $b // \alpha$  thì  $b // a$  hoặc  $a, b$  chéo nhau.
- B sai. Nếu  $b$  cắt  $\alpha$  thì  $b$  cắt  $a$  hoặc  $a, b$  chéo nhau.
- D sai. Nếu  $b$  cắt  $\alpha$  và  $\beta$  chứa  $b$  thì giao tuyến của  $\alpha$  và  $\beta$  là đường thẳng cắt  $a$  hoặc song song với  $a$ .

**Câu 5.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $\alpha$ . Giả sử  $a // \alpha$  và  $b // \alpha$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $a$  và  $b$  không có điểm chung.
- B.  $a$  và  $b$  hoặc song song hoặc chéo nhau.
- C.  $a$  và  $b$  hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.
- D.  $a$  và  $b$  chéo nhau.

**Lời giải. Chọn C.**

**Câu 6.** Cho mặt phẳng  $P$  và hai đường thẳng song song  $a$  và  $b$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu  $P$  song song với  $a$  thì  $P$  cũng song song với  $b$ .
- B. Nếu  $P$  cắt  $a$  thì  $P$  cũng cắt  $b$ .
- C. Nếu  $P$  chứa  $a$  thì  $P$  cũng chứa  $b$ .
- D. Các khẳng định A, B, C đều sai.

**Lời giải.** Gọi  $Q \equiv a, b$ .

- A sai. Khi  $b = P \cap Q \Rightarrow b \subset P$ .

• C sai. Khi  $P \neq Q \Rightarrow b \parallel P$ .

• Xét khẳng định B, giả sử  $P$  không cắt  $b$  khi đó  $b \subset P$  hoặc  $b \parallel P$ . Khi đó, vì  $b \parallel a$  nên  $a \subset P$  hoặc  $a$  cắt  $P$  (mâu thuẫn với giả thiết  $P$  cắt  $a$ ).

Vậy khẳng định B đúng. **Chọn B.**

**Câu 7.** Cho  $d \parallel \alpha$ , mặt phẳng  $\beta$  qua  $d$  cắt  $\alpha$  theo giao tuyến  $d'$ . Khi đó:

A.  $d \parallel d'$ .

B.  $d$  cắt  $d'$ .

C.  $d$  và  $d'$  chéo nhau.

D.  $d \equiv d'$ .

**Lời giải.** Ta có:  $d' = \alpha \cap \beta$ . Do  $d$  và  $d'$  cùng thuộc  $\beta$  nên  $d$  cắt  $d'$  hoặc  $d \parallel d'$ .

Nếu  $d$  cắt  $d'$ . Khi đó,  $d$  cắt  $\alpha$  (mâu thuẫn với giả thiết).

Vậy  $d \parallel d'$ . **Chọn A.**

**Câu 8.** Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

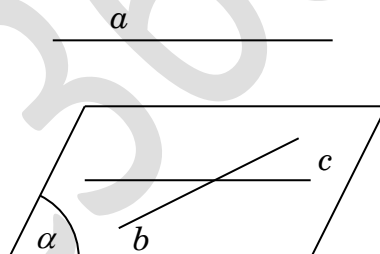
A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

**Lời giải.**



Gọi  $a$  và  $b$  là 2 đường thẳng chéo nhau,  $c$  là đường thẳng song song với  $a$  và cắt  $b$ .

Gọi  $\alpha \equiv b, c$ . Do  $a \parallel c \Rightarrow a \parallel \alpha$ .

Giả sử  $\beta \parallel \alpha$ . Mà  $b \in \alpha \Rightarrow b \parallel \beta$ .

Mặt khác,  $a \parallel \alpha \Rightarrow a \parallel \beta$ .

Có vô số mặt phẳng  $\beta \parallel \alpha$ . Vậy có vô số mặt phẳng song song với 2 đường thẳng chéo nhau. **Chọn D.**

**Câu 9.** Cho hai đường thẳng chéo nhau  $a$  và  $b$ . Khẳng định nào sau đây sai?

A. Có duy nhất một mặt phẳng song song với  $a$  và  $b$ .

B. Có duy nhất một mặt phẳng qua  $a$  và song song với  $b$ .

C. Có duy nhất một mặt phẳng qua điểm  $M$ , song song với  $a$  và  $b$  (với  $M$  là điểm cho trước).



D. Có vô số đường thẳng song song với  $a$  và cắt  $b$ .

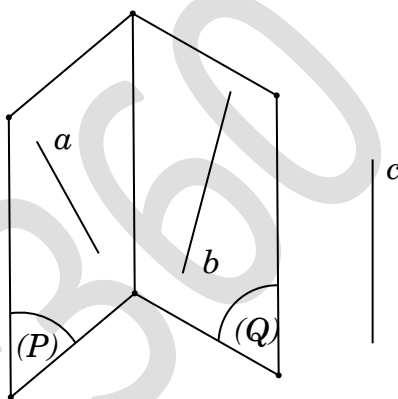
**Lời giải.** Có có vô số mặt phẳng song song với 2 đường thẳng chéo nhau.

Do đó A sai. **Chọn A.**

**Câu 10.** Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau  $a, b, c$ . Gọi  $P$  là mặt phẳng qua  $a$ ,  $Q$  là mặt phẳng qua  $b$  sao cho giao tuyến của  $P$  và  $Q$  song song với  $c$ . Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng  $P$  và  $Q$  thỏa mãn yêu cầu trên?

- A. Một mặt phẳng  $P$ , một mặt phẳng  $Q$ .
- B. Một mặt phẳng  $P$ , vô số mặt phẳng  $Q$ .
- C. Một mặt phẳng  $Q$ , vô số mặt phẳng  $P$ .
- D. Vô số mặt phẳng  $P$  và  $Q$ .

**Lời giải.**



Vì  $c$  song song với giao tuyến của  $P$  và  $Q$  nên  $c \parallel P$  và  $c \parallel Q$ .

Khi đó,  $P$  là mặt phẳng chứa  $a$  và song song với  $c$ , mà  $a$  và  $c$  chéo nhau nên chỉ có một mặt phẳng như vậy.

Tương tự cũng chỉ có một mặt phẳng  $Q$  chứa  $b$  và song song với  $c$ .

Vậy có nhiều nhất một mặt phẳng  $P$  và một mặt phẳng  $Q$  thỏa yêu cầu bài toán. **Chọn A.**



Vấn đề 2. BÀI TẬP ỨNG DỤNG



**Câu 11.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $MN \parallel mp \ ABCD$  .  
B.  $MN \parallel mp \ SAB$  .  
C.  $MN \parallel mp \ SCD$  .  
D.  $MN \parallel mp \ SBC$  .

**Lời giải.** Xét tam giác  $SAC$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SC$ .

Suy ra  $MN \parallel AC$  mà  $AC \subset ABCD \implies MN \parallel mp \ ABCD$  . **Chọn A.**

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $M$  và  $N$  là hai điểm trên  $SA, SB$  sao cho

$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}$ . Vị trí tương đối giữa  $MN$  và  $ABCD$  là:

- A.  $MN$  nằm trên  $mp \ ABCD$  .  
B.  $MN$  cắt  $mp \ ABCD$  .  
C.  $MN$  song song  $mp \ ABCD$  .  
D.  $MN$  và  $mp \ ABCD$  chéo nhau.

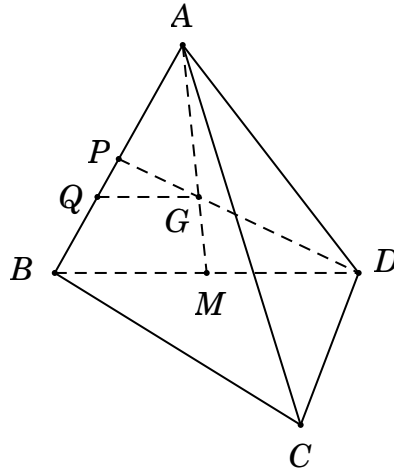
**Lời giải.** Theo định lý Talet, ta có  $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$  suy ra  $MN$  song song với  $AB$ .

Mà  $AB$  nằm trong mặt phẳng  $ABCD$  suy ra  $MN \parallel ABCD$  . **Chọn C.**

**Câu 13.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABD$ ,  $Q$  thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $AQ = 2QB$ ,  $P$  là trung điểm của  $AB$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $MN \parallel BCD$  .  
B.  $GQ \parallel BCD$  .  
C.  $MN$  cắt  $BCD$  .  
D.  $Q$  thuộc mặt phẳng  $CDP$  .

**Lời giải.**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BD$ .

Vì  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABD \Rightarrow \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$ .

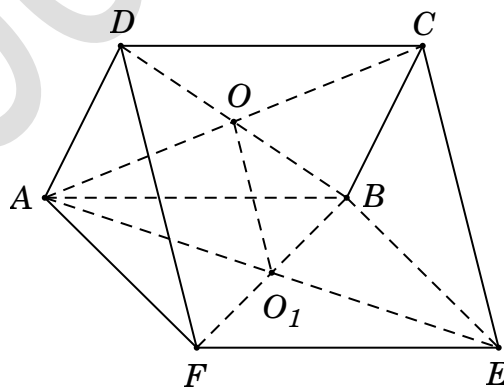
Điểm  $Q \in AB$  sao cho  $AQ = 2QB \Leftrightarrow \frac{AQ}{AB} = \frac{2}{3}$ . Suy ra  $\frac{AG}{AM} = \frac{AQ}{AB} \rightarrow GQ \parallel BD$ .

Mặt khác  $BD$  nằm trong mặt phẳng  $BCD$  suy ra  $GQ \parallel BCD$ . **Chọn B.**

**Câu 14.** Cho hai hình bình hành  $ABCD$  và  $ABEF$  không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi  $O, O_1$  lần lượt là tâm của  $ABCD, ABEF$ .  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Khẳng định nào sau đây sai ?

- A.  $OO_1 \parallel BEC$ .    B.  $OO_1 \parallel AFD$ .    C.  $OO_1 \parallel EFM$ .    D.  $MO_1$  cắt  $BEC$ .

Lời giải.



Xét tam giác  $ACE$  có  $O, O_1$  lần lượt là trung điểm của  $AC, AE$ .

Suy ra  $OO_1$  là đường trung bình trong tam giác  $ACE \Rightarrow OO_1 \parallel EC$ .

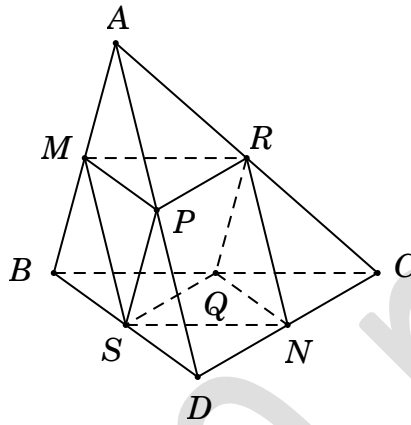
Tương tự,  $OO_1$  là đường trung bình của tam giác  $BFD$  nên  $OO_1 \parallel FD$ .

Vậy  $OO_1 \parallel BEC$ ,  $OO_1 \parallel AFD$  và  $OO_1 \parallel EFC$ . Chú ý rằng:  $EFC = EFM$ . **Chọn D.**

**Câu 15.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q, R, S$  theo thứ tự là trung điểm của các cạnh  $AC, BD, AB, CD, AD, BC$ . Bốn điểm nào sau đây không đồng phẳng?

- A.  $P, Q, R, S$ .      B.  $M, P, R, S$ .      C.  $M, R, S, N$ .      D.  $M, N, P, Q$ .

**Lời giải.**



Theo tính chất của đường trung bình của tam giác ta có

$PS \parallel AC \parallel QR$  suy ra  $P, Q, R, S$  đồng phẳng

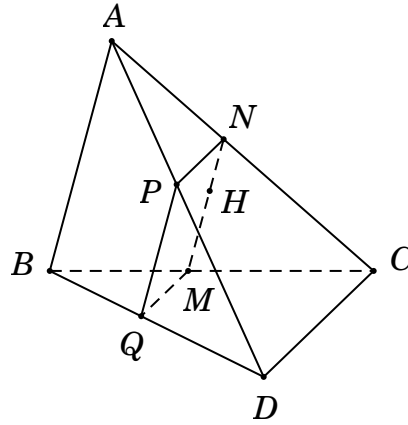
Tương tự, ta có được  $PM \parallel BC \parallel NQ$  suy ra  $P, M, N, Q$  đồng phẳng.

Và  $NR \parallel CD \parallel SN$  suy ra  $M, R, S, N$  đồng phẳng. **Chọn C.**

**Câu 16.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $H$  là một điểm nằm trong tam giác  $ABC$ ,  $\alpha$  là mặt phẳng đi qua  $H$  song song với  $AB$  và  $CD$ . Mệnh đề nào sau đây đúng về thiết diện của  $\alpha$  của tứ diện?

- A. Thiết diện là hình vuông.      B. Thiết diện là hình thang cân.  
C. Thiết diện là hình bình hành.      D. Thiết diện là hình chữ nhật.

**Lời giải.**



Qua  $H$  kẻ đường thẳng  $d$  song song  $AB$  và cắt  $BC, AC$  lần lượt tại  $M, N$ .

Từ  $N$  kẻ  $NP$  song song với  $CD$   $P \in CD$ . Từ  $P$  kẻ  $PQ$  song song với  $AB$   $Q \in BD$ .

Ta có  $MN \parallel PQ \parallel AB$  suy ra  $M, N, P, Q$  đồng phẳng và  $AB \parallel MNPQ$ .

Suy ra  $MNPQ$  là thiết diện của  $\alpha$  và tứ diện.

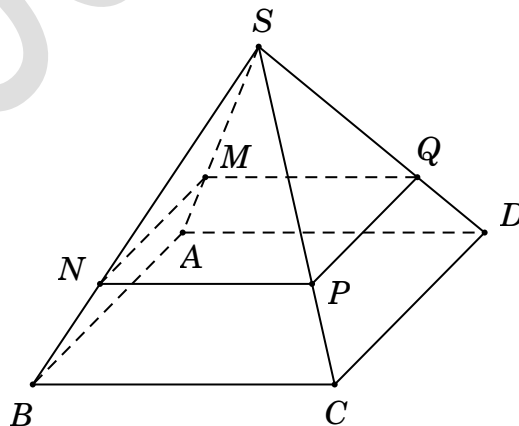
Vậy tứ diện là hình bình hành. **Chọn C.**

**Câu 17.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng 10.  $M$  là điểm trên  $SA$  sao cho  $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$ .

Một mặt phẳng  $\alpha$  đi qua  $M$  song song với  $AB$  và  $CD$ , cắt hình chóp theo một tứ giác có diện tích là:

- A.  $\frac{400}{9}$ .      B.  $\frac{20}{3}$ .      C.  $\frac{4}{9}$ .      D.  $\frac{16}{9}$ .

**Lời giải.**



Ta có  $\alpha \parallel AB$  và  $CD$  mà  $A, B, C, D$  đồng phẳng suy ra  $\alpha \parallel ABCD$ .

Giả sử  $\alpha$  cắt các mặt bên  $SAB$ ,  $SBC$ ,  $SCD$ ,  $SDA$  lần lượt tại các điểm  $N, P, Q$  với  $N \in SB, P \in SC, Q \in SD$  suy ra  $\alpha \equiv MNPQ$ .

Khi đó  $MN \parallel AB \Rightarrow MN$  là đường trung bình tam giác  $SAB \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{MN}{AB} = \frac{2}{3}$ .

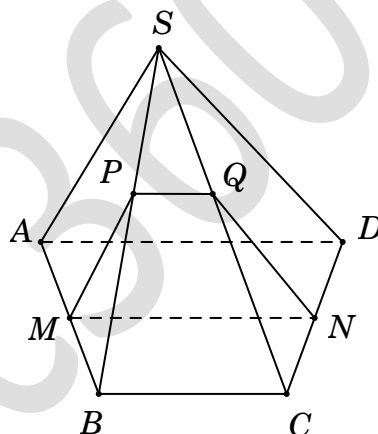
Tương tự, ta có được  $\frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{DA} = \frac{2}{3}$  và  $MNPQ$  là hình vuông.

Suy ra  $S_{MNPQ} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 S_{ABCD} = \frac{4}{9} S_{ABCD} = \frac{4}{9} \cdot 10 \cdot 10 = \frac{400}{9}$ . **Chọn A.**

**Câu 18.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình thang cân đáy lớn  $AD$ .  $M, N$  lần lượt là hai trung điểm của  $AB$  và  $CD$ .  $P$  là mặt phẳng qua  $MN$  và cắt mặt bên  $SBC$  theo một giao tuyến. Thiết diện của  $P$  và hình chóp là

- A. Hình bình hành. B. Hình thang.
- C. Hình chữ nhật. D. Hình vuông

**Lời giải.**



Xét hình thang  $ABCD$ , có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ .

Suy ra  $MN$  là đường trung bình của hình thang  $ABCD \Rightarrow MN \parallel BC$ .

Lấy điểm  $P \in SB$ , qua  $P$  kẻ đường thẳng song song với  $BC$  và cắt  $BC$  tại  $Q$ .

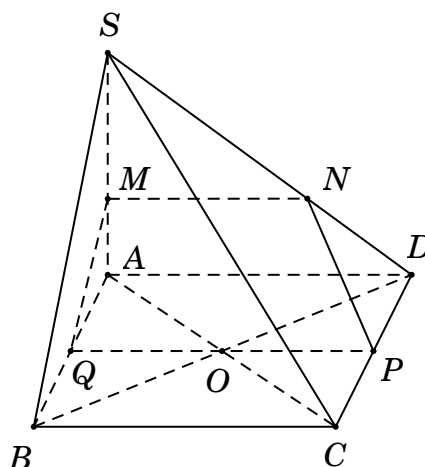
Suy ra  $P \cap SBC = PQ$  nên thiết diện  $P$  và hình chóp là tứ giác  $MNQP$  có  $MN \parallel PQ \parallel BC$ . Vậy thiết diện là hình thang  $MNQP$ . **Chọn B.**

**Câu 19.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc cạnh  $SA$  (không trùng với  $S$  hoặc  $A$ ).  $P$  là mặt phẳng qua  $OM$  và song song với  $AD$ . Thiết diện của  $P$  và hình chóp là

- A. Hình bình hành. B. Hình thang.

C. Hình chữ nhật. D. Hình tam giác.

Lời giải.



Qua  $M$  kẻ đường thẳng  $MN \parallel AD$  và cắt  $SD$  tại  $N \Rightarrow MN \parallel AD$ .

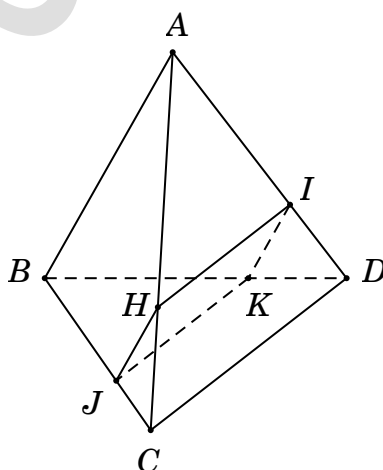
Qua  $O$  kẻ đường thẳng  $PQ \parallel AD$  và cắt  $AB, CD$  lần lượt tại  $Q, P \Rightarrow PQ \parallel AD$ .

Suy ra  $MN \parallel PQ \parallel AD \longrightarrow M, N, P, Q$  đồng phẳng  $\Rightarrow P$  cắt hình chóp  $S.ABCD$  theo thiết diện là hình thang  $MNPQ$ . **Chọn B.**

**Câu 20.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt thuộc cạnh  $AD, BC$  sao cho  $IA = 2ID$  và  $JB = 2JC$ . Gọi  $P$  là mặt phẳng qua  $IJ$  và song song với  $AB$ . Thiết diện của  $P$  và tứ diện  $ABCD$  là

A. Hình thang. B. Hình bình hành. C. Hình tam giác. D. Tam giác đều.

Lời giải.



Giả sử  $P$  cắt các mặt của tứ diện  $ABC$  và  $ABD$  theo hai giao tuyến  $JH$  và  $IK$ .

Ta có  $P \cap ABC = JH, P \cap ABD = IK$

$$ABC \cap ABD = AB, P \parallel AB \longrightarrow JH \parallel IK \parallel AB.$$

Theo định lí Thalet, ta có  $\frac{JB}{JC} = \frac{HA}{HC} = 2$  suy ra  $\frac{HA}{HC} = \frac{IA}{ID} \Rightarrow IH \parallel CD$ .

Mà  $IH \in P$  suy ra  $IH$  song song với mặt phẳng  $P$ .

Vậy  $P$  cắt các mặt phẳng  $ABC$ ,  $ABD$  theo các giao tuyến  $IH, JK$  với  $IH \parallel JK$ .

Do đó, thiết diện của  $P$  và tứ diện  $ABCD$  là hình bình hành. **Chọn B.**