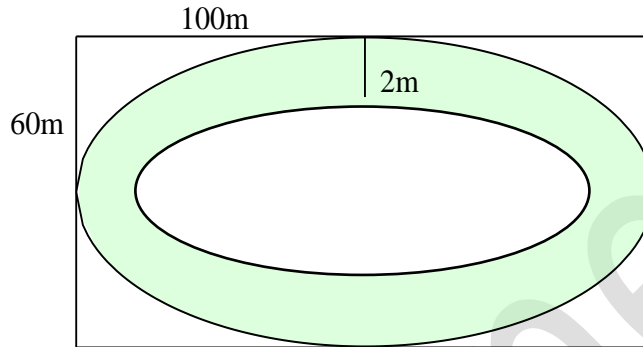


trong của con đường là hai đường elip, Elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là $2m$. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 293904000.

B. 283904000.

C. 293804000.

D. 283604000.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Xét hệ trục tọa độ Oxy đặt gốc tọa độ O vào tâm của hình Elip.

Phương trình Elip của đường viền ngoài của con đường là $(E_1): \frac{x^2}{50^2} + \frac{y^2}{30^2} = 1$. Phần đồ thị của (E_1) nằm phía trên trục hoành có phương trình $y = 30\sqrt{1 - \frac{x^2}{50^2}} = f_1(x)$.

Phương trình Elip của đường viền trong của con đường là $(E_2): \frac{x^2}{48^2} + \frac{y^2}{28^2} = 1$. Phần đồ thị của (E_2) nằm phía trên trục hoành có phương trình $y = 28\sqrt{1 - \frac{x^2}{48^2}} = f_2(x)$.

Gọi S_1 là diện tích của (E_1) và bằng hai lần diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và đồ thị hàm số $y = f_1(x)$. Gọi S_2 là diện tích của (E_2) và bằng hai lần diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và đồ thị hàm số $y = f_2(x)$.

Gọi S là diện tích con đường. Khi đó

$$S = S_1 - S_2 = 2 \int_{-50}^{50} 30\sqrt{1 - \frac{x^2}{50^2}} dx - 2 \int_{-48}^{48} 28\sqrt{1 - \frac{x^2}{48^2}} dx.$$

Tính tích phân $I = 2 \int_{-a}^a b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} dx, (a, b \in \mathbb{R}^+)$.

Đặt $x = a \sin t, \left(-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dx = a \cos t dt$.

Đổi cận $x = -a \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}; x = a \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } I &= 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} b \sqrt{1 - \sin^2 t} \cdot a \cos t dt = 2ab \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = ab \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt \\ &= ab \left(t + \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = ab\pi. \end{aligned}$$

Do đó $S = S_1 - S_2 = 50.30\pi - 48.28\pi = 156\pi$.

Vậy tổng số tiền làm con đường đó là $600000.S = 600000.156\pi \approx 294053000$ (đồng).

Câu 19: Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây. Người ta đo được đường kính của miệng ly là 4cm và chiều cao là 6cm . Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích $V(\text{cm}^3)$ của vật thể đã cho.

A. $V = 12\pi$.

B. $V = 12$.

C. $V = \frac{72}{5}\pi$.

D. $V = \frac{72}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

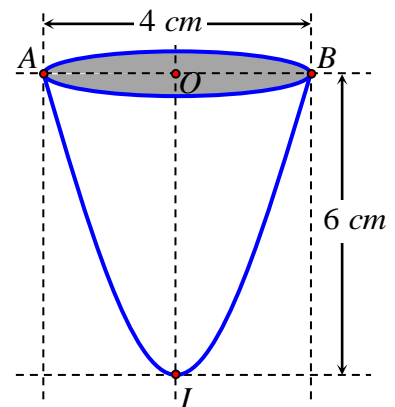
Chọn gốc tọa độ O trùng với đỉnh I của parabol (P) .

Vì parabol (P) đi qua các điểm $A(-2;6), B(2;6)$ và

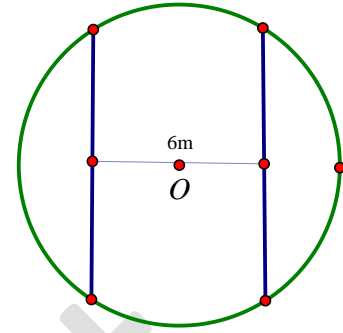
$I(0;0)$ nên parabol (P) có phương trình $y = \frac{3}{2}x^2$.

Ta có $y = \frac{3}{2}x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{2}{3}y$. Khi đó thể tích của vật thể

đã cho là $V = \pi \int_0^6 \left(\frac{2}{3}y\right) dy = 12\pi(\text{cm}^3)$.



Câu 20: Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính $6m$. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng $6m$ nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng/ m^2 . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó (số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)



A. 8412322 đồng.

B. 8142232 đồng.

C. 4821232 đồng.

D. 4821322 đồng.

Hướng dẫn giải

Xét hệ trục tọa độ oxy đặt vào tâm khu vườn, khi đó phương trình đường tròn tâm O là $x^2 + y^2 = 36$. Khi đó phần nửa cung tròn phía trên trục Ox có phương trình

$$y = \sqrt{36 - x^2} = f(x)$$

Khi đó diện tích S của mảnh đất bằng 2 lần diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, đồ thị $y = f(x)$ và hai đường thẳng $x = -3$; $x = 3$

$$\Rightarrow S = 2 \int_{-3}^3 \sqrt{36 - x^2} dx$$

Đặt $x = 6 \sin t \Rightarrow dx = 6 \cos t dt$. Đổi cận: $x = -3 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{6}$; $x = 3 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$

$$\Rightarrow S = 2 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} 36 \cos^2 t dt = 36 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (\cos 2t + 1) dt = 18 (\sin 2t + 2t) \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} = 18\sqrt{3} + 12\pi$$

Do đó số tiền cần dùng là $70000 \cdot S \approx 4821322$ đồng