Đáp án

1-C	2-B	3-D	4-A	5-A	6-D	7-B	8-C	9-A	10-A
11-B	12-B	13-D	14-D	15-B	16-C	17-C	18-A	19-A	20-D
21-A	22-D	23-A	24-B	25-B	26-D	27-A	28-D	29-D	30-C
31-C	32-C	33-C	34-D	35-D	36-A	37-A	38-A	39-D	40-B
41-A	42-C	43-D	44-B	45-C	46-C	47-C	48-B	49-A	50-C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

Ta có $y'=\dfrac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2}=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$

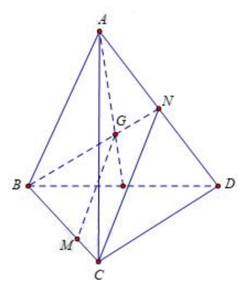
Câu 2: Đáp án B

Giả sử $M'(a,b)=T_{\vec{v}}(M)\Leftrightarrow \overrightarrow{MM'}=\vec{v}\Leftrightarrow \begin{cases}a-2=1\\ b-5=2\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=3\\ b=7\end{cases}\Rightarrow M'(3;7)$

Câu 3: Đáp án D

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Câu 4: Đáp án A

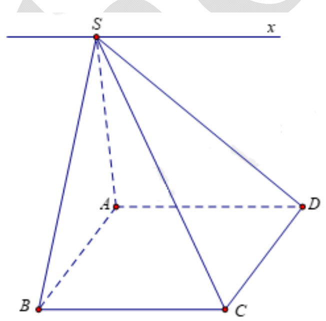


Vì G là trọng tâm ΔABD nên $\dfrac{BG}{BN}=\dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{BG}{BN}=\dfrac{BM}{BC}\Rightarrow MG//CN\Rightarrow MG//(ACD)$

Câu 5: Đáp án A

Vì $AD//BC$ nên $(SAD)\cap(SBC)=Sx//AD$



Câu 6: Đáp án D

Có tất cả 6 mặt phẳng. Đó là các mặt phẳng đi qua 1 cạnh và trung điểm của cạnh đối diện.

Câu 7: Đáp án B

Câu 8: Đáp án C

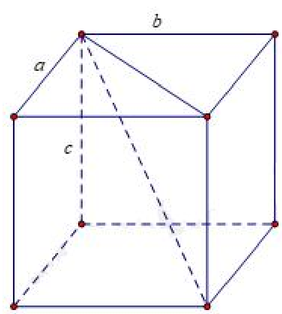
Vì $0<\frac{e}{\pi};\frac{2}{e};0,5<1<\sqrt{2}\Rightarrow$ các hàm số $y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x, y=\left(\frac{2}{e}\right)^x, y=(0,5)^x$ nghịch biến và hàm số $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ đồng biến

Câu 9: Đáp án A

Ta có $\lim\frac{2n+1}{1+n}=\lim\frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}+1}=2$

Câu 10: Đáp án A

Bán kính mặt cầu là $R=\frac{\sqrt{c^2+a^2+b^2}}{2}$



Câu 11: Đáp án B

3 số trên theo thứ tự lập thành CSN $\Leftrightarrow x^2=(2x-3)(2x+3)\Leftrightarrow x^2=4x^2-9\Leftrightarrow x^2=3\Leftrightarrow x=\sqrt{3}$

Câu 12: Đáp án B

Câu 13: Đáp án D

Câu 14: Đáp án D

Có tất cả 6 mặt phẳng. Đó là các mặt phẳng đi qua 1 cạnh và trung điểm của cạnh đối diện.

Câu 15: Đáp án B

Diện tích đáy là $S_{ABC}=\frac{1}{2}a^2\sin 60°=\frac{1}{2}a^2.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Thể tích khối chóp là: $V=\frac{1}{3}S_{ABC}.h=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

Câu 16: Đáp án C

Ta có $y' = 3x^2 + 3\left(x^2+1\right) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; +\infty\right)$

Câu 17: Đáp án C

$$\text{PT} \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x+\frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right., \ k \in \mathbb{Z}$$

Câu 18: Đáp án A

Câu 19: Đáp án A

Câu 20: Đáp án D

Ta có $f(x) = -\cos 2x - x \Rightarrow f'(x) = 2\sin 2x - 1$

Câu 21: Đáp án A

Số các số thỏa mãn đề bài là $A_6^4 = 360$

Câu 22: Đáp án D

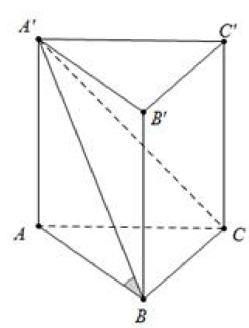
Hàm số xác định $\Leftrightarrow 4x^2 - 1 \ne = \Leftrightarrow x \ne \pm\frac{1}{2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$

Câu 23: Đáp án A

Số cách chọn là $A_{12}^3 = 1320$

Câu 24: Đáp án B

Câu 25: Đáp án B



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'BA)$

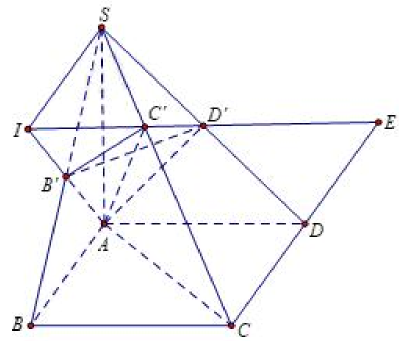
Do đó $\widehat{\left((A'BC);(ABC)\right)} = \widehat{A'BA} = 60°$

Lại có ΔABC vuông cân tại B do đó $AB = BC = a$

Suy ra $AA' = AB\tan 60° = a\sqrt{3}$

Khi đó $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.h = \frac{a^2}{2}.a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 26: Đáp án D



Ta có $\frac{SI}{AB}=\frac{SB'}{B'B}=1\Rightarrow SI=AB(1)$

$\frac{SI}{DE}=\frac{SD'}{D'D}=1\Rightarrow SI=DE(1)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{SC'}{C'C}=\frac{SI}{CE}=\frac{1}{2}\Rightarrow \frac{SC'}{SC}=\frac{1}{3}$

Ta có $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}=\frac{1}{6}\Rightarrow V_{S.AB'C'}=\frac{1}{6}V_{S.ABC}=\frac{1}{12}V$

$\frac{V_{S.AC'D'}}{V_{S.ACD}}=\frac{SD'}{SD}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}=\frac{1}{6}\Rightarrow V_{S.AB'C'}=\frac{1}{6}V_{S.ACD}=\frac{1}{12}V$

$\Rightarrow V_{S.AB'C'D'}=\frac{1}{12}V+\frac{1}{12}V=\frac{1}{6}V$

Câu 27: Đáp án A

Ta có $u_2=\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}=\sqrt{\cos^2\frac{\alpha}{2}}\Rightarrow u_3=\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\alpha}{2}}{1}}=\cos\frac{\alpha}{2^2}\Rightarrow u_4=\cos\frac{\alpha}{2^3}$

Suy ra $u_{2017}=\cos\left(\frac{\alpha}{2^{2016}}\right)$

Câu 28: Đáp án D

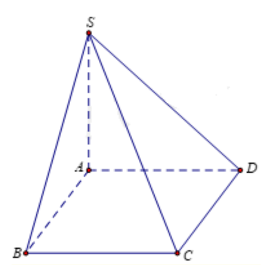
Áp dụng công thức trả góp: $a=\frac{A.r.(1+r)^n}{(1+r)^n-1}$

Gọi n là số tháng phải trả, khi đó ta có

$5,6=\frac{300.0,5\%(1+0,5\%)^n}{(1+0,5\%)^n-1}\Rightarrow n=62,51$

Suy ra cần 63 tháng để trả hết nợ

Câu 29: Đáp án D



Vì $DC//AB$ nên $d(SB;CD)=d(CD;(SAB))$

$=d(D;(SAB))=AD=a$

Câu 30: Đáp án C

Chọn ra 8 tấm thẻ 1 cách ngẫu nhiên có $|\Omega|=C_{20}^8$ cách

Trong 20 tấm thẻ có 10 tấm mang số lẻ, có 5 tấm mang số chẵn không chia hết cho 4 và 5 tấm thẻ mang số chẵn chia hết cho 4

TH1: Lấy được 5 tấm mang số lẻ, 2 tấm mang số chẵn chia hết cho 4 và tấm mang 1 số chẵn không chi hết cho 4 có: $C_{10}^5.C_5^2.C_5^1$

TH2: Lấy được 5 tấm mang số lẻ, 3 tấm mang số chẵn chia hết cho 4 có $C_{10}^5.C_5^3$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $p=\dfrac{C_{10}^5.C_5^3+C_{10}^5.C_5^2.C_5^1}{C_{20}^8}=\dfrac{504}{4199}$

Câu 31: Đáp án C

Hàm số $y=|x-1|=\sqrt{(x-1)^2}\Rightarrow y'=\dfrac{2(x-1)}{2\sqrt{(x-1)^2}}$ không có đạo hàm tại điểm $x=1$ nên nó không có đạo hàm trên $\mathbb{R}$

Câu 32: Đáp án C

Gọi chiều dài đáy là x và chiều cao hộp là $y\left(x,y>0;cm\right)$

Ta có $V=x^2y=180;S_{tp}=4xy+2x^2=\dfrac{4.180}{x}+2x^2=\dfrac{360}{x}+\dfrac{360}{x}+2x^2\ge 3\sqrt[3]{360^2.2}$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{360}{x}=2x^2\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{180}\Rightarrow y=\dfrac{180}{x^2}=\sqrt[3]{180}\left(cm\right)$

Câu 33: Đáp án C

Ta có $y=2x+m-\sqrt{4x^2+x+1}=\dfrac{(2x+m)^2-\left(4x^2+x+1\right)}{2x+m=\sqrt{4x^2+x+1}}=\dfrac{4mx-x+m^2-1}{2x+m=\sqrt{4x^2+x+1}}$

Khi đó $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x(4m-1)}{2x+2x}=\dfrac{4m-1}{4}$

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=\dfrac{4m-1}{4}$

Câu 34: Đáp án D

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{2017}^k\left(2x^2-3x\right)^k=C_{2017}^kC_k^i\left(2x^2\right)^i.(-3x)^{k-i}$

$=C_{2017}^k.C_k^i.2^i.(-3)^{k-i}.x^{k+1}\left(0\le i\le k\le 2017\right)$

Cho $k+i=2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}k=2;i=0\\k=1;i=1\end{array}\right.$

Vậy $a_2=C_{2017}^2.C_2^0.2^0.(-3)^2+C_{2017}^1.C_1^1.2^1.(-3)^0=18302258$

Câu 35: Đáp án D

Gọi $M\left(3;a\right)$

Phương trình tiếp tuyến của $\lim\limits_{x\to+\infty}$ có dạng: $y=\left(3x_0^2-6x_0\right)\left(x-x_0\right)+x_0^3-3x_0^2+2\left(d\right)$

Do d đi qua điểm $M\left(3;a\right)$ nên $a=\left(3x_0^2-6x_0\right)\left(3-x_0\right)+x_0^3-3x_0^2+2$

$\Leftrightarrow a=-2x_0^3+12x_0^2-18x_0+2=f\left(x_0\right)(*)$

Xét hàm số $f\left(x\right)=2x^3+12x^2-18x+2\Rightarrow f'\left(x\right)=-6x^2+24x-18=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=1\end{array}\right.$

Lại có $f\left(1\right)=-6;f\left(3\right)=2$

Vẽ BTT hoặc phát họa độ thị hàm số $f\left(x\right)\Rightarrow(*)$ có 3 nghiệm phân biệt khi $-6<a<2$

Vì a là số nguyên nhỏ nhất nên $a=-5$

Câu 36: Đáp án A

Ta có $I=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(x+1\right)^2-\left(x^2-x+2\right)}{x+1+\sqrt{x^2-x+2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-1}{x+1+\sqrt{x^2-x+2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{x+x}=\dfrac{3}{2}$

Cách 2: Dùng phím CALC với $x=10^{10}$

Câu 37: Đáp án A

Ta có $y'=3x^2+4x+m-3$

Hàm số có 2 điểm cực trị khi $\Delta'=4-3\left(m-3\right)=13-3m>0$

Lấy $\dfrac{y}{y'}$ tìm phần dư ta được phương trình đường thẳng qua các điểm cực trị là

$y=\left[\dfrac{2\left(m-3\right)}{3}-\dfrac{8}{9}\right]x+m-\dfrac{2\left(m-3\right)}{3}\left(d\right)$

Do d đi qua $M\left(9;-5\right)$ nên $-5=9\left[\dfrac{2\left(m-3\right)}{3}-\dfrac{8}{9}\right]+m-\dfrac{2\left(m-3\right)}{3}\Leftrightarrow m=3$

Câu 38: Đáp án A

Chu vi hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ kí hiệu là $u_1=4$

Chu vu hình vuông $A_kB_kC_kD_k=u_k\Rightarrow A_kB_k=\dfrac{u_k}{4}\Rightarrow A_{k+1}B_{k+1}=\dfrac{1}{2}.A_kB_k\sqrt{2}$ (Độ dài đường chéo chia đôi)

$=\dfrac{u_k\sqrt{2}}{8}$. Do đó chu vi hình vuông $A_{k+1}B_{k+1}C_{k+1}D_{k+1}=u_{k+1}=4A_{k+1}B_{k+1}=\dfrac{u_k\sqrt{2}}{2}=\dfrac{u_k}{\sqrt{2}}$

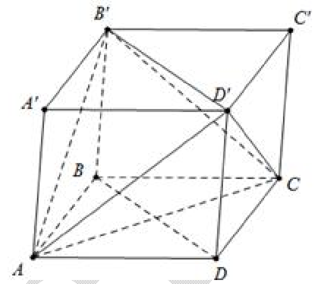
Do đó $u_{2018}=\dfrac{u_1}{\left(\sqrt{2}\right)^{2017}}=\dfrac{4.\sqrt{2}}{2^{1009}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$

Câu 39: Đáp án D

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy $f'(x)<0 \Leftrightarrow x<0$

Do đó hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

Câu 40: Đáp án B



[Xem hình vẽ bên]

Ta thấy không tồn tại khối đa diện $A'C'BD$. Đặt $V=V_{ABCD.A'B'C'D}$

$$V_{A'B'D'A}=V_{DADD'}=V_{C'B'D'C}=V_{BACB'}=\frac{V}{6}$$

$$V_{ACB'D'}=V-4\frac{V}{6}=\frac{V}{3}$$

Câu 41: Đáp án A

Xét hàm số $y=x^4-2mx^2$, ta có $y'=4x^3-4mx=0 \Rightarrow x\left(x^2-m\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m \end{array}\right. \quad (*)$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow (*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác $0 \Rightarrow m>0$

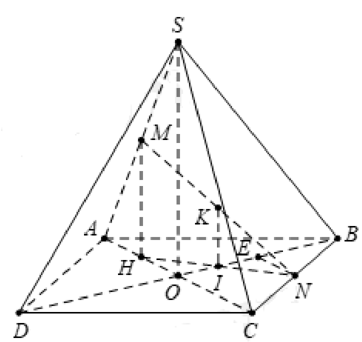
Gọi $A(0;0), B\left(\sqrt{m};-m^2\right), C\left(-\sqrt{m};-m^2\right)$ là 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số

Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow H\left(0;-m^2\right) \Rightarrow \overrightarrow{AH}=\left(0;-m^2\right) \Rightarrow AH=m^2$

Diện tích tam giác ABC là $S=\frac{1}{2}.AH.BC=\frac{1}{2}.m^2.2\sqrt{m}=m^2\sqrt{m}<1 \Leftrightarrow 0<m<1$

Câu 42: Đáp án C

Gọi H là trung điểm của $OA \Rightarrow MH//SO \Rightarrow MH \perp (ABCD)$



Suy ra $\widehat{MN,(ABCD)}=\widehat{(MN;HN)}=\widehat{MNH}=60° \Rightarrow MN=\frac{a\sqrt{10}}{2}$

Gọi $I=HN \cap BD$, qua I kẻ đường thẳng // MH cắt MN tại K

Khi đó $K=MN \cap (SBD)$ và E là hình chiếu của N trên BD

Suy ra $NE \perp (SBD) \Rightarrow \widehat{MN;(SBD)}=\widehat{NK;EK}=\widehat{NKE}$

Tam giác NEK vuông tại E có

$$NE=\frac{OC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{4}; NK=\frac{MN}{2}=\frac{a\sqrt{10}}{4}$$

$$\sin\widehat{NKE}=\frac{EN}{NK}=\frac{a\sqrt{2}}{4}:\frac{a\sqrt{10}}{4}=\frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \cos(MN;(SBD))=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Câu 43: Đáp án D

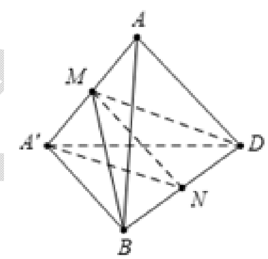
Ta có $\log_{60}1050=\dfrac{\log_2 1050}{\log_2 60}=\dfrac{\log_2\left(2.3.5^2.7\right)}{\log_2\left(2^2.3.5\right)}=\dfrac{1+\log_2 3+2\log_2 5+\log_2 7}{2+\log_2 3+\log_2 5}=\dfrac{1+a+2b+c}{2+a+b}$

Câu 44: Đáp án B

Xét tứ diện $AA'BD$ có $\begin{cases} AB=AA'=AD=a \\ \widehat{A'AB}=\widehat{A'AD}=\widehat{BAD}=60^\circ \end{cases}\Rightarrow AA'BD$ là tứ diện đều

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BD

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BD



ΔMBD cân tại $M\Rightarrow MN\perp CD,\Delta NAA'$ cân tại $N\Rightarrow MN\perp AA'$

Suy ra MN là đoạn vuông góc chung của AA' và BD

Tam giác MNB vuông tại M có $MB=\dfrac{a\sqrt{3}}{2},NB=\dfrac{a}{2}\Rightarrow MN=\sqrt{MB^2-BN^2}$

$MN=\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow d\left(AA';BD\right)=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 45: Đáp án C

Ta có $x^3+x\left(x+1\right)=m\left(x^2+1\right)^2\Leftrightarrow x\left(x^2+1\right)+x^2=m\left(x^2+1\right)^2\Leftrightarrow m=\dfrac{x}{x^2+1}+\left(\dfrac{x}{x^2+1}\right)^2$ (*)

Đặt $t=\dfrac{x}{x^2+1}$ vì $x^2+1=|x|^2+1\geq 2|x|\Leftrightarrow\dfrac{|x|}{x^2+1}\leq\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow-\dfrac{1}{2}\leq\dfrac{x}{x^2+1}\leq\dfrac{1}{2}$ suy ra $t\in\left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right]$

Xét hàm số $f\left(t\right)=t+t^2$ trên $\left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right]\Rightarrow\max\limits_{\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]}f\left(t\right)=\dfrac{3}{4};\min\limits_{\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]}f\left(t\right)=-\dfrac{1}{4}$

Vậy để phương trình(*) có nghiệm $-\dfrac{1}{4}\leq m\leq\dfrac{3}{4}$

Câu 46: Đáp án C

Dựa vào hình vẽ, ta thấy rằng:

Đồ thị $\left(C_3\right)$ có dạng đồ thị hàm số trùng phương.

Đồ thị $\left(C_2\right)$ có dạng đồ thị hàm số bậc hai (parabol)

Đồ thị $\left(C_1\right)$ có dạng đồ thị hàm số bậc ba

Vậy đồ thị của các hàm số $y=f\left(x\right),y=f'\left(x\right),y=f''\left(x\right)$ lần lượt là $\left(C_3\right),\left(C_1\right)\left(C_2\right)$

Câu 47: Đáp án C

Ta có $h(x)=f(x)-x$ suy ra $h'(x)=f'(x)-1$

Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt đường thẳng $y=1$ tại điểm có hoành độ $x_0\in(-2;-1)$

Dựa vào hình vẽ, ta thấy $f'(x)>1$ trên khoảng $(x_0;+\infty)\Rightarrow h'(x)>0,\forall x\in(x_0;+\infty)$

Suy ra $h(x)$ là hàm số đồng biến trên $(x_0;+\infty)$. Vậy $h(-1)<h(0)<h(2)$

Câu 48: Đáp án B

Ta có $\cos 2x-(2m-1)\cos x-m+1=0\Leftrightarrow 2\cos^2 x-1-(2m-1)\cos x-m+1=0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x-(2m-1)\cos x-m=0\Leftrightarrow 2\cos^2 x+\cos x-(2\cos x+1)m=0$

$\Leftrightarrow (2\cos x+1)(\cos x-m)\Leftrightarrow \cos x=m$ vì $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow \cos x\in[0;1]\Rightarrow 2\cos x+1\neq 0$

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow \cos x=m$ có 2 nghiệm $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

Suy ra $0\le m<1$ ($m=1$ thì phương trình có nghiệm duy nhất) là giá trị cần tìm

Câu 49: Đáp án A

Xét khai triển $\left(3x^2+\frac{1}{x}\right)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k.(3x^2)^{n-k}.\left(\frac{1}{x}\right)^k=\sum_{k=0}^{n}C_n^k.3^{n-k}.x^{2n-3k}$

Hệ số của x^3 ứng với $\begin{cases}3^{n-k}.C_n^k=3^4.C_n^5\\ x^{2n-3k}=x^3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=5\\ n-k=4\\ 2n-3k=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=9\\ k=5\end{cases}$

Câu 50: Đáp án C

Gọi (C') là ảnh của (C) qua $V_{\left(0;\frac{1}{2}\right)}$ và $I'(x';y'),R'$ là tâm và bán kính của đường tròn (C')

Ta có $V_{\left(0;\frac{1}{2}\right)}((C))=(C)\Rightarrow\begin{cases}R'=\frac{1}{2}R=\sqrt{3}\\ \overrightarrow{OI'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OI}\Rightarrow I'(3;2)\end{cases}\Rightarrow$ Phương trình $(C'):(x-3)^2+(y-2)^2=3$

Gọi (C'') là ảnh của (C') qua $Q_{(0;90^\circ)}$ và $I''(x'';y''),R''$ là tâm và bán kính của đường tròn (C'')

Suy ra $Q_{(0;90^\circ)}((C'))=(C'')\Rightarrow\begin{cases}R''=R'=\sqrt{3}\\ OI'=OI''\\ \overrightarrow{OI'}.\overrightarrow{OI''}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}I''(-2;3)\\ R''=\sqrt{3}\end{cases}$. Vậy $(C'):(x+2)^2+(y-3)^2=3$