

Đáp án

1-D	2-C	3-A	4-C	5-D	6-D	7-A	8-B	9-B	10-D
11-B	12-C	13-C	14-C	15-B	16-C	17-D	18-D	19-B	20-A
21-C	22-A	23-D	24-A	25-A	26-C	27-A	28-A	29-B	30-D
31-C	32-D	33-B	34-B	35-D	36-A	37-A	38-D	39-C	40-C
41-D	42-C	43-A	44-B	45-B	46-B	47-C	48-B	49-A	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D

Hình chóp tam giác đều có 3 mặt phẳng đối xứng đó là các mặt phẳng đi qua cạnh bên và trung điểm cạnh đối diện

Câu 2: Đáp án C

Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là \mathbb{R} và tập giá trị là $(0; +\infty)$

Câu 3: Đáp án A

Câu 4: Đáp án C

Ta có $K = \log_3 \sqrt[3]{x} = \log_3 x^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_3 x = 2$

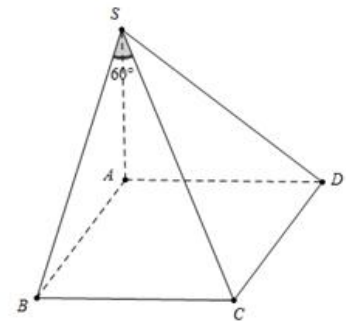
Câu 5: Đáp án D

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

Khi đó $\widehat{SB; (SAB)} = \widehat{CSB} = 60^\circ$

Ta có: $SB = BC \cdot \cot 60^\circ = \frac{2a}{\sqrt{3}} \Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$

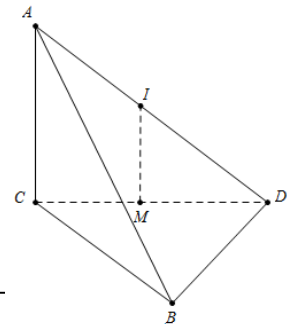
Do vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{2a^2 \sqrt{3}}{9}$



Câu 6: Đáp án D

Gọi M là trung điểm của CD đường thẳng qua M song song với AC cắt AD tại trung điểm I của AD. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối tứ diện

Ta có: $CD = \sqrt{BC^2 + BD^2} = 5a$



Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD là:

$$R = \frac{SD}{2} = \frac{\sqrt{CD^2 + AC^2}}{2} = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$$

Câu 7: Đáp án A

Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 9 \Rightarrow d: y = -8x + 2$ là đường thẳng đi qua A, B $\Rightarrow N(0; 2) \in d$

Câu 8: Đáp án B

Câu 9: Đáp án B

Ta có $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{2} SA.S_{ABC} = 32$$

Câu 10: Đáp án D

Câu 11: Đáp án B

Câu 12: Đáp án C

Gọi r và h tương ứng là bán kính đáy và chiều cao của khối trụ

$$\text{Ta có } r^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 = R^2 \Rightarrow r^2 = R^2 - \left(\frac{h}{2}\right)^2$$

$$\text{Thể tích khối trụ là } \pi r^2 h = \pi \left(R^2 - \frac{h^2}{4}\right) h = \pi \left(R^2 h - \frac{h^3}{4}\right)$$

$$\text{Xét hàm } f(h) = R^2 h - \frac{h^3}{4}, h \in (0; 2R)$$

$$\text{Ta có: } f'(h) = R^2 - \frac{3}{4}h^2 = 0 \Leftrightarrow h = \frac{2R}{\sqrt{3}} \Rightarrow f_{\max} = f\left(\frac{2R}{\sqrt{3}}\right) = \frac{4R^3}{3\sqrt{3}} \Rightarrow V_2 = \frac{4R^3\pi}{3\sqrt{3}} \text{ khi } h = \frac{2R}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Khi đó: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4R^3\pi}{3}}{\frac{4R^3\pi}{3\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$$

Câu 13: Đáp án C

$$\text{Chiều cao là } \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$$

$$\text{Thể tích khối nón là: } V = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi(\text{cm}^3)$$

Câu 14: Đáp án C

Ta có $(x+1)(x^2-2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow (C)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt

Câu 15: Đáp án B

Câu 16: Đáp án C

PT $\Leftrightarrow 2^{3-4x} = 2^{-5} \Leftrightarrow 3-4x = -5 \Leftrightarrow x = 2$

Câu 17: Đáp án D

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 10-2x > 0 \Leftrightarrow x < 5 \Rightarrow D = (-\infty; 5)$

Câu 18: Đáp án D

Ta có $y' = \frac{m^2 - 2m - 8}{(x - m - 4)^2}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2021; +\infty)$

$$\Leftrightarrow y' > 0 \Rightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 8 > 0 \\ x - m - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < -2 \\ m \neq x - 4 \end{cases} \Rightarrow 4 < m \leq 2017$$

Suy ra $m \in \{5; 6; 7; \dots; 2017\} \Rightarrow S = 5 + 6 + 7 + \dots + 2017 = \frac{2013}{2}(5 + 2017) = 2035143$

Câu 19: Đáp án B

Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) \Rightarrow \begin{cases} y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -1 < x < 0 \end{cases} \\ y' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 0 < x < 1 \end{cases} \end{cases}$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$

Câu 20: Đáp án A

Câu 21: Đáp án C

PT $\Leftrightarrow \log_5 x = \log_5 a^4 + \log_5 b^3 = \log_5 (a^4 b^3) \Rightarrow x = a^4 b^3$

Câu 22: Đáp án A

Câu 23: Đáp án D

Câu 24: Đáp án A

Câu 25: Đáp án A

Câu 26: Đáp án C

Hàm số có tập xác định $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 2 TCN

$$\text{Có } \sqrt{x^2 - 4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}} = 0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 TCD

Câu 27: Đáp án A

Câu 28: Đáp án A

Với hình vẽ trên giả sử $ME = x, NF = y$ khi đó $x + y = 12$

$$\text{Khi đó } AC = \sqrt{x^2 + 4}, BC = \sqrt{(10-x)^2 + 9}$$

Ta có: Quảng đường AB là $AM + MN + NB$ ngắn nhất khi $AM + BN$ nhỏ nhất

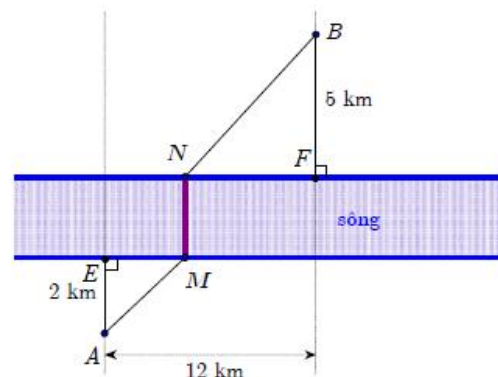
$$\text{Ta có } AM + BN = \sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{y^2 + 25}$$

$$\text{Đặt } \vec{u}(a; b); \vec{v}(c; d) \text{ thì ta có } |\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}|$$

$$\text{Do đó } \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2} \text{ dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \vec{u} = k\vec{v} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\text{Áp dụng ta có: } AM + BN = \sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{y^2 + 25} \geq \sqrt{(x+y)^2 + (2+5)^2} = \sqrt{12^2 + 7^2}$$

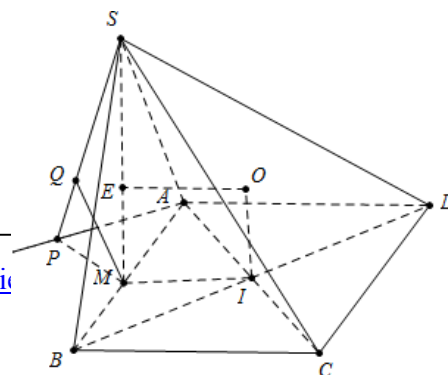
$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \frac{x}{y} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{27}{4} \Rightarrow AM = \sqrt{x^2 + 4} = \frac{2\sqrt{193}}{7} \text{ km}$$



Câu 29: Đáp án B

Câu 30: Đáp án D

Gọi I và E tương ứng là tâm hình vuông ABCD và tam giác SAB.



Đặt $AB = a$. Kẻ $d // SM, d' // MI, d \cap d' = O$. Khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp

Ta có:

$$OE = \frac{BC}{2}; SM = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SO = \sqrt{SE^2 + OE^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$$

$$\text{Mà } R = SO = \sqrt{\frac{84\pi}{4\pi}} = \sqrt{21} \Rightarrow \frac{a\sqrt{21}}{6} = \sqrt{21} \Rightarrow a = 6$$

$$\text{Dựng } Ax // BD \Rightarrow d(SA; BD) = d(B; (SAx))$$

$$= d(B; (SAx)) = 2d(M; (SAx)). \text{Dựng } \begin{cases} MP \perp Ax \\ MQ \perp SP \end{cases} \Rightarrow d_M = MQ$$

$$\text{Mặt khác } MP = AM \sin 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{2}; SM = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \Rightarrow MQ = \frac{SM \cdot MP}{\sqrt{SM^2 + MP^2}} = \frac{3\sqrt{21}}{7}$$

$$\text{Do đó } d = \frac{6\sqrt{21}}{7} \text{ cm}$$

Câu 31: Đáp án C

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } x^2 + x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Câu 32: Đáp án D

$$y' = x^2 - 6x + m^2$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = 9 - m^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 3 \end{cases}$$

Câu 33: Đáp án B

Với $a > 1$, hàm số $y = \log_a x$ là một hàm đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Câu 34: Đáp án B

$$\text{Ta có } \log_3 \frac{1-y}{x+3xy} = 3xy + x + 3y - 4 \Leftrightarrow \log_3(1-y) - \log_3(x+3xy) = x + 3xy + 3(y-1) - 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3 3(1-y) + 3(y-1) = \log_3(x+3xy) + x + 3xy$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \log_3 t + t (t > 0), \text{ ta có: } f'(t) = \frac{1}{t \ln 3 + 1} > 0 (\forall t > 0) \text{ nên hàm số } f(t) \text{ đồng}$$

biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Do đó $f(3-3y) = f(x+3xy) \Leftrightarrow 3-3y = x+3xy$

Khi đó

$$3-x = 3y(x+1) \Rightarrow y = \frac{3-x}{3(x+1)} \Rightarrow P = x + \frac{3-x}{3(x+1)} \Rightarrow P' = 1 - \frac{4}{3(x+1)^2} = 0 \Rightarrow x = -1 + \frac{2}{\sqrt{3}}$$

(do $x > 0$). Từ đó suy ra $P_{\min} = P\left(-1 + \frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \frac{4\sqrt{3}-4}{3}$

Câu 35: Đáp án D

Ta có $x=1$ là tiệm cận đứng và $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Câu 36: Đáp án A

Ta có $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 10}$

Câu 37: Đáp án A

Mỗi cạnh của một hình đa diện là cạnh chung của đúng 2 mặt của hình đa diện đó

Câu 38: Đáp án D

Câu 39: Đáp án C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$ (loại D)

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;0)$ (loại B)

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị (loại A)

Câu 40: Đáp án

Ta có $y' = \frac{8+m^2}{(x+8)^2} > 0 (\forall x \neq -8)$. Do đó hàm số đồng biến trên đoạn $[0;3]$

Do đó $\min_{[0;3]} f(x) = f(0) = \frac{-m^2}{8} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -4 \end{cases}$

Câu 41: Đáp án D

$$9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + m = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 6 \cdot 3^x + m = 0 \xrightarrow{t=3^x > 0} t^2 - 6t + m = 0$$

Giải thiết bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - m > 0 \\ S = 2 > 0; P = m > 0 \\ t_1 t_2 = 3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = m = 3^{x_1+x_2} = 3^0 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$

Câu 42: Đáp án C

Ta có $y' = \frac{-6}{(x-2)^2} < 0 (\forall x \in [3;4])$.

Do đó hàm số nghịch biến trên đoạn $[3;4]$ suy ra $\text{Max}_{[3;4]} f(x) = f(3) = 7$

Câu 43: Đáp án A

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4; y'' = 2x - 2m$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3 \Rightarrow y'(3) = 5 - 6m + m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = 1 \end{cases}$

Với $m = 5 \Rightarrow y''(3) < 0 \Rightarrow x = 3$ là điểm cực đại

Với $m = 1 \Rightarrow y''(3) > 0 \Rightarrow x = 3$ là điểm cực tiểu

Câu 44: Đáp án B

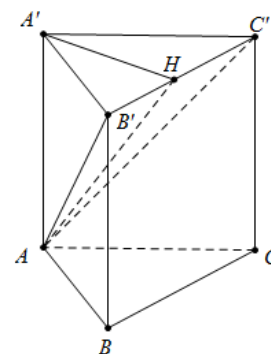
Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

Dựng $A'H \perp B'C'$, lại có $AA' \perp B'C'$ nên $(AA'H) \perp B'C'$

DO ĐÓ $\widehat{AHA'} = 30^\circ$, ta có $A'H = A'B \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$

$\Rightarrow AA' = A'H \tan 30^\circ \Rightarrow AA' = \frac{a}{2\sqrt{3}}$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^3}{8}$



Câu 45: Đáp án B

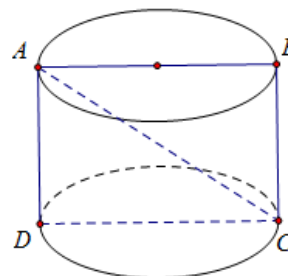
Ta có ABC là tam giác vuông cân tại A và $BC = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = AC = a \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} a^2$

Thể tích V của khối lăng trụ đã cho $V = Sh = \frac{a^3}{2}$

Câu 46: Đáp án B

Ta có $h = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 3a; r = \frac{AB}{2} = 2a$

Khi đó $V_{(T)} = \pi r^2 h = 12a^3 \pi$



Câu 47: Đáp án C

Ta có $l^2 = r^2 + h^2$

Câu 48: Đáp án B

Câu 49: Đáp án A

$$M = \frac{a^{\frac{1}{5}} \left(a^{\frac{3}{10}} - a^{-\frac{1}{5}} \right)}{a^{\frac{2}{3}} \left(a^{\frac{1}{3}} - a^{-\frac{2}{3}} \right)} = \frac{\left(a^{\frac{1}{2}} - 1 \right)}{(a-1)} = \frac{\sqrt{a} - 1}{(\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1)} = \frac{1}{\sqrt{a} + 1}$$

Cách 2: Cho $a = 2$ bấm máy ta được $M = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

Câu 50: Đáp án A

Tiền (gốc lẫn lãi) sinh ra bởi số tiền gửi đầu tháng 1 là: $T_1 = 3(1+r)^n$

Tiền (gốc lẫn lãi) sinh ra bởi số tiền gửi đầu tháng 2 là: $T_2 = 3(1+r)^{n-1}$

.....

$$\text{Do đó } \sum T = 3 \left[(1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^n \right] = 3 \cdot (1+r) \cdot \frac{1 - (1+r)^n}{1 - (1+r)} = 503 \left[(1+r)^n - 1 \right]$$

Theo giả thiết ta có: $503 \left[(1+0,006)^n - 1 \right] > 100 \Rightarrow n > 30,31$