Đáp án

1-D	2-D	3-B	4-D	5-D	6-B	7-C	8-B	9-D	10-B
11-D	12-A	13-B	14-A	15-C	16-B	17-D	18-D	19-C	20-C
21-D	22-D	23-C	24-A	25-D	26-A	27-D	28-A	29-B	30-C
31-B	32-D	33-B	34-C	35-A	36-C	37-A	38-D	39-B	40-A
41-A	42-C	43-C	44-D	45-B	46-C	47-D	48-A	49-B	50-B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D

Ta có $f'(x)=3ax^2+2bx+c$ đi qua các điểm $(0;0),(1;-1),(2;0)$ nên $a=\frac{1}{3}, b=-1, c=0$

Do vậy: $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+d$. Điểm tiếp xúc với trục hoành là cực trị của đồ thị hàm số và tại đó ta có $x=0$ hoặc $x=2$. Vì đồ thị hàm số $y=f(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ dương nên đồ thị hàm số tiếp xúc trục hoành tại điểm $x=2$ nghĩa là: $f(2)=0 \Leftrightarrow d=\frac{4}{3}$

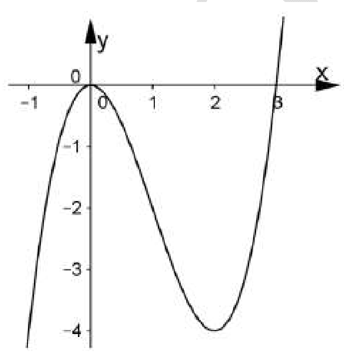
Câu 2: Đáp án D

Câu 3: Đáp án B

Câu 4: Đáp án B

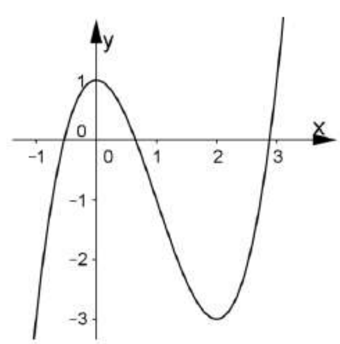
Câu 5: Đáp án B

Ta có thể vẽ đồ thị hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d+1\right|$ theo ba bước sau:



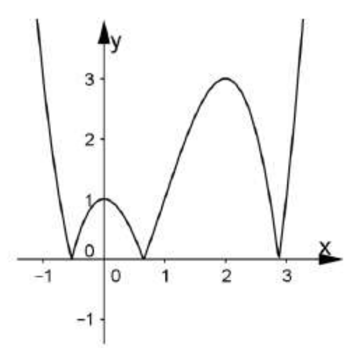
$\boxed{y=ax^3+bx^2+cx+d}$

Đồ thị gốc ban đầu



$\boxed{y=ax^3+bx^2+cx+d+1}$

Tịnh tiến lên trên 1 đơn vị



$\boxed{y=\left|ax^3+bx^2+cx+d+1\right|}$

Lật phần bên dưới qua trụ hoành

Câu 6: Đáp án B

Câu 7: Đáp án C

Câu 8: Đáp án B

Câu 9: Đáp án D

Trường hợp này rõ ràng là có 3 cực trị với $a<0, b>0$, tuy nhiên điểm cắt trục tung $(0;c)$ có tung độ dương nên ta có $c>0$

Câu 10: Đáp án B

Ta có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Vì $f(b)><0$ nên rõ ràng có nhiều nhất 2 giao điểm.

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$		$\searrow$	$f(a)$	$\nearrow$	$f(b)<0$	$\searrow$	$f(c)$	$\nearrow$	

Câu 11: Đáp án D

Cắt trục hoành tại điểm $(-2;0)$ nên $\boxed{a=1}$. Tiệm cận ngang $y=1$ nên có $\boxed{c=1}$.

Tiệm cận đứng $x=2$ nên có $\boxed{b=-2}$

Câu 12: Đáp án A

Tiệm cận ngang nằm trên trục hoành nên $\boxed{a>0}$, hàm số đồng biến nên $0<a<b$

Câu 13: Đáp án B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=-1$ nên có hai tiệm cận ngang $y=\pm1$

Câu 14: Đáp án A

Tiệm cận đứng đi qua điểm $M(2;3)$ nên $\boxed{b=2}$. Tiệm cận ngang đi qua điểm $N(4;5)$ nên $\boxed{a=5}$. Do vậy $\boxed{P=a+b=7}$

Câu 15: Đáp án C

$$y=\frac{x+1-\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2}=\frac{(x+1)^2-(x^2+3x)}{\left(x+1+\sqrt{x^2+3x}\right)(x-1)(x+m+2)}=-\frac{1}{\left(x+1+\sqrt{x^2+3x}\right)(x+m+2)}$$

Vì bậc tử số < bậc mẫu số nên luôn có một tiệm cận ngang $y=0$

Vì phương trình $x+1+\sqrt{x^2+3x}=0$ vô nghiệm nên chỉ có duy nhất một tiệm cận đứng nữa đó là đường thẳng $x=-m-2$. Vậy $\forall x\in\mathbb{R}$ ta luôn có hai tiệm cận. C

Câu 16: Đáp án B

Câu 17: Đáp án D

Câu 18: Đáp án D

Câu 19: Đáp án C

Đặt $BM=x\Rightarrow$ thời gian đi $=\frac{\sqrt{x^2+25}}{4}+\frac{7-x}{6}$ đạt min khi $x=BM=2\sqrt{5}$

Câu 20: Đáp án C

Ta có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	a		b		c		d		e
$f'(x)$		-	0		+	-	0	+	
$f(x)$	$f(a)$	$\searrow$	$f(b)$	$\nearrow$	$f(c)$	$\nearrow$	$f(d)$	$\nearrow$	$f(e)$

Giá trị nhỏ nhất chắc chắn là $f(b)$ nhưng giá trị lớn nhất ta chú ý vào $f(a)$ và $f(e)$

$f(a)+f(c)=f(b)+f(d)\Leftrightarrow f(a)-f(d)=f(b)-f(c)<0\Rightarrow f(a)<f(d)<f(e)$

Vậy $\max\limits_{[a;e]} f(x)=f(e)$, $\min\limits_{[a;e]} f(x)=f(b)$

Câu 21: Đáp án D

Câu 22: Đáp án D

Câu 23: Đáp án C

Câu 24: Đáp án A

Câu 25: Đáp án D

Câu 26: Đáp án A

Câu 27: Đáp án D

Câu 28: Đáp án A

Câu 29: Đáp án B

Câu 30: Đáp án C

Câu 31: Đáp án B

Câu 32: Đáp án D

Câu 33: Đáp án B

Sử dụng công thức tính nhanh ta có: $\dfrac{m-1}{2}=1 \Leftrightarrow \boxed{m=3}$

Câu 34: Đáp án C

Ta có: $y'=3x^2-2(m-1)x-(m+2)$ và $y''=6x-2(m-1)$

Vì $y'(1)=0 \Rightarrow m=1$. Thay vào ta được $y''(1)>0$ thỏa mãn

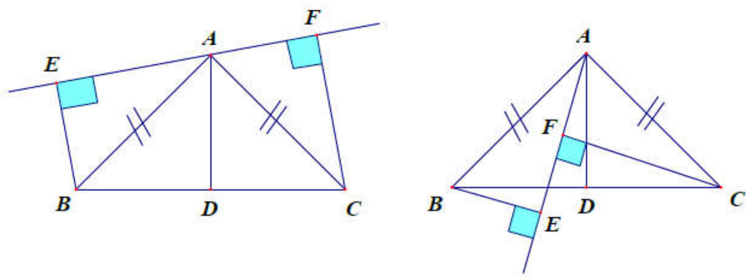
Câu 35: Đáp án A

$y'=3x^2-2(m+1)x+m$ và giải $\Delta'>0,\ S>0,\ P>0 \Rightarrow \boxed{m>0}$

Câu 36: Đáp án C

<u>Cách 1: Hình học:</u>

Ta có ba cực trị lần lượt là $A(0;1), B(-1;0), C(1;0)$. Do vậy ta xét các hình chiếu vuông góc E và F của B và C xuống đường thẳng (d). Ta tìm min của $BE + CF$.

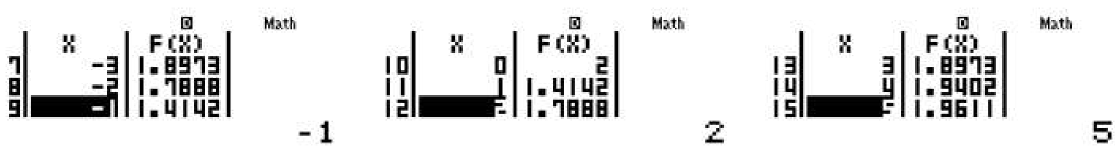


Ta nhận thấy tam giác ABC vuông cân tại A do đó: $\Delta ABE = \Delta AFC$ cho nên $AE = CF$.

Vậy: $BE + CF = AE + BE \ge AB = \sqrt{2}$ theo bất đẳng thức tam giác. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng (d) trùng với một trong hai đường thẳng AB hoặc AC .

<u>Cách 2: Sử dụng TABLE:</u> Ta có phương trình đường thẳng đi qua cực đại là $y = mx + 1$

Xét $d(B,(d)) + d(C,(d)) = \dfrac{|m+1| + |m-1|}{\sqrt{m^2+1}} = f(m)$. Khi đó ta sử dụng TABLE để dự đoán giá trị max min của hàm số $F(X) = \dfrac{|X+1| + |X-1|}{\sqrt{X^2+1}}$ với $Start = -9,\ End = 9,\ Step = 1$



Ta thấy tại $X = m \pm 1$ thì $F(X) = f(m)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$

Câu 37: Đáp án A

Câu 38: Đáp án D

Câu 39: Đáp án B

Câu 40: Đáp án A

Câu 41: Đáp án A

Câu 42: Đáp án C

Câu 43: Đáp án C

Câu 44: Đáp án D

Câu 45: Đáp án B

Câu 46: Đáp án C

Sử dụng công thức tính nhanh $V=\frac{\sqrt{2}}{12}\sqrt{\left(a^2+b^2-c^2\right)\left(b^2+c^2-a^2\right)\left(c^2+a^2-b^2\right)}$ đối với tứ diện gần đều và dùng lệnh CALC để tính

Câu 47: Đáp án D

Chú ý rằng $\angle DSA=30^0$

Câu 48: Đáp án A

Gọi cạnh đáy của bể là x, khi đó chiều cao của bể là $h=\frac{1}{x^2}$. Diện tích toàn phần của chiếc bể là $S_{tp}=x^2+\frac{4}{x}$ do đó chi phí cần là: $f\left(x\right)=2000000\left(x^2+\frac{4}{x}\right)$. Để tìm min ta có 2 cách chính:

Cách 1: Sử dụng bất đẳng thức Cauchy (AM – GM) ta có:

$$x^2+\frac{4}{x}=x^2+\frac{2}{x}+\frac{2}{x}\ge 3\sqrt[3]{x^2.\frac{2}{x}.\frac{2}{x}}=3\sqrt[3]{4}\Rightarrow f\left(x\right)_{min}=6000000\sqrt[3]{4}\approx 9500000$$

Cách 2: Các bài toán thực tế có max min thông thường đạt tại nghiệm của $f'\left(x\right)=0$

$$f'\left(x\right)=2000000\left(2x-\frac{4}{x^2}\right)=0\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{2}\Rightarrow f\left(x\right)_{min}=6000000\sqrt[3]{4}\approx 9500000$$

Các bài toán thực tế có max min thông thường đạt tại nghiệm của

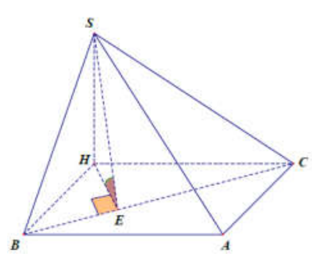
Câu 49: Đáp án B

Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng đáy nên $\begin{cases}SB\perp BA\\ SH\perp BA\end{cases}\Rightarrow BH\perp BA$

Tương tự ta cũng có: $CH\perp CA$

Vì ABC là tam giác vuông tại A nên ABHC là hình chữ nhật.

Ta có: $\angle SEH=60^0\Rightarrow SH=HE\sqrt{3}$



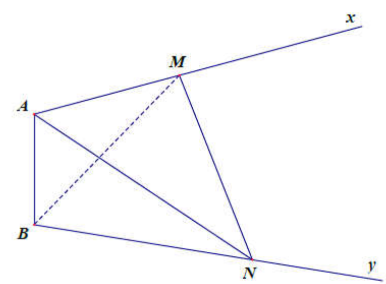
Trong đó: $HE = \dfrac{HC.HB}{\sqrt{HC^2 + HB^2}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

Vậy $SH = \dfrac{2\sqrt{15}}{5} \Rightarrow \boxed{V_{S.ABC} = \dfrac{2\sqrt{15}}{15}}$

Câu 50: Đáp án B

Đặt $AM = a,\ BN = b$. Theo bất đẳng thức Cauchy (AM – GM):

$a + 2b = 3 \geq 2\sqrt{2ab} \Leftrightarrow ab \leq \dfrac{9}{8}$



Sử dụng công thức giải nhanh đã được học ta có:

$$V = \frac{AM.BN.d\left(AM, BN\right)\sin\left(AM, BN\right)}{6}$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{2ab\sin\left(AM, BN\right)}{6} \leq \frac{ab}{3} \leq \frac{1}{3}\frac{9}{8} = \frac{3}{8}$$