ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [1D1-1] Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng nào?

A. $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi\,; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi\,; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$

C. $\left(-\pi + k2\pi\,; k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $\left(k2\pi\,; \pi + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$

Hướng dẫn giải: **Chọn A**

♦ Tự luận

(Tính chất của hàm số $y = \sin x$**)**

♦Trắc nghiệm:

Câu 2: [1D1-1] Hỏi $x = \pi$ là một nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $\cot x = 0$. **B.** $\cos x = 0$. **C.** $\tan x = 1$. **D.** $\sin x = 0$.

Hướng dẫn giải: **Chọn D**

♦ Tự luận

$\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$;

$\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$;

$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$

Do đó $x = \pi$ là nghiệm của phương trình $\sin x = 0$

♦Trắc nghiệm:

Nhập hàm $\sin x$ CALC với $x = \pi$.

Nhập hàm $\cot x$ CALC với $x = \pi$.

Nhập hàm $\cos x$ CALC với $x = \pi$.

Nhập hàm $\tan x$ CALC với $x = \pi$.

Câu 3: [1D1-2] Phương trình $\sin\left(3x + \dfrac{\pi}{3}\right) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$?

A. 1 . **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4 .

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ Tự luận

$$\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x + \dfrac{\pi}{3} = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{4\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x = -\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{2\pi}{9} + k\dfrac{2\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{2\pi}{3} \end{array}\right.$$

Vì $x \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ nên $x = \dfrac{\pi}{3}$; $x = \dfrac{4\pi}{9}$

♦Trắc nghiệm:

Câu 4: [1D1-3] Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\dfrac{(2\cos x - 1)(\sin 2x - \cos x)}{\sin x - 1} = 0$ trên $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$ là T bằng bao nhiêu?

A. $T = \dfrac{2\pi}{3}$. **B.** $T = \dfrac{\pi}{2}$. **C.** $T = \pi$. **D.** $T = \dfrac{\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ Tự luận

$\dfrac{(2\cos x-1)(\sin 2x-\cos x)}{\sin x-1}=0$ (Điều kiện $\sin x\neq 1\Leftrightarrow x\neq \dfrac{\pi}{2}+k2\pi$)

Với điều kiện đó phương trình tương đương với

$$\left[\begin{array}{l}\cos x=\dfrac{1}{2}\\ \sin 2x=\cos x\end{array}\right.\Leftrightarrow \cos x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.(TM);$$

$$\sin 2x=\cos x\Leftrightarrow \sin 2x=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\dfrac{\pi}{2}-x+k2\pi\\ 2x=\pi-\dfrac{\pi}{2}+x+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k2\pi}{3} & (TM)\\ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi & (L)\end{array}\right.$$

Vì $x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ nên phương trình có nghiệm $x=\dfrac{\pi}{3};\ x=\dfrac{\pi}{6}$

♦Trắc nghiệm:

Câu 5: [1D1-3] Với giá trị nào của m thì phương trình $(m+2)\sin 2x+m\cos^2 x=m-2+m\sin^2 x$ có nghiệm?

A. $-8<m<0$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m>0\\ m<-8\end{array}\right.$. **C.** $-8\leq m\leq 0$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m\geq 0\\ m\leq -8\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải: **Chọn D**

♦ Tự luận

$(m+2)\sin 2x+m\cos^2 x=m-2+m\sin^2 x$

$\Leftrightarrow (m+2)\sin 2x+m\dfrac{1+\cos 2x}{2}=m-2+m\dfrac{1-\cos 2x}{2}$

$\Leftrightarrow (m+2)\sin 2x+m\cos 2x=m-2$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $(m+2)^2+m^2\geq (m-2)^2\Leftrightarrow m^2+8m\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 0\\ m\leq -8\end{array}\right.$

♦Trắc nghiệm:

Câu 6: [1D1-4] Số vị trí điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình

$$\frac{\sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$$ trên đường tròn lượng giác là bao nhiêu?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải Chọn D

♦Tự luận:

Điều kiện: $\begin{cases} \tan x \neq -\sqrt{3} \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$

$\left(*\right) \Leftrightarrow \sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos x\left(\sin x + 1\right) - \left(\sin x + 1\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \left(\sin x + 1\right)\left(2\cos x - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \dfrac{1}{2} \\ \sin x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{2} + l2\pi \end{array}\right. \quad \left(k, l \in \mathbb{Z}\right).$$

So với điều kiện, họ nghiệm của phương trình là $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi$, $\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Câu 7: [1D2-1] Nếu $P(A).P(B) = P(A \cap B)$ thì A, B là 2 biến cố như thế nào?

A. độc lập. **B.** đối nhau. **C.** xung khắc. **D.** tuỳ ý.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦Tự luận:

Theo quy tắc nhân xác suất

♦Trắc nghiệm:

Câu 8: [1D2-2] Tìm số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp gồm n phần tử $(1 \le k \le n)$.

A. $A_n^k = C_n^k.(n-k)!$. **B.** $A_n^k = C_n^k.k!$. **C.** $A_n^k = \dfrac{k!}{(k-n)!}$. **D.** $A_n^k = \dfrac{k!(n-k)!}{n!}$.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦Tự luận:

Ta có $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}; C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!k!} \Rightarrow A_n^k = C_n^k.k!$

♦Trắc nghiệm:

Câu 9: [1D2-2] Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^{2018}$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 2018. **D.** -2018.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦Tự luận:

Xét khai triển $(1-2x)^{2018} = C_{2018}^0 - 2x.C_{2018}^1 + (-2x)^2.C_{2018}^2 + (-2x)^3.C_{2018}^3 + ... + (-2x)^{2018}.C_{2018}^{2018}$

Tổng các hệ số trong khai triển là

$S = C_{2018}^0 - 2.C_{2018}^1 + (-2)^2.C_{2018}^2 + (-2)^3.C_{2018}^3 + ... + (-2)^{2018}.C_{2018}^{2018}$

Cho $x=1$ ta có

$(1-2.1)^{2018} = C_{2018}^0 - 2.1.C_{2018}^1 + (-2.1)^2.C_{2018}^2 + (-2.1)^3.C_{2018}^3 + ... + (-2.1)^{2018}.C_{2018}^{2018}$

$\Leftrightarrow (-1)^{2018} = S \Leftrightarrow S = 1$

♦Trắc nghiệm:

Câu 10: [1D2-3] Trong hòm có 10 quả cầu có hình dạng và kích thước giống nhau, trong đó có 2 quả cầu trắng, 5 quả cầu xanh và 3 quả cầu vàng. Xác suất để khi lấy ngẫu nhiên 6 quả cầu thì có không quá 1 quả cầu trắng là bao nhiêu?

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{15}$. **D.** $\dfrac{8}{15}$.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦Tự luận:

Số cách lấy ra 6 quả cầu từ 10 quả cầu là C_{10}^6

$\Rightarrow n(\Omega) = C_{10}^6 = 210$

Gọi A là biến cố "Trong 6 quả cầu lấy ra có không quá 1 quả cầu trắng".

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố"Trong 6 chi tiết lấy ra có 2 quả cầu trắng".

Số cách lấy 4 quả cầu từ 8 quả cầu đỏ và vàng là C_8^4.

Số cách lấy 2 quả cầu trắng là C_2^2.

Theo quy tắc nhân ta có $n\left(\overline{A}\right)=C_8^4.C_2^2=70$.

Vậy xác suất $P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n(\Omega)}=\dfrac{70}{210}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow P(A)=1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 11: [1D2-4] Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối, đồng chất liên tiếp 3 lần. Xác suất để được mặt có 6 chấm chỉ xuất hiện trong lần gieo thứ 3 là bao nhiêu?

A. $\left(\dfrac{1}{6}\right)^3$. **B.** $\left(\dfrac{5}{6}\right)^2.\left(\dfrac{1}{6}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{5}{6}\right).\left(\dfrac{1}{6}\right)^2$. **D.** Khác.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦Tự luận:

Gọi A_i : "lần gieo thứ i xuất hiện mặt 6 chấm.", với $i\in\{1;2;3\}$ $\Rightarrow$ $P(A_i)=\dfrac{1}{6}$ $\Rightarrow$ $P\left(\overline{A_i}\right)=\dfrac{5}{6}$

A : "mặt có 6 chấm chỉ xuất hiện trong lần gieo thứ 3"

$$P(A)=P\left(\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3\right)=P\left(\overline{A_1}\right).P\left(\overline{A_2}\right).P(A_3)=\left(\frac{5}{6}\right)^2.\left(\frac{1}{6}\right)$$

♦Trắc nghiệm:

Câu 12: [1D3-1] Dãy số nào sau đây tăng?

A. Dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{1}{n}+3$.

B. Dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{1}{n-1}$

C. Dãy số (u_n) với $u_n=(-1)^n.2^n$.

D. Dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{2n+1}{n+2}$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦Tự luận:

$$u_{n+1}-u_n=\frac{2(n+1)+1}{(n+1)+2}-\frac{2n+1}{n+2}=\frac{(2n+3)(n+2)-(n+3)(2n+1)}{(n+3)(n+2)}=\frac{2n^2+7n+6-2n^2-7n-3}{(n+3)(n+2)}$$

$=\dfrac{3}{(n+3)(n+2)}>0,\forall n\in N^* \Rightarrow$ Dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{2n+1}{n+2}$ là dãy số tăng. $\Rightarrow$ D

♦Trắc nghiệm:

Dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{1}{n}+3$, hay với $u_n=\dfrac{1}{n-1}$ là các dãy giảm.

Dãy số (u_n) với $u_n=(-1)^n.2^n$ là dãy đan dấu không tăng, giảm.

Vậy D là đáp án tìm được do loại trừ.

Câu 13: [1D3-2] Dãy số nào là cấp số nhân, trong các dãy số được cho sau đây ?

A. $\begin{cases}u_1=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\\u_{n+1}=u_n^2\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}u_1=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\\u_{n+1}=-\sqrt{2}.u_n\end{cases}$. **C.** $u_n=n^2+1$. **D.** $\begin{cases}u_1=1;\ u_2=\sqrt{2}\\u_{n+1}=u_{n-1}.u_n\end{cases}$.

Hướng dẫn giải :Chọn B

♦Tự luận:

Do $u_{n+1}=-\sqrt{2}.u_n \Rightarrow$ dãy số (u_n): $\begin{cases}u_1=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\\u_{n+1}=-\sqrt{2}.u_n\end{cases}$ là một cấp số nhân với công bội $q=2$

♦Trắc nghiệm:

Câu 14: [1D3-2] Cho dãy số (u_n) : $\frac{1}{2};-\frac{1}{2};-\frac{3}{2};-\frac{5}{2};...$ Khẳng định nào sau đây ***sai***?

A. (u_n) là một cấp số cộng. **B.** cấp số cộng có $d=-1$.

C. Số hạng $u_{20}=19,5$. **D.** Tổng của 20 số hạng đầu tiên là -180.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦Tự luận:

Ta có $-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+(-1);\ -\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}+(-1);\ -\frac{5}{2}=-\frac{3}{2}+(-1);......$

Vậy dãy số trên là cấp số cộng với công sai $d=-1$. Suy ra $u_{20}=u_1+19d=-18,5 \Rightarrow$ Chọn C.

♦Trắc nghiệm:

Câu 15: [1D3-3] Các góc của một tứ giác lập thành cấp số cộng. Nếu góc nhỏ nhất là 75^0, thì góc lớn nhất là

A. 95^0. **B.** 100^0. **C.** 105^0. **D.** 110^0.

Hướng dẫn giải:Chọn C

♦Tự luận:

Gọi a là góc lớn nhất , thế thì $2(75+a)=360^0 \Leftrightarrow a=105^0$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 16: [1D3-3] Một người tham gia đặt cược đua ngựa với cách cược như sau: Lần đầu người đó đặt cược 20.000 đồng, mỗi lần sau đặt cược gấp đôi lần đặt trước, nếu thua cược người đó mất số tiền đã đặt, nếu thắng cược sẽ được thêm số tiền đã đặt. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi người cá cược trên được hay thua bao nhiêu tiền?

A. Hòa vốn. **B.**Thua 20.000 đồng. **C.**Thắng 20.000đ. **D.** Thua 40.000 đồng.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦Tự luận:

Đặt số tiền đặt mỗi lần là $u_1=2^0\text{x}20.000; u_2=2^1\text{x}20.000; u_3=2^2\text{x}20.000;....,u_{10}=2^9\text{x}20.000$. Lập thành cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=20.000; q=2$

Tổng số tiền đã tham gia cược là $S_{10}=u_1\dfrac{1-p^{10}}{1-q}=20.000\dfrac{1-2^{10}}{1-2}$

Số tiền người đó có được sau ván thứ 10 thắng cược là

$T=2u_{10}-S_{10}=2^{10}.20000-20000\left(2^{10}-1\right)=20000$

Vậy sau 10 ván cược như trên, người đó thắng cược được 20000đ

♦Trắc nghiệm:

Câu 17: [1D4-1] Giới hạn $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{2-x}+4x}{x^2+1}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $-\frac{6}{5}$.　　B. $-\frac{5}{6}$.　　C. $\frac{6}{5}$.　　D. $\frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦Tự luận:

Thay trực tiếp $x=-2$ cho ta kết quả

♦Trắc nghiệm:

Câu 18: [1D4-1] Cho k là một số nguyên dương, trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim_{x\to+\infty} x^k = +\infty$.　　B. $\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x^k} = 0$.　　C. $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x^k} = 0$.　　D. $\lim_{x\to-\infty} x^k = -\infty$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦Tự luận:

Phương án **B**. Khi k là số chẵn $k=2n, n\in\mathbb{N}^*$ thì kết quả giới hạn $\lim_{x\to-\infty} x^{2n} = +\infty$

Các phương án khác đều đúng

♦Trắc nghiệm:

Câu 19: [1D4-2] Tính giới hạn $\lim_{x\to0}\left(x^2\sin\frac{x^2+2}{x^2}\right)$ ta có kết quả là bao nhiêu?

A. 1.　　B. 0.　　C. $+\infty$.　　D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦Tự luận:

$-x^2 \le x^2\sin\frac{x^2+2}{x^2} \le x^2$

Mà $\lim_{x\to0}\left(-x^2\right) = \lim_{x\to0}\left(x^2\right) = 0$ nên theo nguyên lý giới hạn kẹp $\lim_{x\to0} x^2\sin\frac{x^2+2}{x^2} = 0$

♦Trắc nghiệm:

Câu 20: [1D4-2] Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} m\frac{x^2-4}{x^2-3x+2}+n^2, & khi\ x>2 \\ nx-m^2-5, & khi\ x\le2 \end{cases}$ Tìm m, n để hàm số có giới hạn tại $x=2$.

A. $m=2; n=1$.　　B. $m=-2; n=-1$.　　C. $m=-2; n=1$.　　D. $m=2; n=-1$.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦Tự luận:

Giới hạn phải $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+}\left(m\dfrac{x^2-4}{x^2-3x+2}+n^2\right) = \lim\limits_{x\to 2^+}\left(m\dfrac{x+2}{x-1}+n^2\right) = 4m+n^2$

Giới hạn bên phải $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-}\left(nx-m^2-5\right) = 2n-m^2-5$

Để hàm số có giới hạn tại $x=2$ thì:

$2n-m^2-5 = 4m+n^2 \Leftrightarrow \left(m^2+4m+4\right)+\left(n^2-2n+1\right) = 0 \Leftrightarrow (m+2)^2+(n-1)^2 = 0$

$\Rightarrow m=-2; n=1$

♦Trắc nghiệm:

Câu 21: [1D4-3] Chọn giá trị $f(0)$ để các hàm số $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$ liên tục tại điểm $x=0$.

A. $f(0)=1$. **B.** $f(0)=2$. **C.** $f(0)=3$.. **D.** $f(0)=4$..

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦Tự luận:

Ta có : $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x}{x(x+1)\left(\sqrt{2x+1}+1\right)} = 1$

Vậy ta chọn $f(0)=1$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 22 : [1D5-1] Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^3-5\right)\sqrt{x}$ bằng biểu thức nào sau đây ?

A. $\dfrac{7}{2}\sqrt{x^5}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$. **B.** $3x^2-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. **C.** $3x^2-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$. **D.** $\dfrac{7}{2}\sqrt[5]{x^2}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦Tự luận:

Vì $y' = \left(x^3-5\right)'.\sqrt{x}+\left(x^3-5\right).\left(\sqrt{x}\right)' = 3x^2\sqrt{x}+\left(x^3-5\right).\dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \dfrac{7}{2}x^2\sqrt{x}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}} = \dfrac{7}{2}\sqrt{x^5}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 23 : [1D5-2] Cho hàm số $y=x^2+5x+4$ có đồ thị (C). Tìm tiếp tuyến của (C) tại các giao điểm của (C) với trục Ox.

A. $y=3x-3$ hoặc $y=-3x+12$.
B. $y=3x+3$ hoặc $y=-3x-12$.

C. $y=2x-3$ hoặc $y=-2x+3$.
D. $y=2x+3$ hoặc $y=-2x-3$.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦Tự luận:

Đạo hàm: $y'=f'(x)=2x+5$

Hoành độ giao điểm của (C) với trục Ox thỏa mãn: $x^2+5x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=-1 \end{array}\right.$

+ Với $x=-4; y=0 \Rightarrow$ PTTT tại điểm $(-4;0)$ có hệ số góc là: $k=f'(-4)=-3$

Suy ra PTTT của (C) tại $(-4;0)$ là: $y=-3(x+4) \Leftrightarrow y=-3x-12$.

+ Với $x=-1; y=0 \Rightarrow$ PTTT tại điểm $(-1;0)$ có hệ số góc là: $k=f'(-1)=3$

Suy ra PTTT của (C) tại $(-1;0)$ là: $y=3(x+1) \Leftrightarrow y=3x+3$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 24 :[1D5-3] Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S=t^3+3t^2-9t+27$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là bao nhiêu?

A. $0\mathrm{m/s}^2$..
B. $6\mathrm{m/s}^2$.
C. $24\mathrm{m/s}^2$.
D. $12\mathrm{m/s}^2$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦Tự luận:

Vận tốc của chuyển động lúc t là: $v(t)=S'=\left(t^3+3t^2-9t+27\right)'=3t^2+6t-9$.

Gia tốc của chất điểm lúc t là: $a(t)=v'=\left(3t^2+6t-9\right)'=6t+6$.

Vận tốc triệt tiêu khi $v(t)=0 \Leftrightarrow 3t^2+6t-9=0$, suy ra $t=1$.

Do đó $a(1)=6.1+6=12\mathrm{m/s}^2$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 25: [1D5-3] Cho hàm số $f(x)=a\sin x+b\cos x+1$. Để $f'(0)=\frac{1}{2}$ và $f\left(-\frac{\pi}{4}\right)=1$ thì giá trị của a,b bằng bao nhiêu?

A. $a=b=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a=\frac{\sqrt{2}}{2};b=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a=\frac{1}{2};b=-\frac{1}{2}$. **D.** $a=b=\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giảiChọn D

♦Tự luận:

Ta có: $f'(x)=a\cos x-b\sin x$.

Do $\begin{cases} f'(0)=\frac{1}{2} \\ f\left(-\frac{\pi}{4}\right)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}a+\frac{\sqrt{2}}{2}b+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\frac{1}{2} \\ a=\frac{1}{2} \end{cases}$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 26: [2D1-1] Cho hàm số $y=x^4-2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦Tự luận:

TXĐ $D=\mathbb{R}$

Ta có $y=x^4-2x^2 \Rightarrow y'=4x^3-4x \Leftrightarrow x=0; x=\pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra, hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 27: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số có đúng hai cực trị.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

D. Hàm số không có cực đại.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦Tự luận:

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$, giá trị cực đại là $y = 4$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$, giá trị cực tiểu là $y = 0$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 28: [2D1-1] Cho hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

B. Đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số .

C. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

D. Đường thẳng $y = 5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦Tự luận:

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ là $y = \dfrac{a}{c} = 2$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 29: [2D1-1] Cho hàm số $y=(x+3)(x^2-1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

B. (C) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

C. (C) cắt trục hoành tại một điểm.

D. (C) không cắt trục hoành.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦Tự luận:

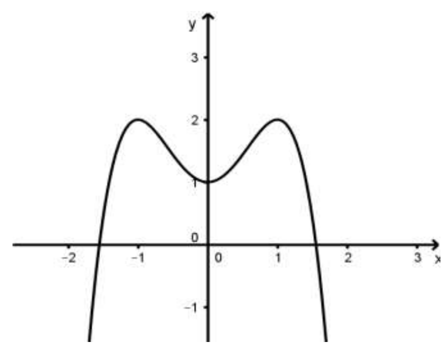
Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục Ox là

$$(x+3)(x^2-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$$

Vậy (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

♦Trắc nghiệm:

Câu 30: [2D1-2] Đồ thị dưới đây là của hàm số nào?



A. $y=-x^3+2x^2+1$.

B. $y=-x^4+2x^2+1$.

C. $y=-x^4+1$.

D. $y=x^4+2x^2+1$.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦Tự luận:

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm trùng phương, có hệ số $a<0$, cắt trục tung tại điểm có tung độ là 1, hàm số có 3 cực trị nên $ab<0$. Chọn B

♦Trắc nghiệm:

Câu 31: [2D1-2] Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **C.** $y = x^3 + 3x^2 - 1$. **D.** $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

Hướng dẫn giải: Chọn A.

♦Tự luận:

Hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x = 0$ và $x = 2$ nên loại C và D.

Lập bảng biến và suy ra kết luận.

♦Trắc nghiệm:

Hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x = 0$ và $x = 2$ nên loại C và D.

Nhìn vào dạng biến thiên ta loại B.

♦Trắc nghiệm:

Câu 32: [2D1-3] Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình: $12x^2 - 6mx + m^2 - 4 + \frac{12}{m^2} = 0\left(1\right)$. Tìm m sao cho $x_1^3 + x_2^3$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = -2\sqrt{3}$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 2\sqrt{3}$. **D.** Không tồn tại m.

Hướng dẫn giải: Chọn C.

♦Tự luận:

+ Phương trình $\left(1\right)$ có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \ge 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 12\left(m^2 - 4 + \frac{12}{m^2}\right) \ge 0$

$\Leftrightarrow 4 \le m^2 \le 12 \Leftrightarrow m \in \left[-2\sqrt{3}; -2\right] \cup \left[2; 2\sqrt{3}\right]$.

Theo định lý Vi-ét, phương trình $\left(1\right)$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m}{2} \\ x_1x_2 = \frac{1}{12}\left(m^2 - 4 + \frac{12}{m^2}\right) \end{cases}$.

$\Rightarrow x_1^3 + x_2^3 = \left(x_1 + x_2\right)^3 - 3x_1x_2\left(x_1 + x_2\right) = \frac{m}{2} - \frac{3}{2m}$.

+ Xét hàm số $y=\frac{m}{2}-\frac{3}{2m}$ có:

TXĐ: $D=\left[-2\sqrt{3};-2\right]\cup\left[2;2\sqrt{3}\right]$.

$y'=\frac{1}{2}+\frac{3}{2m^2}>0,\forall m\in D$.

Lập bảng biến thiên.

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra $\left(x_1^3+x_2^3\right)_{\max}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$ đạt được khi $m=2\sqrt{3}$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 33: [2D1-3] Tìm m để hàm số $y=\frac{mx^2+6x-2}{x+2}$ nghịch biến trên $[1;+\infty)$.

A. $m\le-\frac{14}{5}$. **B.** $m>1$. **C.** $m>-3$. **D.** $m>3$..

Hướng dẫn giải: Chọn A.

♦Tự luận:

+ TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

+ Ta có: $y'=\frac{mx^2+4mx+14}{(x+2)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $[1;+\infty)$ $\Leftrightarrow y'\le 0\ \forall x\in[1;+\infty)$, đẳng thức chỉ xảy ra tại một số điểm hữu hạn.

$\Leftrightarrow mx^2+4mx+14\le 0\ \forall x\in[1;+\infty)$

$\Leftrightarrow m\left(x^2+4x\right)\le -14\ \forall x\in[1;+\infty)\Leftrightarrow g(x)=\frac{-14}{\left(x^2+4x\right)}\ge m,\forall x\in[1;+\infty)\Leftrightarrow \min\limits_{[1;+\infty)} g(x)\ge m$.

Xét hàm số $g(x)=\frac{-14}{\left(x^2+4x\right)}$ trên $[1;+\infty)$ có : $g'(x)=\frac{14(2x+4)}{\left(x^2+4x\right)^2}>0,\forall x\in[1;+\infty)$.

$\Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến $\Rightarrow \min\limits_{[1;+\infty)} g(x)=g(1)=-\frac{14}{5}\ge m\Leftrightarrow m\le-\frac{14}{5}$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 34: [2D1-3] Tìm tất cả giá trị thực m để đồ thị của hàm số $y=x^3-(3m+1)x^2+(5m+4)x-8$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số nhân.

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** không có m.

Hướng dẫn giải: Chọn B.

♦Tự luận:

$a=1,d=-8\Rightarrow x_2=\sqrt[3]{-\frac{d}{a}}=2$

$x_2=2$ thì có: $2^3-(3m+1)2^2+(5m+4)2-8=0\Rightarrow m=2$

Với $m=2$ thì $x^3-7x^2+14x-8=0\Leftrightarrow (x-2)(x^2-5x+4)=0\Leftrightarrow x=2,x=1,x=4$

Vậy, $x\in\{1;2;4\}$ lập cấp số nhân .

♦Trắc nghiệm:

Câu 35: [2D1-4] Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là $400(\text{km})$. Vận tốc dòng nước là $10(\text{km/h})$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(\text{km/h})$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$, trong đó c là một hằng số, E được tính bằng jun. Tìm vận tốc của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất.

A. $12(km/h)$. **B.** $15(km/h)$. **C.** $18(km/h)$. **D.** $20(km/h)$

Hướng dẫn giải: Chọn B.

♦Tự luận:

Với vận tốc tự thân là $v(\text{km/h})$, vận tốc dòng nước là $10(\text{km/h})$. thì

Vận tốc di chuyển ngược dòng của con cá hồi là : $v-10$ (km/h)

Thời gian để con cá hồi vượt $400(\text{km})$ ngược dòng nước là : $t=\frac{400}{v-10}$ (km) $(v>10)$

Như thế lượng năng lượng tiêu hao của con cá hồi là: $E(v)=cv^3t=400c\cdot\frac{v^3}{v-10}$ (jun)

Xét hàm số $f\left(v\right)=\dfrac{v^3}{v-10}$ với $v>10$ ta có $f'\left(v\right)=\dfrac{2v^2\left(v-15\right)}{\left(v-10\right)^2}$.

Bảng biến thiên của $f\left(v\right)$ trên khoảng $\left(10;+\infty\right)$.

v	10		15		$+\infty$
$f'\left(v\right)$		$-$	0	$+$	
$f\left(v\right)$		$\searrow$	$f\left(15\right)$	$\nearrow$	

$E\left(v\right)$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow f\left(v\right)$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow v=15$.

Vậy nếu vận tốc tự thân của cá hồi là 15 (km/h) thì năng lượng tiêu hao của nó thấp nhất.

♦Trắc nghiệm:

Câu 36: [1H1-1] Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào ***sai***?

A. Phép dời là phép đồng dạng tỉ số $k=1$.

B. Phép đồng dạng biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

C. Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $\left|k\right|$.

D. Phép đồng dạng bảo toàn độ lớn góc.

Hướng dẫn giải Chọn B.

♦Tự luận:

Vì phép quay là phép đồng dạng mà phép quay với góc quay $\alpha\neq k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$ thì không biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó

♦Trắc nghiệm:

Câu 37: [1H1-2] Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M\left(-2;4\right)$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau?

A. $(-3;4)$. **B.** $(-4;-8)$. **C.** $(4;-8)$. **D.** $(4;8)$.

Hướng dẫn giải Chọn C.

♦Tự luận:

$M' = V_{(O,-2)}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} = -2\overrightarrow{OM} = -2(-2;4) = (4;-8) \Rightarrow M'(4;-8)$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 38: [1H1-2] Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy. Cho đường tròn (C) có phương trình: $(x-1)^2+(y-5)^2=4$ và điểm $I(2;-3)$. Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự V tâm I tỉ số $k=-2$. Tìm phương trình của (C').

A. $(x-4)^2+(y+19)^2=16$. **B.** $(x-6)^2+(y+9)^2=16$

C. $(x+4)^2+(y-19)^2=16$.. **D.** $(x+6)^2+(y+9)^2=16$..

Hướng dẫn giải Chọn A.

♦Tự luận:

Đường tròn (C) có phương trình: $(x-1)^2+(y-5)^2=4$ có tâm $O(1;5), R=2$. Gọi O' là ảnh của tâm O qua phép vị tự tâm $V_{(I,-2)}$. Khi đó, tọa độ của O' là:

$$\begin{cases} x' = -2.1+(1-(-2))2 \\ y' = -2.5+(1-(-2))(-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 4 \\ y' = -19 \end{cases}.$$

Và $R' = |k|R = 2.2 = 4$. Vậy (C') có phương trình là: $(x-4)^2+(y+19)^2=16$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 39: [1H1-3] Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy Cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt có phương trình: $x-2y+1=0$ và $x-2y+4=0$, điểm $I(2;1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ_1 thành Δ_2. Tìm k.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải Chọn D.

♦Tự luận:

Ta lấy điểm $A(1;1)\in\Delta_1$. Khi đó

$$A'=V_{(I,k)}(A)\Rightarrow\begin{cases}x'=kx+(1-k)a\\ y'=ky+(1-k)b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x'=k+(1-k)2\\ y'=k+(1-k)1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x'=2-k\\ y'=1\end{cases}$$

Mà $A'\in\Delta_2\Rightarrow x'-2y'+4=0\Rightarrow 2-k-2.1+4=0\Rightarrow k=4.$

♦Trắc nghiệm:

Câu 40: [1H2-1] Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB).

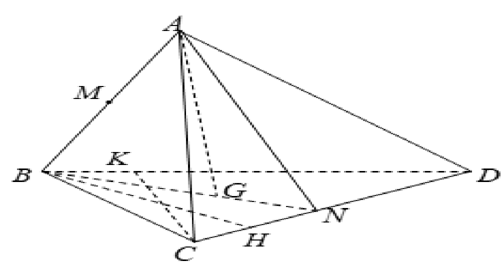
A. AM, M là trung điểm AB.
B. AN, N là trung điểm CD.
C. AH, H là hình chiếu của B trên CD.
D. AK, K là hình chiếu của C trên BD.

Hướng dẫn giải Chọn B.

♦Tự luận:

A là điểm chung thứ nhất của (ACD) và (GAB)

G là trọng tâm tam giác BCD, N là trung điểm CD nên $N\in BG$ nên N là điểm chung thứ hai của (ACD) và (GAB). Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là AN.



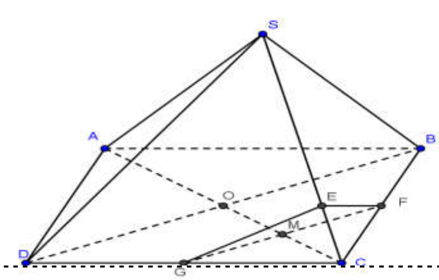
♦Trắc nghiệm:

Câu 41: [1H2-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. Gọi M là trung điểm của OC. Mặt phẳng (α) qua M và (α) song song với SA và BD. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và $mp(\alpha)$ là hình gì?

A. hình tam giác. **B.** hình bình hành. **C.** hình chữ nhật. **D.** hình ngũ giác.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦Tự luận:



- Giao tuyến của (α) và $(ABCD)$ là đường thẳng qua M, song song với BD, cắt BC, CD lần lượt tại F, G.

- Giao tuyến của (α) và (SAC) là đường thẳng qua M, song song với SA, cắt SC lần lượt tại E.

Thiết diện cần tìm là tam giác EFG.

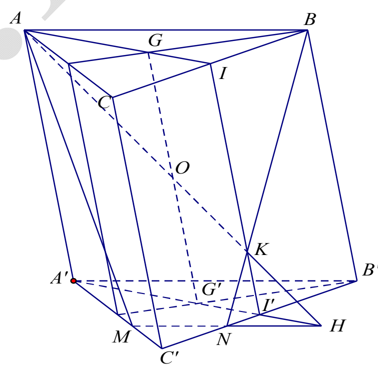
♦Trắc nghiệm:

Câu 42: [1H2-3] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và $A'B'C'$, O là trung điểm của GG'. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (ABO) với lăng trụ là một hình thang. Tính tỉ số k giữa đáy lớn và đáy bé của thiết diện.

A. $k = 2$. **B.** $k = 3$. **C.** $k = \frac{3}{2}$. **D.** $k = \frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦Tự luận:



Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$. Đường thẳng AO cắt $II', A'I'$ lần lượt tại K và H. Đường thẳng đi qua H, song song với $A'B'$ lần lượt cắt $A'C', B'C'$ tại M và N. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (ABO) với lăng trụ là hình thang $ABNM$.

Xét $\Delta HAA'$ ta có $\frac{HG'}{HA'} = \frac{1}{2}, \frac{I'G'}{G'A'} = \frac{1}{2}$ suy ra

$\frac{KI'}{AA'} = \frac{HI'}{HA'} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{KI'}{KI} = \frac{1}{3}$.

Vì $\Delta NI'K \sim \Delta BIK$ nên $\frac{NI'}{CI'} = \frac{NI'}{IB} = \frac{KI'}{KI} = \frac{1}{3}$. Từ đó $\frac{MN}{AB} = \frac{MN}{A'B'} = \frac{C'N}{CB'} = \frac{1}{3}$.

♦Trắc nghiệm:

Có thể vẽ hình chính xác và đo để kiểm tra đáp án. (Theo quan điểm cá nhân tôi, vì đây là bài trắc nghiệm nên có thể đo trực tiếp trên hình, xếp vào mục Vận dụng thấp ở chỗ tìm thiết diện, nếu là giải tự luận thì CÓ THỂ xếp vào vận dụng cao cũng được. Mong quý thầy cô góp ý thêm).

Câu 43: [1H3-1] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm A. Hình chóp có mấy mặt là tam giác vuông?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦Tự luận:

Hai mặt SAB, SAD là tam giác vuông tại A là hiển nhiên.

Lại có $\left.\begin{matrix} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Chứng minh tương tự ta có mặt SCD vuông tại D.

♦Trắc nghiệm:

Câu 44: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$, tứ giác $ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và B, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AB = 2CD = 2AD$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(SAD) \perp (SBC)$. **B.** $(SBC) \perp (SAC)$. **C.** $(SAD) \perp (SAB)$. **D.** $(SCD) \perp (SAD)$.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦Tự luận:

$\left.\begin{matrix} BC \perp SA \\ BC \perp AC \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAC)$, (B) đúng.

$\left.\begin{matrix} AD \perp SA \\ AD \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow (SAD) \perp (SAB)$, (C) đúng.

$\left.\begin{matrix} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$, (D) đúng.

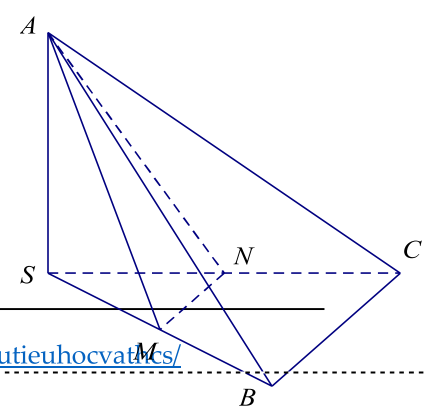
♦Trắc nghiệm:

Câu 45: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và ba đường thẳng SA, SB, SC đôi một vuông góc. Gọi M là trung điểm của SB. Tìm côsin của góc α tạo bởi hai đường thẳng AM và BC.

A. $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{10}$. **D.** $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải: Chọn A.

♦Tự luận:



Gọi N là trung điểm của SC. Góc $(AM, BC) = (AM, MN)$

Tính được

$MN = \frac{BC}{2} = \frac{SB\sqrt{2}}{2}$

$AM = \frac{SB\sqrt{5}}{2}$

Tam giác AMN cân nên $AM = AN$

Do đó $\cos\widehat{AMN} = \frac{AM^2 + MN^2 - AN^2}{2\,\mathrm{AM.MN}} = \frac{MN}{2\,AM} = \frac{\frac{SB\sqrt{2}}{2}}{SB\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

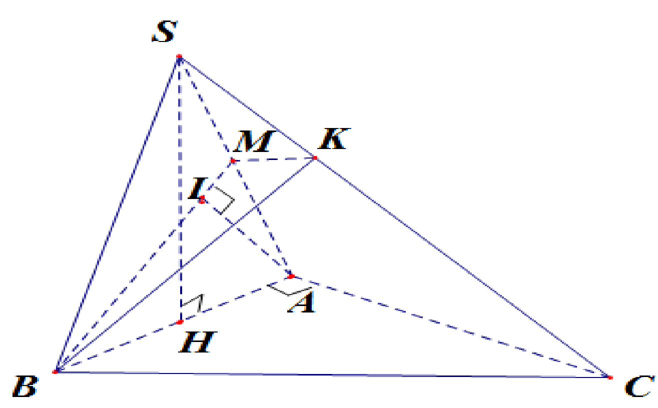
♦Trắc nghiệm:

Câu 46: [1H3-4] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Cạnh $AC = a$, $BC = a\sqrt{5}$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng đáy và tam giác SAB đều. Gọi K điểm thuộc cạnh SC sao cho $SC = 3SK$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AC và BK theo a.

A. $d = \frac{2\sqrt{21}a}{17}$. **B.** $d = \frac{\sqrt{21}a}{17}$. **C.** $d = \frac{2\sqrt{21}a}{7}$. **D.** $d = \frac{2\sqrt{2}a}{17}$.

***Hướng dẫn giải*:** **Chọn C**

♦Tự luận:



Gọi H là trung điểm của AB $\Rightarrow SH \perp AB$ (do tam giác SAB đều)

Do $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Do tam giác ABC vuông tại A nên $AB = 2a \Rightarrow SH = a\sqrt{3}$

$\mathrm{dt}(\Delta ABC) = \frac{1}{2}\mathrm{AB.AC} = \frac{1}{2}2a.a = a^2$

Kẻ KM song song với AC cắt SA tại M. Khi đó $AC // KM$ suy ra AC//(BKM)

Do đó $d(AC, BK) = d(AC, (BKM))$

Ta có $AC \perp AB, AC \perp SH$ nên $AC \perp (SAB)$

Kẻ $AI \perp BM$, do KM//AC nên $AI \perp KM$ suy ra $AI \perp (BKM)$

Suy ra $d(AC,BK)=d(AC,(BKM))=d(A,(BKM))=AI$

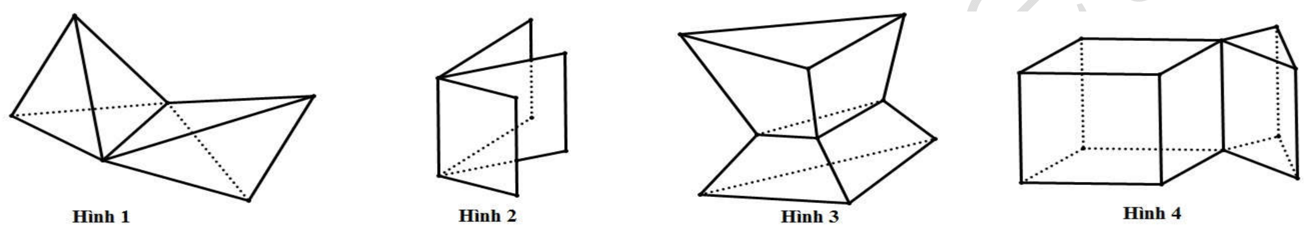
Ta có $\frac{MA}{SA}=\frac{KC}{SC}=\frac{2}{3}\Rightarrow S_{\Delta AMB}=\frac{2}{3}S_{\Delta SAB}=\frac{2}{3}.(2a)^2\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{2}{3}a^2\sqrt{3}$

Ta lại có BM = $\sqrt{AB^2+AM^2-2AB.AM.cos60^0}=\frac{2a\sqrt{7}}{3}$

Do đó $AI=\frac{2S_{\Delta ABM}}{BM}=\frac{2\sqrt{21}a}{7}$. Vậy $d(AC,BK)=AI=\frac{2\sqrt{21}a}{7}$.

♦Trắc nghiệm:

Câu 47: [2H1-1] Trong các hình sau, hình nào là khối đa diện ?



A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦Tự luận:

Loại hình 1,2,4 vì các hình đó có 1 cạnh là cạnh trung của nhiều hơn 2 mặt.

♦Trắc nghiệm:

Cau 48: [2H1-2] Khối tứ diện đều, khối bát diện đều và khối hai mươi mặt đều có số đỉnh là Đ, số cạnh là C, số mặt là M thỏa mãn:

A. $C=\frac{2M}{3}$. **B.** $M=\frac{2C}{3}$. **C.** $M=Đ$. **D.** $C=2Đ$.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦Tự luận:

Khối tứ diện đều , khối bát diện đều và khối 20 mặt đều có tất cả các mặt là tam giác có 3 cạnh, mà mỗi cạnh của các khối này đều là cạnh trung của đúng hai mặt. Vậy ta có: $3M=2C$.

♦Trắc nghiệm:

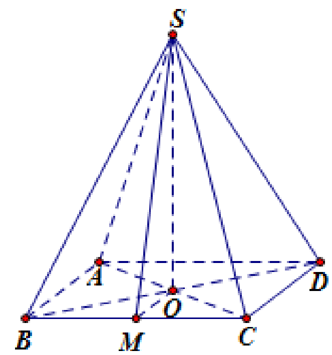
Câu 49: [1H3-3] Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp đó là bao nhiêu?

A. $V=\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $V=\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}}{9}a^3$.

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦Tự luận:

Gọi hình chóp đã cho là $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng x khi đó các mặt bên của hình chóp là các tam giác đều bằng nhau.



M là trung điểm BC thì SM là đường cao của mặt bên SBC nên $SM=a\sqrt{3}$. Tam giác SBC đều cạnh x và đường cao $SM=a\sqrt{3}$ nên $\frac{x\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}\Leftrightarrow x=2a.$

$S_{ABCD}=4a^2.$

$SO=\sqrt{SM^2-MO^2}=\sqrt{SM^2-(\frac{AB}{2})^2}=\sqrt{(a\sqrt{3})^2-a^2}=a\sqrt{2}.$

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.4a^2=\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3.$

♦Trắc nghiệm:

Câu 50: [2H1-4]Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích hai phần đó.

A. $\frac{7}{17}$. **B.** $\frac{5}{12}$. **C.** $\frac{7}{24}$. **D.** $\frac{5}{17}$.

Hướng dẫn giải: **Chọn A**

♦Tự luận:

+ Lập thiết diện của khối hộp đi qua mặt phẳng $(MB'D')$ Thiết diện chia khối hộp thành hai phần trong đó có $AMN.A'B'D'$

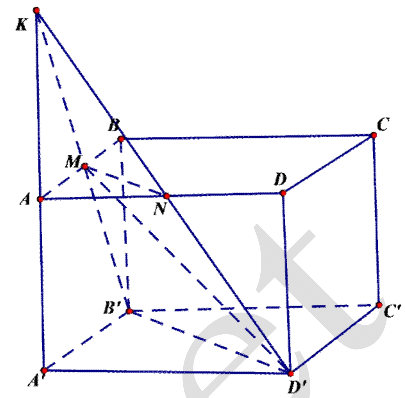
Trong mp $(ABB'A')$ có MB' cắt AA' tại K.

Trong $(ADD'A')$ có KD' cắt AD tại D

=> Thiết diện là $MNB'D'$. Dễ thấy N là trung điểm của AD

+ Áp dụng định lý Ta lét ta có:

$$\frac{KA}{KA'}=\frac{KM}{KB'}=\frac{KN}{KD'}=\frac{MN}{BD}=\frac{1}{2}$$
$$\frac{V_{KAMN}}{V_{KABD}}=\frac{KA.KM.KN}{KA'.KB'.KD'}=\frac{1}{8}$$
$$\Rightarrow V_{AMN.A'B'D'}=\frac{7}{8}V_{KAB'D'}=\frac{7}{8}.\frac{1}{3}.KA'.\frac{1}{2}A'B'.A'D'$$
$$=\frac{7}{48}.2.AA'.A'B'.A'D'=\frac{7}{24}.V_{ABCD.A'B'C'D'}$$



=> Tỷ lệ giữa 2 phần đó là $\frac{7}{17}$.

♦Trắc nghiệm: