Đáp án

1.C	2.A	3.B	4.A	5.B	6.D	7.A	8.B	9.C	10.D
11.C	12.D	13.C	14.D	15.B	16.B	17.D	18.A	19.B	20.C
21.A	22.C	23.A	24.A	25.D	26.C	27.B	28.D	29.B	30.D
31.D	32.A	33.A	34.D	35.C	36.A	37.B	38.A	39.A	40.A
41.B	42.A	43.B	44.D	45.A	46.B	47.A	48.D	49.A	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ -3 nên $y(0)=-3 \Rightarrow d=-3$ (*)

Mà đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;-1)$ nên $y(1)=-1 \Leftrightarrow a+b+c+d=-1$ (**)

Mặt khác: $y'=3ax^2+2bx+c$

Như hình vẽ, hàm số có hai điểm cực trị là: $x=0, x=2$

Do đó phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt là $x=0,\ x=2$

$$\Rightarrow \begin{cases} c=0 \ \ (***) \\ 12a+4b+c=0 \ \ (****) \end{cases}$$

Giải hệ 4 phương trình trên ta được: $\begin{cases} a=-1 \\ b=3 \\ c=0 \\ d=-3 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{b}{a}=-3$

Câu 2: Đáp án A

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $x=m, y=2$

Hình chữ nhật tạo thành từ hai đường tiệm cận có kích thước 2 và $|m|$

Theo bài ra, diện tích hình chữ nhật đó là 2

Suy ra: $2|m|=2 \Leftrightarrow m=\pm 1$

Câu 3: Đáp án B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y'=2x^2+2(m+1)x+m^2+4m+3$

Để đồ thị hàm số có điểm cực đại và cực tiểu nằm bên phải trục tung thì hai nghiệm của phương trình $y'=0$ phải phân biệt dương

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta = -m^2 - 6m - 5 > 0 \\ S = -m - 1 > 0 \\ P = \dfrac{m^2 + 4m + 3}{2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5 < m < -1 \\ \left[\begin{array}{l} m > -1 \\ m < -3 \end{array}\right. \end{cases}$$

$\Leftrightarrow -5 < m < -3$

Câu 4: Đáp án A

TXĐ: $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$ và tiệm cận ngang là $y = 0$

Câu 5: Đáp án B

Hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ không xác định tại $x = 1$ nên loại hàm số này.

Hàm số $y = x^4 + 2x^2 + 2$ là hàm trùng phương nên không thể đơn điệu trên $\mathbb{R}$

Xét hàm số: $y = -x^3 + x^2 - 3x + 1$

$\Rightarrow y' = -3x^2 + 2x - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Vậy chỉ có 1 hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$

Câu 6: Đáp án D

Ta có: $y' = -3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 4 \\ x = -2 \Rightarrow y = 0 \end{array}\right.$

Suy ra đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $2x - y + 4 = 0$ (d)

Đường tròn (C) có tâm là $I(m; m+1)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$

Để (C) tiếp xúc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị thì

$$d\left(I,(d)\right) = R \Leftrightarrow \frac{|2m - m - 1 + 4|}{\sqrt{2^2 + 1}} = \frac{|m+3|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} m_1 = 2 \\ m_2 = -8 \end{array}\right. \Rightarrow m_1 + m_2 = -6$$

Câu 7: Đáp án A

Xét hàm số $y = \dfrac{\cos x + 1}{\sin x + 1}$ trên $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$

Ta có: $y'=\dfrac{-\sin x-\cos x-2}{(\sin x+1)^2}<0,\forall x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$

Vậy $y\in\left[\dfrac{1}{2};2\right],\forall x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$

Câu 8: Đáp án B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y'=x^3-2mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=2m\end{array}\right.$

Để hàm số có 3 điểm cực trị thì $m>0$. Khi đó, 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là $\left(0;m^2\right);\left(\sqrt{2m};0\right);\left(-\sqrt{2m};0\right)$.

Suy ra parabol đi qua 3 điểm cực trị này là $y=\dfrac{-m}{2}x^2+m^2$

Theo giả thiết, Parabol đi qua điểm $(2;24)$ nên $m^2-2m-24=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=6\\m=-4\end{array}\right.$

Loại $m=-4$ vì điều kiện $m>0$

Câu 9: Đáp án C

Gọi $x=x_0$ là điểm mà tại đó $y(x_0)=0$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_0		0		2		$+\infty$
$y'(x)$		-		-	||	-	0	+	
$\lvert y(x)\rvert$	2	↘	0	↗	$+\infty$ || $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Như vậy, phương trình $\lvert f(x)=3\rvert$ có 3 nghiệm phân biệt tương ứng với hoành độ 3 giao điểm của đồ thị hàm số $y=\lvert f(x)\rvert$ và $y=3$

Câu 10: Đáp án D

Tổng chi phí: $T(x)=C(x)+0,4x$

$=0,0001x^2+0,2x+10000$ (vạn đồng)

Suy ra chi phí trung bình:

$$M(x)=\frac{T(x)}{x}=0,0001x+0,2+\frac{10000}{x}$$

Theo định lí cossi cho hai số dương ta có:

$$M(x)\geq 0,2+2\sqrt{10000.0,0001}=2,2$$

Dấu "=" xảy ra khi $0,0001x=\frac{10000}{x}\Leftrightarrow x=10000$

Vậy chi phí cho mỗi cuốn tạp chí thấp nhất là 22000đ

Câu 11: Đáp án C

Phương trình cho tương đương:

$$\sin 3x+\cos x=\sin 11x+\sin 3x\Leftrightarrow \sin x=\sin 11x$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=11x+k2\pi\\x=\pi-11x+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-k\frac{\pi}{5}\\x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{6}\end{array}\right.$$

Câu 12: Đáp án D

Ta có: $\cos(\sin x)=1\Leftrightarrow \sin x=0\Leftrightarrow x=\pi+k\pi$

Trong đoạn $\left[0;2\pi\right]$ có 3 giá trị thỏa mãn là $x=0,x=\pi,x=2\pi$

Câu 13: Đáp án C

$$\sin 3x-3\sin 2x-\cos 2x+3\sin x+3\cos x=2$$

$$\Leftrightarrow 3\sin x-4\sin^3 x-6\sin x\cos x+2\sin^2 x-1+3\sin x+3\cos x=2$$

$$\Leftrightarrow -3\cos x(2\sin x-1)+(2\sin x-1)(-2\sin^2 x+3)=0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin x-1)(-3\cos x-2\sin^2 x+3)=0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin x-1)(2\cos^2 x-3\cos x+1)=0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin x-1)(\cos x-1)(2\cos x-1)=0$$

Câu 14: Đáp án D

$27\cos^4 x + 8\sin x = 12$

$\Leftrightarrow 27(1-\sin^2 x)^2 + 8\sin x = 12$

$\Leftrightarrow 27\sin^4 x - 54\sin^2 x + 8\sin x + 15 = 0$

$\Leftrightarrow (9\sin^2 x - 6\sin x - 5)(3\sin^2 x + 2\sin x - 3) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = \dfrac{1-\sqrt{6}}{3} \\ \sin x = \dfrac{-1+\sqrt{10}}{3} \end{array}\right.$$

Vậy có 4 giá trị của x thuộc đoạn $\left[0;2\pi\right]$ thỏa mãn phương trình cho

Câu 15: Đáp án B

Số cách chọn là: $C_5^1.C_5^1.C_3^1 = 75$

Câu 16: Đáp án B

Số đó nhất thiết phải có mặt 3 chữ số 1, 2, 5 ta chỉ cần chọn 2 chữ số nữa từ 4 chữ số còn lại.

TH1: Hai chữ số được chọn kia không chứa số 0: Ta có $C_3^2.A_5^5 = 360$

TH2: Hai chữ số kia chứa chữ số 0, ta loại trường hợp chữ số 0 đứng đầu thì còn: $C_3^1.A_5^5.\dfrac{4}{5} = 288$

Vậy có tất cả là 648 số

Câu 17: Đáp án D

Ta có: $(1+2x)^{12} = \sum\limits_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^k.x^k$

Suy ra hệ số tổng quát là $T_k = C_{12}^k 2^k$

***Nếu** $T_{k+1} \ge T_k \Leftrightarrow C_{12}^{k+1}.2^{k+1} \ge C_{12}^k.2^k$

$\Leftrightarrow \dfrac{12!}{(k+1)!(12-k-1)!}.2 \ge \dfrac{12!}{k!(12-k)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2}{k+1} \ge \dfrac{1}{12-k} \Leftrightarrow 24-2k \ge k+1 \Leftrightarrow k \le \dfrac{23}{3}$

Hay $k \in \{0;1;2;...;7\}$

Suy ra $T_0 < T_1 < T_2 < T_3 < ... < T_7 < T_8$

***Nếu** $T_{k+1} < T_k \Leftrightarrow C_{12}^{k+1}.2^{k+1} < C_{12}^k.2^k$

$\Leftrightarrow \dfrac{12!}{(k+1)!(12-k-1)!}.2 < \dfrac{12!}{k!(12-k)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2}{k+1} < \dfrac{1}{12-k} \Leftrightarrow 24-2k < k+1 \Leftrightarrow k > \dfrac{23}{3}$

Hay $k \in \{8,9,10,11,12\}$

$\Rightarrow T_8 > T_9 > T_{10} > T_{11} > T_{12}$

Vậy $Max = T_8 = 126720$

Câu 18: Đáp án A

Ta có số cách chọn 4 đỉnh: $C_{20}^4 = 4845$

Hình hai mươi cạnh đều có 10 đường chéo đi qua tâm và chúng đều bằng nhau

Cứ hai đường chéo gộp lại ta được hai đường chéo của một hình chữ nhật

Vậy có tất cả C_{10}^2 hình chữ nhật thỏa mãn 4 đỉnh là 4 trong 20 đỉnh của hình cho

Kết luận: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_{10}^4}{C_{20}^4} = \dfrac{45}{4845} = \dfrac{3}{323}$

Câu 19: Đáp án B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} \overset{(L)}{=} \lim\limits_{x\to 0^+} = \dfrac{1}{2\sqrt{x+4}} = \dfrac{1}{4}$

Lại có: $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = f(0) = m + \dfrac{1}{4}$

Để tồn tại giới hạn tại $x=0$ thì $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = f(0)$

Suy ra $m = 0$

Câu 20: Đáp án C

Có $\lim\limits_{x\to 3} y = \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{2x+6}{3x^2-27} = \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{12}{18(x-3)} = \infty \neq f(3)$

$\lim\limits_{x\to -3} y = \lim\limits_{x\to -3} \dfrac{2x+6}{3x^2-27} \overset{(L)}{=} \lim\limits_{x\to -3} \dfrac{2}{6x} = -\dfrac{1}{9} = f(-3)$

Vậy hàm số không liên tục tại $x = 3$

Câu 21: Đáp án A

Ta có: $y' = xe^x + \frac{1}{2}x^2e^x = xe^x + y$

$\Rightarrow y'' = e^x + xe^x + y'$

Vậy $y'' - y' = e^x + xe^x = e^x(x+1)$

Câu 22: Đáp án C

Ta có: $f'(2) = \lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

$\Rightarrow 2f'(2) = \lim\limits_{x\to 2}\frac{2f(x)-2f(2)}{x-2}$

$\Rightarrow 2f'(2) - f(2) = \lim\limits_{x\to 2}\frac{2f(x)-2f(2)}{x-2} - f(2)$

$= \lim\limits_{x\to 2}\left[\frac{2f(x)-2f(2)}{x-2} - f(2)\right] = \lim\limits_{x\to 2}\frac{2f(x)-xf(2)}{x-2}$

Câu 23: Đáp án A

Điểm $A(1;-8)$

Ta có: $y' = 4x^3 - 12x \Rightarrow y'(1) = -8$

Tiếp tuyến tại A là: $y = -8x$

Hoành độ điểm A, B là nghiệm của phương trình:

$x^4 - 6x^2 - 3 = -8x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$

Vậy hoành độ điểm B là -3. Chọn đáp án A

Câu 24: Đáp án A

Thể tích khối tứ diện là: $V = \frac{1}{6}OA.OB.OC = \frac{1}{6}.2.3.6 = 6cm^3$

Câu 25: Đáp án D

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD. Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD$ mà $CD \perp AD$

$\Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$ mà $AH \perp SD \Rightarrow AH \perp (SDC)$

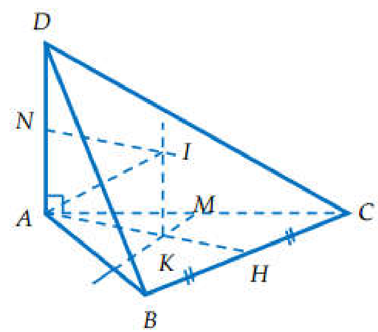
Có $AB // CD \Rightarrow AB // (SDC) \Rightarrow d(AB;SD) = d(AB;(SDC)) = d(A;(SDC)) = AH$

Có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{1}{2a^2}$

$\Rightarrow AH = a\sqrt{2}$

$\Rightarrow d(AB;SD) = AH = a\sqrt{2}$

Câu 26: Đáp án C



Gọi H là trung điểm của BC

Đường trung trực của AC cắt AC, AH lần lượt tại M, K

Mặt phẳng trung trực của AD cắt đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại I $\Rightarrow$ I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện S.ABCD

Có $AH \perp BC \Rightarrow AC = \dfrac{HC}{\cos ACB} = 3a\sqrt{2}$

$\Rightarrow AH = \sqrt{AC^2 - HC^2} = \sqrt{18a^2 - 2a^2} = 4a$

$\dfrac{AK}{AC} = \dfrac{AM}{AH} \Rightarrow AK = \dfrac{AC.AM}{AH} = \dfrac{AC^2}{2AH} = \dfrac{18a^2}{8a} = \dfrac{9a}{4}$

$\Rightarrow R = AI = \sqrt{AK^2 + IK^2} = \sqrt{\dfrac{81a^2}{16} + a^2} = \dfrac{a\sqrt{97}}{4}$

$\Rightarrow S = 4\pi R^2 = \dfrac{97\pi a^2}{4}$

Câu 27: Đáp án B

Đặt $\log_4 a = \log_6 b = \log_9 (a+b) = t$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4^t \\ b = 6^t \\ a + b = 9^t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4^t + 6^t = 9^t \quad (*) \\ \dfrac{a}{b} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^t \end{cases}$$

Vì $9^t > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên chia hai vế phương trình (*) cho 9^t ta có: $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2t} + \left(\dfrac{2}{3}\right)^t - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\ (loai) \end{array}\right. \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

Câu 28: Đáp án D

Bất phương trình: $2^{x^2-3x+4} \le \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$

$\Leftrightarrow 2^{x^2-3x+4} \le 2^{-2x+10}$

$\Leftrightarrow x^2-3x+4 \le -2x+10$ vì $2>1$

$\Leftrightarrow x^2-x-6 \le 0$

$\Leftrightarrow -2 \le x \le 3$

Vậy bất phương trình có 3 nghiệm nguyên dương

Câu 29: Đáp án B

TXĐ: $D=\left(\sqrt{6};+\infty\right)$

Phương trình: $\log_3(x^2-6)=\log_3(x-2)+1$

$\Leftrightarrow \log_3(x^2-6)=\log_3(3x-6)$

$\Leftrightarrow x^2-3x=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \notin D \\ x=3 \in D \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có một nghiệm duy nhất.

Câu 30: Đáp án D

Xét hàm số: $y=x^2-2\ln x$ trên $D=\left[e^{-1};e\right]$. Có $y'=2x-\frac{2}{x}$

$$y'=0 \Rightarrow 2x-\frac{2}{x}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \in D \\ x=-1 \notin D \end{array}\right.$$

Có $y(e^{-1})=e^{-2}+2$

$y(e)=e^2-2$

$y(1)=1$

Vậy $M = e^2 - 2; m = 1$

Câu 31: Đáp án D

Đặt $t = 2^{|x-1|} \geq 2^0 = 1$

Mỗi giá trị $t > 1$ có 2 giá trị x thỏa mãn; $t = 1$ có 1 giá trị x thỏa mãn phương trình.

Do đó bài toán tương đương tìm m để phương trình $2t^2 + t + m = 0$ (1) có nghiệm $t = 1$ và không có nghiệm $t > 1$

Với $t = 1$ ta tìm được $m = -3$

Với $m = -3$ thì (1) có nghiệm $t = 1$ và $t = -\frac{3}{2}$, do đó phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = -1$

Câu 32: Đáp án A

$S_{tp} = 6a^2 = 150(cm^2) \Leftrightarrow a = 5(cm)$

$\Rightarrow V = a^3 = 125(cm^3)$

Câu 33: Đáp án A

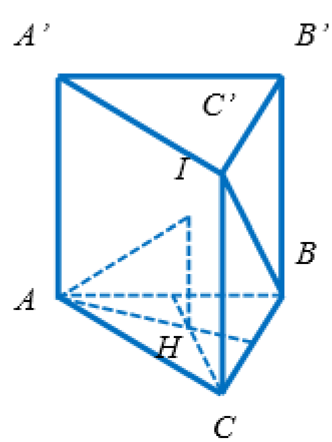
$S_d = \pi R^2 = 900\pi(cm^2) \Rightarrow R = 30(cm)$

$\Rightarrow c = 2\pi R = 60\pi(cm)$

Câu 34: Đáp án D

$\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{8}$

Câu 35: Đáp án C

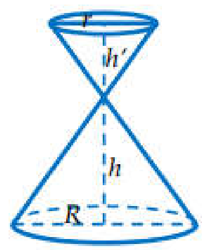


Ta có $AH = \frac{2}{3}AB.\sin 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$R = AI = \sqrt{AH^2 + IH^2} = \sqrt{\frac{4a^2}{3} + a^2} = \frac{a\sqrt{21}}{3}$

$\Rightarrow S = 4\pi R^2 = \frac{28\pi a^2}{3}$

Câu 36: Đáp án A



Ta có: $h + h' = 30(cm)$

$r = h'\cot 60^0 = \frac{h'\sqrt{3}}{3}; R = h\cot 60^0 = \frac{h\sqrt{3}}{3}$

$V = \frac{1}{3}\pi\left(h'r^2 + h.R^2\right) = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{h'^3}{3} + \frac{h^3}{3}\right) = 1000\pi(cm^3)$

$\Rightarrow h^3 + h'^3 = 9000(cm^3)$

$\Rightarrow \begin{cases} h + h' = 30 \\ h^3 + h'^3 = 9000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h' = 30 - h \\ h^2 - 30h + 200 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} h' = 30 - h \\ \left[\begin{array}{l} h = 20 \\ h = 10 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h' = 10 \\ h = 20 \end{cases}$ vì $h > h'$

Ta có $\frac{V'}{V} = \frac{r^2.h'}{R^2.h} = \frac{h'^3}{h^3} = \frac{1}{8}$

Câu 37: Đáp án B

Ta có: $N(3574) = 100.(0,5)^{\frac{3574}{A}} = 65\%$

$\Leftrightarrow A = \dfrac{3574}{\log_{0,5} 0,65}$

$N(t) = 100.(0,5)^{\frac{t}{A}} = 63\%$

$\Leftrightarrow t = A\log_{0,5} 0,63 = \dfrac{3574}{\log_{0,5} 0,65}\log_{0,5} 0,63 \approx 3883$ (năm)

Câu 38: Đáp án A

$I = \int xe^{2x}dx$

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \dfrac{e^{2x}}{2} \end{cases}$

$I = \int xe^{2x}dx = \dfrac{xe^{2x}}{2} - \dfrac{1}{2}\int e^{2x}dx = \dfrac{1}{2}e^{2x}\left(x - \dfrac{1}{2}\right) + C$

Câu 39: Đáp án A

Ta có $I_1 = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)dx = 4$

Đặt $t = \tan x \Rightarrow dt = \dfrac{dx}{\cos^2 x}$

$\Rightarrow dt = (1 + \tan^2 x)dx = (1 + t^2)dx \Rightarrow \dfrac{dt}{1 + t^2} = dx$

$\Rightarrow I_1 = \int\limits_0^1 \dfrac{f(t)}{t^2 + 1}dt = \int\limits_0^1 \dfrac{f(x)}{x^2 + 1}dx = 4$

$I_2 = \int\limits_0^1 \dfrac{x^2 f(x)}{x^2 + 1}dx$

$= \int\limits_0^1 f(x)dx - \int\limits_0^1 \dfrac{f(x)}{x^2 + 1}dx = \int\limits_0^1 f(x)dx - 4 = 2$

$\Rightarrow \int\limits_0^1 f(x)dx = 6$

Câu 40: Đáp án A

Có $I=\int_0^2 \frac{\ln x}{x^2}dx$

Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=\frac{1}{x^2}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\frac{dx}{x} \\ v=-\frac{1}{x} \end{cases}$

$\Rightarrow I=\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}dx=-\frac{\ln x}{x}\Big|_1^2+\int_1^2 \frac{1}{x^2}dx$

$=-\frac{\ln 2}{2}-\frac{1}{x}\Big|_1^2=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\ln 2$

$\Rightarrow 2a+3b+c=2.\left(-\frac{1}{2}\right)+3.1+2=4$

Câu 41: Đáp án B

Đồ thị hàm số cắt Ox tại $(1;0)$ Oy tại $(0;-1)$

$S=\left|\int_0^1 \frac{x-1}{x+1}dx\right|=\left|\int_0^1 \left(1-\frac{2}{x+1}\right)dx\right|$

$=\left[x-2\ln(x+1)\right]_0^1=2\ln 2-1$

Câu 42: Đáp án A

Có $3z-(4+5i)\overline{z}=-17+11i$

$\Leftrightarrow 3(a+bi)-(4+5i)(a-bi)=-17+11i$

$\Leftrightarrow a+5b+(5a-7b)i=17-11i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+5b=17 \\ 5a-7b=-11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow ab=6$

Câu 43: Đáp án B

Phương trình: $z^3+z^2-2=0$

$\Leftrightarrow (z-1)(z^2+2z+2)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z^2+2z+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z=-1+i \\ z=-1-i \end{array}\right.$

Tổng các nghiệm phức của phương trình đã cho là $z_1+z_2+z_3=1-1+i-1-i=-1$

Câu 44: Đáp án D

$|z+2+i| = |\overline{z}-3i|$

$\Leftrightarrow |(x+2)+(y+1)i| = |x-(y+3)i|$

$\Leftrightarrow (x+2)^2+(y+1)^2 = x^2+(y+3)^2$

$\Leftrightarrow y = x-1$

Câu 45: Đáp án A

Đặt $z = x+yi$

Có $|z-3-4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |x-3+(y-4)i| = \sqrt{5}$

$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y-4)^2 = 5$

$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 5-(y-4)^2$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3+\sqrt{5-(y-4)^2} \\ x = 3-\sqrt{5-(y-4)^2} \end{array}\right.$

$P = |z+2|^2-|z-i|^2 = |(x+2)+yi|^2-|x+(y-1)i|^2 = 4x+2y+3$

TH1: $x = 3+\sqrt{5-(y-4)^2}$

$\Rightarrow P = 4\sqrt{-y^2+8y-11}+2y+15$

Xét hàm số: $f(y) = 4\sqrt{-y^2+8y-11}+2y+15$ trên $\left[4-\sqrt{5};4+\sqrt{5}\right]$

Có $f'(y) = \dfrac{-4y+16}{\sqrt{-y^2+8y-11}}+2$

$f'(y) = 0 \Rightarrow \dfrac{-4y+16}{\sqrt{-y^2+8y-11}}+2 = 0$

$\Leftrightarrow -2y+8 = \sqrt{-y^2+8y-11}$

$\Leftrightarrow y^2-8y+15 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=5 \\ y=3 \end{array}\right.$

Ta có: $f(4-\sqrt{5}) = 23-2\sqrt{5}$

$f(4+\sqrt{5}) = 23+2\sqrt{5}$

$f(5) = 33$

$f(3) = 29$

TH2: $x = 3 - \sqrt{5-(y-4)^2}$

$\Rightarrow P = -4\sqrt{-y^2+8y-11} + 2y + 15$

Xét hàm số: $f(y) = -4\sqrt{-y^2+8y-11} + 2y + 15$ trên $\left[4-\sqrt{5}; 4+\sqrt{5}\right]$

Có $f'(y) = \dfrac{4y-16}{\sqrt{-y^2+8y-11}} + 2$

$f'(y) = 0 \Rightarrow \dfrac{4y-16}{\sqrt{-y^2+8y-11}} + 2 = 0$

$\Leftrightarrow 2y - 8 = \sqrt{-y^2+8y-11}$

$\Leftrightarrow y^2 - 8y + 15 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=5 \\ y=3 \end{array}\right.$

Ta có: $f(4-\sqrt{5}) = 23 - 2\sqrt{5}$

$f(4+\sqrt{5}) = 23 + 2\sqrt{5}$

$f(5) = 23$

$f(3) = 13$

$\Rightarrow M = \max P = 33$

$m = \min P = 13$

$\Rightarrow \omega = 33 + 13i \Rightarrow |\omega| = \sqrt{1258}$

Câu 46: Đáp án B

Điều kiện: $-5m^2 - 9 + (m+2)^2 + 4m^2 + m^2 > 0$

$\Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 > 0$

$\Leftrightarrow m \in (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$

Câu 47: Đáp án A

$\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} = (3; 22; -3)$

Câu 48: Đáp án D

Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là: $I(1;-1;-3); R = 2\sqrt{3}$

Tính khoảng cách d từ I đến các mặt phẳng và so sánh với R, khoảng cách $d < R$ thì mặt phẳng cắt mặt cầu

Câu 49: Đáp án A

Gọi $H(t;t;1+t)\in d$ sao cho $AH\perp d$

Có $\overrightarrow{AH}=(t-3;t-2;t+2)$

$AH\perp d\Rightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t-3+t-2+t+2=0\Leftrightarrow t=1$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}=(-2;-1;3)$

Phương trình mặt phẳng cần tìm chứa d và nhận vecto $\overrightarrow{AH}$ là vecto pháp tuyến.

$\Rightarrow (P):2x+y-3z+3=0$

Câu 50: Đáp án B

Phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \\ z=-3-4t \end{cases}$

Gọi tọa độ điểm B là: $B(1+3t;2+4t;-3-4t)$

Vì $B\in(P)\Rightarrow 2(1+3t)+2(2+4t)-(-3-4t)+9=0$

$\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow B=(-2;-2;1)$

Ta có $AMB=90^0$ và $M\in(P)\Rightarrow$ quỹ tích điểm M là giao điểm của mặt cầu đường kính AB và mặt phẳng (P)

Ta có trung điểm của AB là $K\left(-\frac{1}{2};0;-1\right)$

Phương trình đường thẳng qua K và vuông góc với (P) là $\begin{cases} x=-\frac{1}{2}+2t \\ y=2t \\ z=-1-t \end{cases}$

Gọi $H\left(-\frac{1}{2}+2t;2t;-1-t\right)\in D$ trên mặt phẳng (P)

$\Rightarrow H$ là hình chiếu vuông góc của K trên (P)

$H\left(-\frac{1}{2}+2t;2t;-1-t\right)\in(P)\Rightarrow t=-1$

$\Rightarrow H\left(-\frac{5}{2};-2;0\right)\Rightarrow \overrightarrow{HB}=\left(\frac{1}{2};0;1\right)$

MB lớn nhất khi $M\in BH$

Gọi vecto chỉ phương đường thẳng BM là $\vec{u}_{MB}$

$$\Rightarrow \vec{u}_{MB} = (1;0;2) \Rightarrow BM: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Vậy đáp án B. $I(-1;-2;3) \in BM$