

Đáp án

1.A	2.C	3.D	4.B	5.C	6.A	7.D	8.B	9.C	10.A
11.D	12.B	13.C	14.A	15.D	16.B	17.C	18.A	19.D	20.B
21.C	22.A	23.D	24.B	25.A	26.C	27.D	28.B	29.A	30.C
31.D	32.B	33.A	34.C	35.D	36.B	37.A	38.C	39.B	40.D
41.A	42.B	43.C	44.D	45.B	46.A	47.C	48.D	49.B	50.C

Câu 1: Đáp án A

$$\alpha = 2(a^2 - b^2) \in \mathbb{R}, \beta = 2(a^2 + b^2) - 2b \in \mathbb{R}$$

Câu 3: Đáp án D

Diện tích mỗi mặt khối lập phương: $S_1 = a^2$.

Diện tích toàn phần của khối lập phương: $S_2 = 6a^2$.

Diện tích toàn phần của khối chữ thập: $S_p = 5S_2 - 8S_1 = 22a^2$.

Câu 4: Đáp án B

Dựa vào đồ thị suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = a > 0$ và một tiệm cận ngang $y = b > 0$. Mặt khác, ta thấy dạng đồ thị hàm số là một đường cong đi xuống từ trái sang phải trên các khoảng xác định của nó nên:

$$y' = \frac{c - ab}{(x - a)^2} < 0, \forall x \neq a \Rightarrow c - ab < 0.$$

Câu 5: Đáp án C

$$\begin{aligned} T &= (a^{\log_2 5})^{\log_2 5} + (b^{\log_4 6})^{\log_4 6} + 3(c^{\log_7 3})^{\log_7 3} \\ &= 4^{\log_2 5} + 16^{\log_4 6} + 3 \cdot 49^{\log_7 3} = 5^2 + 6^2 + 3^2 = 88. \end{aligned}$$

Câu 6: Đáp án A

Khẳng định: với mọi $a > b > 1$, ta có $a^b > b^a$ là sai ví dụ ta thử $a = 31, b = 3$ thì sẽ thấy.

Câu 9: Đáp án C

BPT có tập nghiệm là $S = (-4; 0) \cup (1; +\infty)$

Do $x \in \mathbb{Z}$ và $x < 6 \Rightarrow x \in \{-3; -2; -1; 2; 3; 4; 5\}$

Câu 10: Đáp án A

Phương trình mặt phẳng (yOz) là $x = 0$

Từ giả thiết có: $b - 1 = 0, c = -\sqrt{2} \Rightarrow a + b + c = 2 - \sqrt{2} \in (0; 3)$

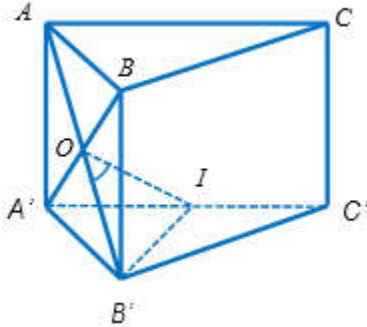
Câu 13: Đáp án C

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 5)'}{x^2 + 5} = \frac{2x}{x^2 + 5}, f'(2) = \frac{4}{9}.$$

Do đó

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{(3k+1)x^2 + 1}}{x} = 9f'(2) \Rightarrow \sqrt{3k+1} = 9 \cdot \frac{4}{9} \Rightarrow k = 5.$$

Câu 15: Đáp án D



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và I là trung điểm của $A'C'$. Ta có:

$$\angle B'OI = (\angle AB', \angle BC') = 60^\circ.$$

Mặt khác $OB' = \frac{AB'}{2} = \frac{BC'}{2} = OI$ nên $\triangle B'OI$ đều.

$$\text{Suy ra } AB' = 2OB' = 2B'I = 2\left(\frac{2a\sqrt{3}}{2}\right) = 2a\sqrt{3}.$$

Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ tam giác đều nên tam giác $AA'B'$ vuông tại A' và có

$$AA' = \sqrt{AB'^2 - A'B'^2} = \sqrt{12a^2 - 4a^2} = 2a\sqrt{2}.$$

Thể tích khối lăng trụ đã cho là:

$$V = AA' \cdot S_{ABC} = 2a\sqrt{2} \cdot \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{6}a^3.$$

Câu 16: Đáp án B

$$y' = (3x^2 - 2x + m)2^{x^3 - x^2 + mx + 1} \ln 2.$$

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + m \geq 0, x \in [1; 2]$$

$$\Leftrightarrow m \geq \max_{x \in [1; 2]} g(x) = g(1) = -1, g(x) = -3x^2 + 2x$$

Câu 17: Đáp án C

Nhắc lại: xác suất của biến cố A được định nghĩa $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$, với $n(A)$ là số phần tử của A,

$n(\Omega)$ là số các kết quả có thể xảy ra của phép thử. Số phần tử của không gian mẫu là

$n(\Omega) = 36$. Gọi A là biến cố " $b^2 - 4c < 0$ ", ta có

$$A = \{(1;1); \dots (1;6); (2;2); \dots (2;6); (3;3); \dots (3;6); (4;5); (4;6)\}$$

Suy ra $n(A) = 17$. Vậy xác suất để phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm là $\frac{17}{36}$.

Câu 18: Đáp án A

$$0 = f'(x) = \frac{2x^2 - 6x + 4}{\sqrt{x^2 + 4}} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0;3] \\ x = 2 \in [0;3] \end{cases}$$

$$f(0) = -12, f(3) = -3\sqrt{13}, f(1) = -5\sqrt{5}, f(2) = -8\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow m + M = -12 - 3\sqrt{13} = a - b\sqrt{c}$$

$$\Rightarrow S = a + b + c = -12 + 3 + 13 = 4.$$

Câu 19: Đáp án D

$$a + bi = \frac{1+3i}{1-2i} + i = \frac{3+4i}{1-2i} = -1 + 2i.$$

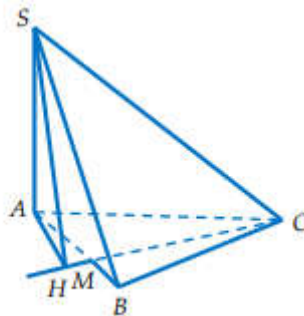
$$\text{Từ đó ta có } a = -1, b = 2 \Rightarrow |z| = \sqrt{5}.$$

Câu 20: Đáp án B

$$\frac{1}{a} + b \ln \frac{3}{2} = \int_0^1 \frac{x^3 + 2x + 3}{x + 2} dx = \int_0^1 \left(x^2 + \frac{3}{x+2} \right) dx = \frac{1}{3} + 3 \ln \frac{3}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } ab - 8 < k^2 + 1 \Rightarrow 3 \cdot 3 - 8 < k^2 + 1 \Rightarrow k \neq 0.$$

Câu 21: Đáp án C



Trong mặt phẳng (ABC) , kẻ $AH \perp CM$ tại H .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SA \perp (ABC) \\ CM \perp AH \end{cases} \Rightarrow CM \perp SH.$$

Do đó khoảng cách d từ S đến đoạn thẳng CM là độ dài đoạn SH . $\triangle BCM$ vuông tại B có:

$$CM = \sqrt{BC^2 + BM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{3}.$$

Từ hai tam giác vuông đồng dạng là AHM và CBM , ta suy ra $AH = \frac{AM \cdot BC}{CM} = \frac{a\sqrt{10}}{5} \cdot \Delta SAH$

vuông tại A , có: $SH = \sqrt{SA^2 + AH^2} = \frac{\sqrt{110}}{5}$.

Câu 22: Đáp án A

Tổng diện tích cần phải sơn là:

$$S_{xq} = 2(2\pi r_1 h) + 6(2\pi r_2 h) = 2[2\pi(0,2)(4,2)] + 6[2\pi(0,13)(4,2)] \approx 31,1394 m^2$$

Vậy số tiền chủ nhà phải chi trả để sơn 8 cây cột nhà là $380000 \times 31,1394 \approx 11833000$ đồng.

Câu 23: Đáp án D

Để thành phố X có nhiều giờ có ánh sáng nhất thì $\sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right) = 1 \Rightarrow t = 171$.

Câu 24: Đáp án B

Ta có $\overline{AB} = (-3; -3; 2)$ và mặt phẳng (P) có VTPT là $\overline{n}_p = (1; -3; 2)$; $(P) \perp (Q) \Rightarrow$ mặt phẳng (Q) có VTPT là $\overline{n}_q = [\overline{n}_p, \overline{AB}] = -4(0; 2; 3)$.

Phương trình mặt phẳng (Q) : $2y + 3z - 11 = 0 \Rightarrow a + b + c = 0 + 2 + 3 = 5$.

Câu 25: Đáp án A

Xét khai triển $(1+x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^{k-1}$.

Chọn $x=1$ ta được $n \cdot 2^{n-1} = \sum_{k=0}^n k C_n^k$. Kết hợp giả thiết có $n \cdot 2^{n-1} = 256n \Rightarrow n = 9$. Với $n = 9$ ta có

$$\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k 2^{9-k} \cdot (-3)^k \cdot x^{18-3k}$$

Suy ra: $18 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 6$.

Vậy số hạng cần tìm là: $2^3 \cdot 3^6 \cdot C_9^6 = 489888$.

Câu 26: Đáp án C

Phương trình đã cho viết lại: $8\left(8^x + \frac{1}{8^x}\right) + 24\left(2^x + \frac{1}{2^x}\right) - 125 = 0$.

$$\text{Đặt } t = 2^x + \frac{1}{2^x} \Rightarrow t^3 = \left(2^x + \frac{1}{2^x}\right)^3 = 8^x + \frac{1}{8^x} + 3t$$

Từ đó cho ta $8t^3 - 125 = 0$

Câu 27: Đáp án D

Theo định nghĩa phép vị tự, ta có:

$$\overline{OA'} = -\frac{1}{3}\overline{OA}, \overline{OB'} = -\frac{1}{3}\overline{OB}, \overline{OC'} = -\frac{1}{3}\overline{OC}.$$

Vì $\overline{OA} = (-3; 2)$ nên $\overline{OA'} = \left(1; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow A' \left(1; -\frac{2}{3}\right)$.

Tương tự $B' \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right), C' \left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Từ đó $S = 1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{14}{27}$.

Câu 28: Đáp án B

$N \in d \Rightarrow N(2t - 2; t + 1; -t + 1)$.

Theo giả thiết $A(1; 3; 2)$ là trung điểm của cạnh $MN \Rightarrow M(4 - 2t; 5 - t; t + 3)$.

Mà $M \in (P) \Rightarrow t = -2 \Rightarrow N(-6; -1; 3)$. Đường thẳng Δ qua $N(-6; -1; 3)$ và $\overline{NA} = (7; 4; -1)$ là

một VTCP, suy ra $\Delta: \frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 29: Đáp án A

Ta có: $y' = \frac{(1+3x-x^2)'}{2\sqrt{1+3x-x^2}} = \frac{3-2x}{2\sqrt{1+3x-x^2}} \Rightarrow 2yy' = 3-2x$.

Lấy đạo hàm hai vế của đẳng thức trên ta được:

$2(y' \cdot y' + y'' \cdot y) = -2$ hay $(y')^2 + y \cdot y'' = -1$.

Câu 30: Đáp án C

Phương trình $f(x) = 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}}$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$0 < 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}} < 2 \Leftrightarrow 2m+1 < 1 \Leftrightarrow m < 0$.

Câu 31: Đáp án D

Đặt $u = \sqrt{2x+1} \Rightarrow x = \frac{u^2-1}{2}$

$\Rightarrow udu = dx, 2x^2 + 4x + 1 = \frac{u^4 + 2u^2 - 1}{2}$.

Ta được $\int_0^4 \frac{2x^2 + 4x + 1}{\sqrt{2x+1}} dx = \frac{1}{2} \int_1^3 (au^4 + bu^2 + c) du$, với $a=1, b=2, c=-1 \Rightarrow a+b+c=2$.

Câu 32: Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ và trục hoành là: số

$\frac{\ln x}{\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \ln x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$.

$$V = \pi \Leftrightarrow \int_1^e \left(\frac{\ln x}{\sqrt{x}} \right)^2 dx = \pi \int_1^e \ln^2 x \cdot x d(\ln x) = \frac{\pi}{3}.$$

Câu 33: Đáp án A

Gọi lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD, A'B'C'D'$ khi đó O, O' lần lượt là đỉnh của khối nón và tâm của đường tròn đáy của khối nón. Khối nón có chiều cao $h = OO' = a$ và bán kính đáy $r = \frac{a}{2}$. Diện tích toàn phần của khối nón đó

$$S_{tp} = S_{xq} + \pi r^2 (l + r) = \pi r (\sqrt{h^2 + r^2} + r) = \frac{\pi a^2}{4} (\sqrt{5} + 1).$$

$$\text{Mà } S_{tp} = \frac{\pi a^2}{4} (\sqrt{b} + c) \Rightarrow b \cdot c = 5 \cdot 1 = 5.$$

Câu 34: Đáp án C

$$\text{BPT đã cho tương đương với } 98 + 28 \left(\frac{2}{7} \right)^x \leq 351 \sqrt{\left(\frac{2}{7} \right)^x}$$

Đặt $t = \sqrt{\left(\frac{2}{7} \right)^x}, t > 0$ thì bất phương trình trên trở thành

$$28t^2 - 351t + 98 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{7} \leq t \leq \frac{49}{4} \Rightarrow \left(\frac{2}{7} \right)^2 \leq \left(\frac{2}{7} \right)^x \leq \left(\frac{2}{7} \right)^{-4} \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 2.$$

$$\text{Từ đó } b - 2a = 2 - 2(-4) = 10 \in (\sqrt{7}; 4\sqrt{10}).$$

Câu 35: Đáp án D

$$\text{Ta có: } x + 1 = m\sqrt{2x^2 + 1} \Leftrightarrow \frac{x + 1}{\sqrt{2x^2 + 1}} = m (*)$$

Lập bảng biến thiên hàm số $f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{2x^2 + 1}}$ trên \mathbb{R} và dựa vào bảng biến thiên đó, (*) có hai

nghiệm phân biệt khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{2x^2 + 1}}$ tại hai điểm phân

$$\text{biệt tức là } \frac{\sqrt{2}}{2} < m < \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 36: Đáp án B

$$0 = y' = 4x^3 - 4(m^2 + 1)x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{m^2 + 1} \end{cases} \Rightarrow \text{Hàm số đã cho luôn có 3 điểm cực trị với mọi } m.$$

Do hệ số $a = 1 > 0$, nên $x_{CT} = \pm \sqrt{m^2 + 1} \Rightarrow y_{CT} = -(m^2 + 1)^2 + 2$. Vì $(m^2 + 1)^2 \geq 1 \Rightarrow y_{CT} \leq 1$. Vậy giá trị cực tiểu đạt giá trị lớn nhất bằng 1 khi $m = 0$.

Câu 37: Đáp án A

$$x \in (-\infty; 1) \text{ thì } f(x) = \int f'(x) dx = \ln(1-x) + C_1.$$

$$x \in (1; +\infty) \text{ thì } f(x) = \int f'(x) dx = \ln(1-x) + C_2.$$

$$\begin{cases} f(0) = 2017 \\ f(2) = 2018 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 2017 \\ C_2 = 2018 \end{cases}; S = f(3) - f(-1) = 1$$

Câu 38: Đáp án C

$$\text{Với } z_0 \neq 0 \text{ ta có } z_0^2 + z_1^2 = z_0 z_1 \Rightarrow z_1^2 = z_0(z_1 - z_0)$$

$$\Rightarrow |z_1|^2 = |z_0| |z_1 - z_0| \Rightarrow |z_1 - z_0| = \frac{|z_1|^2}{|z_0|} \quad (1)$$

$$\text{Với } z_1 \neq 0, \text{ ta có } z_0^2 + z_1^2 = z_0 z_1 \Rightarrow z_0^2 = z_1(z_0 - z_1)$$

$$\Rightarrow |z_0|^2 = |z_1| |z_0 - z_1| \Rightarrow |z_0 - z_1| = \frac{|z_0|^2}{|z_1|} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2), ta có } |z_0 - z_1| = \frac{|z_1|^2}{|z_0|} = \frac{|z_0|^2}{|z_1|}$$

$$\Rightarrow |z_0| = |z_1| = |z_1 - z_0| \Rightarrow OA = OB = AB \Rightarrow OAB \text{ là tam giác đều.}$$

Câu 39: Đáp án B

$$f'(x) = -3x^2 + 4x - 9 + (\cos x - 2) < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên \mathbb{R} .

$$\text{Do đó } u < v \Rightarrow u < 3v \log e \Rightarrow f(u) > f(3v \log e).$$

Câu 40: Đáp án D

Đặt $t = \ln x \Rightarrow t \in (0; 1)$. Từ yêu cầu bài toán có

$$f'(t) = \frac{4-2m}{(t-2m)^2} > 0, \forall t \in (0; 1) \Rightarrow \begin{cases} m < 2 \\ 2m \leq 0 \\ 2m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ \frac{1}{2} \leq m < 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vì } m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow m = 1.$$

Câu 41: Đáp án A

$$M \in d \Rightarrow M(2t+1; -t-2; 2t+3).$$

Phương trình mp (ABC) là: $x + 2y - 2z - 2 = 0$.

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là: } S_{ABC} = \frac{9}{2}.$$

$$V = 3 \Rightarrow \frac{1}{3} d(M, (ABC)) \cdot S_{ABC} = 3 \Rightarrow d(M, (ABC)) = 2 \Rightarrow t = -\frac{5}{4} \text{ Hoặc } t = -\frac{17}{4}.$$

Câu 42: Đáp án B

Với mọi $x_0 > 0$, hàm số có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; x_0) \cup (x_0; +\infty)$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{a}{2\sqrt{x}} & \text{khi } 0 < x < x_0 \\ 2x & \text{khi } x \geq x_0 \end{cases}$$

$$f \text{ liên tục tại } x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0) \Leftrightarrow a\sqrt{x_0} = x_0^2 + 12 \quad (1)$$

$$f \text{ có đạo hàm tại điểm } x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \Leftrightarrow \frac{a}{2\sqrt{x_0}} = 2x_0 \quad (2)$$

Giải hệ (1) (2) được $x_0 = 2; a = 8\sqrt{2}$. Dễ thấy khi đó đạo hàm f' liên tục tại x_0 ; do đó f' liên tục trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Vậy } S = x_0 + a = 2(1 + 4\sqrt{2})$$

Câu 43: Đáp án C

Gọi r là bán kính của đường tròn (T) theo giả thiết đường tròn (T) có chu vi bằng $4\pi\sqrt{3}$. Nên $4\pi\sqrt{3} = 2\pi r \Rightarrow r = 2\sqrt{3}$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $r = 4$. Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) là:

$$\frac{|2x_1 + y_1 - 2z_1 + m|}{3} = \frac{|-6 + m|}{3} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 12 \end{cases}$$

Câu 44: Đáp án D

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases}$$

$$\text{Ta có } SB \perp SC, AB \perp BC \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = SBA = 30^\circ \Rightarrow SA = AB \tan SBA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$V = \frac{1}{3}(2a)^2 \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{9} \Rightarrow \frac{3V}{a^3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 45: Đáp án B

$$\text{Ta có } P = \left| \frac{z+i}{z} \right| = \left| 1 + \frac{i}{z} \right| \text{ và } 1 - \left| \frac{i}{z} \right| \leq \left| 1 + \frac{i}{z} \right| \leq 1 + \left| \frac{i}{z} \right| \text{ nên } 1 - \frac{1}{|z|} \leq P \leq 1 + \frac{1}{|z|}$$

$$\text{Do } |z| \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{|z|} \leq P \leq 1 + \frac{1}{|z|} \leq \frac{3}{2}$$

$$\text{Từ đó } 2M - m = 2\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}.$$

Câu 46: Đáp án A

Kẻ $AH \perp BC$, ta có

$$S_b = \pi ca + \pi c^2 = \pi c(a + c), S_c = \pi b(a + b)$$

$$S_a = \pi \cdot AH \cdot b + \pi \cdot AH \cdot c = \pi \cdot AH (b + c) = \pi \cdot \frac{bc}{a} \cdot (b + c)$$

Vì $b < c \Rightarrow S_b < S_c$. Mặt khác $a > c \Rightarrow a^2 > c^2, ab > bc$
 $\Rightarrow a^2 + ab > bc + c^2 \Rightarrow S_c > S_a$. Vậy $S_b > S_c > S_a$.

Câu 47: Đáp án C

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho.

$$a + b + c + d + e = a \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 40 \Rightarrow \frac{q^5 - 1}{q - 1} = \frac{40}{a} \quad (1)$$

Dễ thấy năm số $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{e}$ tạo thành cấp số nhân theo thứ tự đó với công bội $\frac{1}{q}$. Từ giả thiết

$$\text{ta có } 10 = \frac{q^5 - 1}{aq^4(q - 1)} \Rightarrow \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 10aq^4 \quad (2)$$

Từ (1) (2) suy ra: $aq^2 = \pm 2$. Lại có $S = a^5 q^{10} \Rightarrow |S| = 32$.

Câu 48: Đáp án D

$$PT \Leftrightarrow 2 \sin 2x + a \cos 2x = 2 - 2a.$$

$$\text{Phương trình có nghiệm} \Leftrightarrow 2^2 + a^2 \geq (2 - 2a)^2 \Leftrightarrow 3a^2 - 8a \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq a \leq \frac{8}{3}.$$

Câu 49: Đáp án B

$$u_k = u_{k-1} + 4(k-1) + 3 = u_{k-2} + 4(k-2) + 4(k-1) + 2 \cdot 3 = \dots$$

$$= u_1 + 4(1 + 2 + \dots + k - 1) + 3(k-1) = (2k + 3)(k - 1)$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{u_{kn}}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(2kn + 3)(kn - 1)}}{n} = k\sqrt{2}. \text{ Do đó}$$

$$\frac{a^{2019} + b}{c} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{4n}} + \sqrt{u_{4^2 n}} + \dots + \sqrt{u_{4^{2018} n}}}{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{2n}} + \sqrt{u_{2^2 n}} + \dots + \sqrt{u_{2^{2018} n}}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2}(1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{2018})}{\sqrt{2}(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2018})}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{2019} - 1}{2^{2019} - 1} = \frac{2^{2019} + 1}{2 - 1}$$

Từ đó $S = a + b - c = 2 + 1 - 3 = 0$

Câu 50: Đáp án C

$$f(x) = F'(x) = \frac{4a-b}{(x+4)^2} = (4a-b)(x+4)^{-2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = -2(4a-b)(x+4)^{-3} = \frac{-2(4a-b)}{(x+4)^3}$$

Ta có $2f^2(x) = (F(x)-1)f'(x)$

$$\Leftrightarrow \frac{2(4a-b)^2}{(x+4)^4} = \frac{-2(4a-b)[(a-1)x+b-4]}{(x+4)^4}$$

$$\Leftrightarrow 4a-b = -(a-1)x - b + 4 \quad (*) \quad (\text{do } x \neq -4, 4a-b \neq 0).$$

Biểu thức (*) đúng với mọi $x \neq -4$ nên có $a=1, b \in \mathbb{R}$.

Do $4a-b \neq 0$ nên $a=1, b = \mathbb{R} \setminus \{4\}$.