Đáp án

1-A	2-B	3-C	4-A	5-A	6-A	7-D	8-C	9-D	10-B
11-A	12-A	13-B	14-B	15-D	16-D	17-B	18-A	19-C	20-D
21-B	22-A	23-C	24-B	25-D	26-D	27-A	28-C	29-A	30-D
31-B	32-D	33-A	34-B	35-D	36-B	37-C	38-D	39-C	40-C
41-A	42-B	43-D	44-A	45-D	46-A	47-B	48-B	49-A	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

Câu 2: Đáp án B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=1.$

Câu 3: Đáp án C

Câu 4: Đáp án A

Câu 5: Đáp án A

Câu 6: Đáp án A

Câu 7: Đáp án D

Câu 8: Đáp án C

Ta có $\log(3a)=\log 3+\log_a, \log a^3=3\log a.$

Câu 9: Đáp án D

Ta có $\int f(x)dx=\int(3x^2+1)dx=x^3+x+C$

Câu 10: Đáp án B

Câu 11: Đáp án A

Ta thấy đồ thị hàm số ở hình bên là đồ thị hàm số trùng phương.

Xét hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$. Dựa vào hình dạng cuả đồ thị hàm số suy ra $a < 0$, mà đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0$. Do đó ta loại được đáp án B, C, D.

Câu 12: Đáp án A

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_d} = (-1;2;1)$

Câu 13: Đáp án B

Ta có $2^{2x} > 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x + 6 \Leftrightarrow x < 6 \Rightarrow x \in (-\infty;6)$

Câu 14: Đáp án B

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 3\pi a^2 \Leftrightarrow \pi al = 3\pi a^2 \Leftrightarrow l = 3a$.

Câu 15: Đáp án D

Phương trình mặt phẳng $(MNP): \frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 16: Đáp án D

Phân tích các đáp án:

+) Đáp án A. Ta có $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = x - 2$ nên hàm số không có tiệm cận đứng

+) Đáp án B. Phương trình $x^2 + 1 = 0$ vô nghiệm có tiệm cận đứng

+) Đáp án C. Đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$ không có tiệm cận đứng

+) Đáp án D. Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ có tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 17: Đáp án B

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) - 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 18: Đáp án A

Ta có $y' = 4x^3 - 8x, y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Ta có $f(0) = 5; f(\sqrt{2}) = 1; f(-\sqrt{2}) = 1; f(-2) = 5; f(3) = 50$

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số là 50 khi $x = 3$.

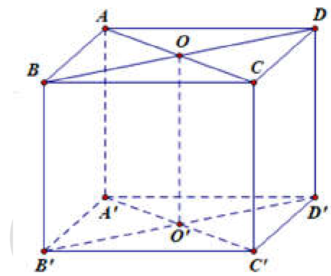
Câu 19: Đáp án C

Ta có $\int_0^2 \frac{dx}{x+3} = \int_0^2 \frac{d(x+3)}{x+3} = \ln(x+3)\Big|_0^2 = \ln 5 - \ln 3 = \ln\frac{5}{3}$

Câu 20: Đáp án D

Ta có $4z^2-4z+3=0 \Leftrightarrow z=\left[\begin{array}{l} z=\dfrac{1+\sqrt{2}i}{2} \\ z=z=\dfrac{1-\sqrt{2}i}{2} \end{array}\right. \Rightarrow |z_1|+|z_2|=\sqrt{3}$

Câu 21: Đáp án B



Gọi O là giao điểm của AC và BD, O’ là giao điểm của A’C’ và B’D’

Ta có $OO'//AA' \Rightarrow OO' \perp (ABCD)$ và $OO' \perp (A'B'C'D')$

$\Rightarrow \begin{cases} OO' \perp BD \\ OO' \perp A'C' \end{cases} \Rightarrow OO'$ là đoạn vuông góc chung của BD và A’C’

$\Rightarrow OO'$ là khoảng cách giữa A’C’ và BD

$\Rightarrow d(A'C', BD)=a.$

Câu 22: Đáp án A

Số tiền người đó nhận được sau 6 tháng là $100.000.000(1+0,4\%)^6=102.424.000$

Câu 23: Đáp án C

Số cách để chọn 2 quả cầu từ hộp là $C_{11}^2 \Rightarrow |\Omega|=C_{11}^2$

Tiếp theo ta sẽ tìm số cách để lấy 2 quả cầu cùng màu từ hộp

Trường hợp 1: Chọn được hai quả cầu màu xanh => có C_5^2 cách chọn

Trường hợp 2: Chọn được hai quả cầu màu đỏ=> có C_6^2 cách chọn

Do đó số cách được chọn 2 quả cầu cùng màu là $C_5^2+C_6^2 \Rightarrow |\Omega_A|=C_5^2+C_6^2 \Rightarrow P_A=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{5}{11}.$

Câu 24: Đáp án B

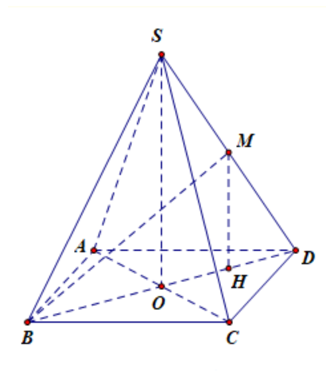
Mặt phẳng đó có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{AB}=(3;-1;-1)$

Mà mặt phẳng đó qua $A(-1;2;1) \Rightarrow (P): 3x-y-z+6=0.$

Câu 25: Đáp án D

Gọi O là giao điểm của AC và BD $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Qua M kẻ đường thẳng song song với SO cắt BD tại H $\Rightarrow MH \perp (ABCD)$



Ta có $MB \cap (ABCD) = \{B\}$ và $MH \perp (ABCD)$

$\Rightarrow \widehat{(MB,(ABCD))} = \widehat{(MB,HB)} = \widehat{MBH}$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Ta có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow MH = \dfrac{SO}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$

Ta có $BH = \dfrac{3}{4}BD = \dfrac{3}{4}.a\sqrt{2} = \dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$

Ta có $\tan\widehat{MBH} = \dfrac{MH}{BH} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{2}}{4}}{\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \tan\widehat{(MB,(ABCD))} = \dfrac{1}{3}$

Câu 26: Đáp án D

Điều kiện: $n \ge 2$.

Ta có $C_n^1 + C_n^2 = 55 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{1!(n-1)!} + \dfrac{n!}{2!(n-2)!} = 55 \Leftrightarrow n + \dfrac{1}{2}n(n-1) = 55 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 10 \\ n = -11(l) \end{array}\right.$

Khi đó $\left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^n = \left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^{10} = \sum\limits_{n=0}^{10} C_{10}^n x^{3n}\left(\dfrac{2}{x^2}\right)^{10-n} = \sum\limits_{n=0}^{10} C_{10}^n 2^{10-n} x^{5n-20}$

Số hạng không chứa x khi $5n - 20 = 0 \Leftrightarrow n = 4 \Rightarrow$ số hạng không chứa x là

$C_{10}^4.2^{10-4} = 13440.$

Câu 27: Đáp án A

Điều kiện: $x > 0$. Ta có

$\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow \log_3 x.\left(\dfrac{1}{2}\log_3 x\right).\left(\dfrac{1}{3}\log_3 x\right).\left(\dfrac{1}{4}\log_3 x\right) = \dfrac{2}{3}$

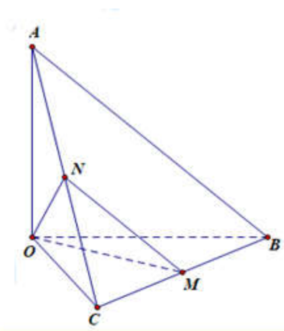
$\Leftrightarrow \dfrac{1}{24}\log^4{}_3 x = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow \log^4{}_3 x = 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 9 \\ x = \dfrac{1}{9} \end{array}\right. \Rightarrow S = x_1 + x_2 = \dfrac{82}{9}$

Câu 28: Đáp án C

Do OA, OB,OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$ nên tam giác ABC là tam giác đều

Qua M kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại N

Ta có $MN // AB \Rightarrow \widehat{(OM,AB)} = \widehat{(OM,MN)}$



Giả sử $OA = OB = OC = a \Rightarrow AB = BC = CA = a\sqrt{2}$

Ta có $OM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, ON = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, MN = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều $\Rightarrow \widehat{OMN} = 60^\circ$

$\Rightarrow \widehat{(OM, MN)} = 60^\circ$.

Câu 29: Đáp án A

Giả sử đường thẳng d cắt d_1, d_2 lần lượt tại

$M, N \Rightarrow M(3-t_1; 3-2t_1; -2+t_1), N(5-3t_2; -1+2t_2; 2+t_2)$

Ta có $\overrightarrow{MN} = (t_1 - 3t_2 + 2; 2t_1 + 2t_2 - 4; -t_1 + t_2 + 4)$ và $\overrightarrow{n_P} = (1;2;3)$

Mà d vuông góc với (P) nên $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{n_P} \Rightarrow \begin{cases} t_1 - 3t_2 + 2 = k \\ 2t_1 + 2t_2 - 4 = 2k \\ -t_1 + t_2 + 4 = 3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 1 \\ k = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(1;-1;0) \\ N(2;1;3) \end{cases}$

Ta có $\overrightarrow{MN} = (1;2;3) \Rightarrow d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

Câu 30: Đáp án D

Ta có $y' = 3x^2 + m + \frac{1}{x^6}$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ thì $y' \ge 0, x \in (0;+\infty)$

Ta dễ có $\Leftrightarrow 3x^2 + \frac{1}{x^6} = x^2 + x^2 + x^2 + \frac{1}{x^6} \ge 4 \Rightarrow 3x^2 + \frac{1}{x^6} + m \ge m + 4 \ge 0 \Rightarrow m \ge -4$

Theo bài ra ta có $m \in \{-4; -3; -2; -1\}$.

Câu 31: Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm là: $\sqrt{3}x^2 = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ 3x^4 = 4 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$

Dựa vào hình vẽ ta có: $S = \int_0^1 \sqrt{3}x^2 dx + \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx = \sqrt{3}\frac{x^3}{3}\Big|_0^1 + I_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} + I_1$

Với $I_1 = \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx$, sử dụng CASIO hoặc đặt $x = 2\sin t \Rightarrow dx = 2\cos t dt$

Đổi cận $\left| \begin{matrix} x=1 \Rightarrow t=\frac{\pi}{6} \\ x=2 \Rightarrow t=\frac{\pi}{2} \end{matrix} \right. \Rightarrow I_1 = \sum_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4 - 4\sin^2 t}.2\cos t dt = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 2(1+\cos 2t) dt = (2t - \sin 2t)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$

$\Rightarrow I_1 = \frac{1}{6}\left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)$. Do đó $S = \frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$.

Câu 32: Đáp án D

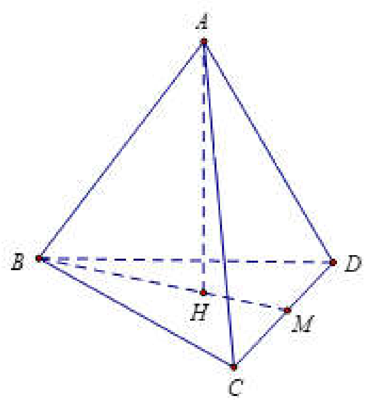
Ta có $I = \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}$

Lại có: $\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right) = 1 \Rightarrow I = \int_1^2 \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{\sqrt{x(x+1)}}dx = \int_1^2 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)dx$

$= \left(2\sqrt{x} - 2\sqrt{x+1}\right)\Big|_1^2 = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{3} - 2 = \sqrt{32} - \sqrt{12} - 2 \Rightarrow a = 32; b = 12; c = 2$

Vậy $a + b + c = 46$.

Câu 33: Đáp án A



Dựng hình như hình vẽ bên ta có:

Bán kính đường tròn nôi tiếp đáy: $r = HM = \frac{1}{3}BM = \frac{4\sqrt{3}}{6}$

Chiều cao: $h = AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$.

Do đó $S_{xq(T)} = 2\pi rh = \frac{16\pi\sqrt{2}}{3}$.

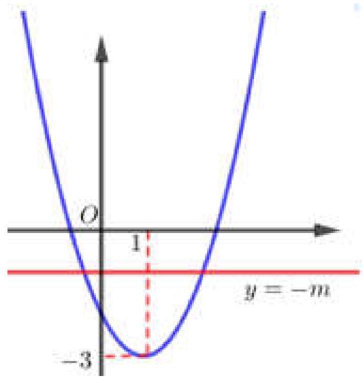
Câu 34: Đáp án B

Ta có PT $\Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - 2\left(\frac{4}{3}\right)^{x} + m - 2 = 0$

Đặt $t = \left(\frac{4}{3}\right)^{x} > 0 \Rightarrow t^2 - 2t + m - 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 2 = -m$

Khi đó PT có nghiệm dương $\Leftrightarrow$ PT có nghiệm lớn hơn 1.

Xét hàm số $g(t)=t^2-2t-2\,(t>0)$ và đường thẳng $y=-m$



Dựa vào đồ thị ta thấy PT có nghiệm lớn hơn 1 $\Leftrightarrow -m>-3 \Leftrightarrow m<3$

Vậy có 2 giá trị nguyên dương của m là $m=1; m=2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 35: Đáp án A

Đặt $\sqrt[3]{m+3\sin x}=a; \sin x=b$ ta có: $\begin{cases}\sqrt[3]{m+3a}=b\\ \sqrt[3]{m+3b}=a\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m+3a=b^3\\ m+3b=a^3\end{cases}$

$\Rightarrow 3(a-b)=b^3-a^3=(b-a)(b^2+ba+a^2) \Leftrightarrow (b-a)(b^2+ba+a^2+3)=0$

Do $b^2+ba+a^2+3>0 \Rightarrow a=b \Rightarrow m+3\sin x-\sin^3 x \Leftrightarrow m=\sin^3 x-3\sin x=b^3-3b=f(b)$

Xét $f(b)=b^3-3b$ $(b\in[-1;1]$ ta có: $f'(b)=3b^2-3\le 0(\forall b\in[-1;1]))$

Do đó hàm số $f(b)$ nghịch biến trên $[-1;1]$

Vậy $f(b)\in[f(1);f(-1)=[-2;2]]$. Do đó PT đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow m\in[-2;2]$

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 36: Đáp án B

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x+m$ trên đoạn $[0;2]$

Ta có: $f'(x)=3x^2-3=0 \Rightarrow x=1$

Lại có: $f(0)=m; f(1)=m-2; f(2)=m+2$

Do đó $f(x)\in[m-2;m+2]$

Nếu $m-2\ge 0 \Rightarrow \underset{[0;2]}{\text{Max}}|f(x)|=m+2=3 \Leftrightarrow m=1(\text{loai})$.

Nếu $m-2<0$ suy ra $\left[\begin{array}{l}\underset{[0;2]}{\text{Max}}|f(x)|=m+2\\ \underset{[0;2]}{\text{Max}}|f(x)=2-m|\end{array}\right.$

TH1: $\underset{[0;2]}{\text{Max}}\left|f\left(x\right)\right| = m+2 = 3 \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow 2-m = 1 < 3\left(t/m\right)$

TH2: $\underset{[0;2]}{\text{Max}}\left|f\left(x\right)\right| = 2-m = 3 \Leftrightarrow m = -1 \Rightarrow m+2 = 1 < 3\left(t/m\right)$

Vậy $m = 1; m = -1$ là giá trị cần tìm.

Câu 37: Đáp án C

Ta có $\int f'(x)dx = \ln|2x-1| + C$

Hàm số gián đoạn tại điểm $x = \frac{1}{2}$

Nếu $x > \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \ln(2x-1) + C$ mà $f(1) = 2 \Rightarrow C = 2$

Vậy $f(x) = \ln(2x-1) + 2$ khi $x > \frac{1}{2}$

Tương tự $f(x) = \ln(1-2x) + 1$ khi $x < \frac{1}{2}$

Do đó $f(-1) + f(3) = \ln 3 + 1 + \ln 5 + 2 = \ln 15 + 3.$

Câu 38: Đáp án D

Đặt $z = a+bi \Rightarrow a+bi+2+i-\sqrt{a^2+b^2}(1+i) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+2-\sqrt{a^2+b^2} = 0 \\ b+1-\sqrt{a^2+b^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2 = b+1 \\ b+1 = \sqrt{a^2+b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b-1 \\ b \geq -1 \\ b^2+2b+1 = a^2+b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b-1 \\ b \geq -1 \\ 2b+1 = (b-1)^2 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0; a = -1 \\ b = 4; a = 3 \end{array}\right.$. Do $|z| > 1 \Rightarrow a = 3, b = 4.$

Câu 39: Đáp án C

Ta có $\left[f(2-x)\right]' = f'(2-x).(2-x)' = -f'(2-x) > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0$

Dựa vào đồ thị ta có: $f'(2-x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{array}\right.$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-2;1)$.

Câu 40: Đáp án C

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M\left(x_0; \frac{-x_0+2}{x_0-1}\right)$ là:

$$y=f'(x_0)(x-x_0)+\frac{-x_0+2}{x_0-1}=\frac{-1}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\frac{-x_0+2}{x_0-1}$$

Do tiếp tuyến đi qua điểm $A(a;1)$ nên $1=\frac{x_0-a+(2-x_0)(x_0-1)}{(x_0-1)^2}$

$\Leftrightarrow (x_0-1)^2=-x_0^{\ 2}+4x_0-2-a \Leftrightarrow 2x_0^{\ 2}-6x_0+3+a=0\ (*)$

Để có đúng một tiếp tuyến đi qua A thì (*) có nghiệm kép hoặc (*) có 2 nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x_0=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\Delta'=3-2a=0\\ \Delta'=3-2a>0\\ 2.1-6+3+a=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=\frac{3}{2}\\ a=1\end{array}\right.$.

Câu 41: Đáp án A

Phương trình mặt phẳng (P) với $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$, với $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

Ta có $OA=OB=OC \Leftrightarrow |a|=|b|=|c|$ và $M\in(P)\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}=1\ (*)$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l}a=b=c\\ a=-b=c\end{array}\right.$ và $\left[\begin{array}{l}a=b=-c\\ a=-b=-c\end{array}\right.$, mà $a=b=-c$ không thỏa mãn điều kiện (*).

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42: Đáp án B

Đặt $t=\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}\ge 0 \Leftrightarrow \log u_1-2\log u_{10}=t^2-2$, khi đó giả thiết trở thành:

$\log u_1-2\log u_{10}+\sqrt{2\log u_1-2\log u_{10}}=0 \Leftrightarrow t^2+t-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=1\\ t=-2\end{array}\right.$.

$\Rightarrow \log u_1-2\log u_{10}=-1 \Leftrightarrow \log u_1+1=2\log u_{10} \Leftrightarrow \log(10u_1)=\log(u_{10})^2 \Leftrightarrow 10u_1=(u_{10})^2\quad (1)$.

Từ $(1),(2)$ suy ra $10u_1=(2^9u_1)^2 \Leftrightarrow 2^{18}u^2_{\ 1}=10u_1 \Leftrightarrow u_1=\frac{10}{2^{18}} \Rightarrow u_n=2^{n-1}.\frac{10}{2^{18}}=\frac{2^n.10}{2^{19}}$.

Do đó $u_n>5^{100} \Leftrightarrow \frac{2^n.10}{2^{19}}>5^{100} \Leftrightarrow n>\log_2\left(\frac{5^{100}.2^{19}}{10}\right)=-\log_2 10+100\log_2 5+19\approx 247,87$.

Vậy giá trị n nhỏ nhất thỏa mãn là $n=248$.

Câu 43: Đáp án D

Đặt $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2 \to f'(x)=12x^3-12x^2-24x;\forall x\in\mathbb{R}$.

Khi đó $y=|f(x)+m| \Rightarrow y'=\frac{f'(x).[f(x)+m]}{|f(x)+m|}$. Phương trình $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\ f(x)=-m\quad (*)\end{array}\right.$.

Để hàm số đã cho có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt

Mà $f'(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Rightarrow f(x)=-m$ có 4 nghiệm phân biệt.

Dựa vào BBT hàm số $f(x)$, để (*) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -5<m<0 \Leftrightarrow m\in(0;5)$.

Kết hợp với $m\in\mathbb{Z}$ suy ra có tất cả 4 nghiệm nguyên cần tìm.

Câu 44: Đáp án A

Ta có $\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right]=k(1;-2;2)\Rightarrow$ Vec tơ chỉ phương của đường thẳng (d) là $\vec{u}=(1;-2;2)$

Cách 1: Kẻ phân giác OE $(E\in AB)$ suy ra $\frac{OA}{OB}=\frac{AE}{BE}=\frac{3}{4}\Rightarrow \overline{AE}=\frac{3}{4}\overline{AE}\Rightarrow E\left(0;\frac{12}{7};\frac{12}{7}\right)$.

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp $\Delta OAB\Rightarrow I\in(OE)\Rightarrow \overrightarrow{OI}=k\overrightarrow{OE}$, với $k>0$.

Tam giác OAB vuông tại O, có bán kính đường tròn nội tiếp $r=1\Rightarrow IO=\sqrt{2}$.

Mà $AE=\frac{15}{7};OA=3;\cos\widehat{OAB}=\frac{3}{5}\to OE=\frac{12\sqrt{2}}{7}$ suy ra $\overrightarrow{OE}=\frac{12}{7}\overrightarrow{OI}\Rightarrow I(0;1;1)$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $(d):\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$.

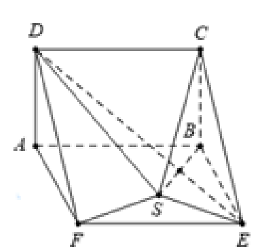
Cách 2: Chú ý: Với I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC, có các cạnh a,b,c ta có đẳng thức véc tơ sau:

$a\overrightarrow{IA}+b\overrightarrow{IB}+c\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow$ Tọa độ điểm I thỏa mãn hệ $\begin{cases} x_1=\dfrac{BC.x_A+CA.x_B+AB.x_C}{BC+CA+AB} \\ y_1=\dfrac{BC.y_A+CA.y_B+AB.y_C}{BC+CA+AB} \\ Z_1=\dfrac{BC.z_A+CA.z_B+AB.z_C}{BC+CA+AB} \end{cases}$

Khi đó, xét tam giác ABO=> Tâm nội tiếp của tam giác là $I(0;1;1)$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $(d):\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 45: Đáp án D



Vì S đối xứng với B qua DE $\Rightarrow d\left(B;\left(DCEF\right)\right)=d\left(S;\left(DCEF\right)\right)$

Gọi M là trung điểm của $CE \Rightarrow BM \perp \left(DCEF\right) \Rightarrow d\left(B;\left(DCEF\right)\right)=BM$

Khi đó, thể tích

$$V_{ABCDSEF}=V_{ADF.BCE}+V_{S.DCEF}=AB \text{ x } S_{\Delta ADF}+\frac{1}{3}d\left(S;\left(DCEF\right)\right) \text{ x } S_{DCEF}$$

$$=1.\frac{1}{2}+\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{2}}{2}.\sqrt{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}.$$

Câu 46: Đáp án A

Gọi $M\left(x,y\right)$ là điểm biểu diễn số phức z.

Từ giả thiết, ta có $\left|z-4-3i\right|=\sqrt{5} \Leftrightarrow \left(x-4\right)^2+\left(y-3\right)^2=5 \Rightarrow M$ thuộc đường tròn $\left(C\right)$ tâm $I\left(4;3\right)$, bán kính $R=\sqrt{5}$. Khi đó $P=MA+MB$, với $A\left(-1;3\right),B\left(1;-1\right)$.

Ta có $P^2=MA^2+MB^2+2MA.MB \le 2\left(MA^2+MB^2\right)$

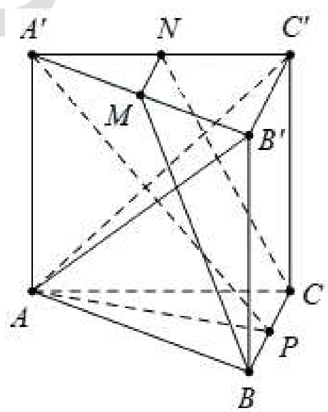
Gọi $E\left(0;1\right)$ là trung điểm của $AB \Rightarrow ME^2=\frac{MA^2+MB^2}{2}-\frac{AB^2}{4}$.

Do đó $P^2 \le 4ME^2+AB^2$ mà $ME \le CE=3\sqrt{5}$ suy ra $P^2 \le 4.\left(3\sqrt{5}\right)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2=200$.

Với C là giao điểm của đường thẳng EI với đường tròn $\left(C\right)$.

Vậy $P \le 10\sqrt{2}$. Dấu "="xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} MA=MB \\ M \equiv C \end{cases} \Rightarrow M\left(6;4\right) \Rightarrow a+b=10$.

Câu 47: Đáp án B



Dễ thấy $\widehat{\left(AB'C"\right);\left(MNP\right)}=\widehat{\left(AB'C'\right);\left(MNCB\right)}$

$=180^\circ-\widehat{\left(AB'C'\right);\left(A'B'C'\right)}-\widehat{\left(MNBC\right);\left(A'B'C'\right)}$

$= 180^\circ - \widehat{(A'BC);(ABC)} - \widehat{(MNBC);(ABC)}$

Ta có $\widehat{(A'BC);(ABC)} = \widehat{(A'P;AP)} = \widehat{A'PA} = \arctan\frac{4}{3}$,

với S là điểm đối xứng với A qua A'. thì $SA = 2AA' = 4$.

Suy ra $\cos\widehat{(AB'C');(MNP)} = \cos\left(180^\circ - \arctan\frac{2}{3} - \arctan\frac{4}{3}\right) = \frac{\sqrt{13}}{65}$.

Câu 48: Đáp án B

Gọi phương trình mặt cầu cần tìm là $(P): ax + by + cz + d = 0$.

Vì $d(B;(P)) = d(C;(P))$ suy ra $mp(P)//BC$ hoặc đi qua trung điểm của BC.

TH1: Với $mp(P)//BC \Rightarrow a = 0 \Rightarrow (P): by + cz + d = 0$ suy ra $d(A;(P)) = \frac{|2b+c+d|}{\sqrt{b^2+c^2}} = 2$

Và $d(B;(P)) = \frac{|-b+c+d|}{\sqrt{b^2+c^2}} = 1 \Rightarrow \begin{cases} |2b+c+d| = 2|-b+c+d| \\ |-b+c+d| = \sqrt{b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4b = c+d \\ c+d = 0 \end{cases} \\ |-b+c+d| = \sqrt{b^2+c^2} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3|b| = \sqrt{b^2+c^2} \\ |b| = \sqrt{b^2+c^2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8b^2 = c^2 \Rightarrow c^2 = \pm 2\sqrt{2}b \\ c = 0 \Rightarrow d = 0 \end{array}\right.$ suy ra có ba mặt phẳng thỏa mãn.

TH2: Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm $BC \Rightarrow (P): a(x-1) + b(y+1) + c(z-1) = 0$

Do đó $d(A;(P)) = \frac{3|b|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 2; d(B;(P)) = \frac{2|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 1$

Suy ra $\begin{cases} 3|b| = 4|a| \\ 2|a| = \sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3|b| = 4|a| \\ 3a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \ (*)$

Chọn $a = 3(*) \Leftrightarrow \begin{cases} |b| = 4 \\ b^2 + c^2 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \pm 4 \\ c^2 = 11 \end{cases} \Rightarrow (a;b;c) = \left\{\begin{array}{l} (3;4;\sqrt{11});(3;-4;\sqrt{11}) \\ (3;4;-\sqrt{11});(3;-4;-\sqrt{11}) \end{array}\right\}$

Vậy có tất cả 7 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: Đáp án A

Kí hiệu học sinh các lớp 12A, 12B, 12C lần lượt là A, B, C

Ta sẽ xếp 5 học sinh của lớp 12C trước, khi đó xét các trường hợp sau:

TH1: CxCxCxCxCx với x thể hiện là ghế trống. Khi đó, số cách xếp là $5!.5!$ cách.

TH2: xCxCxCxCxC giống với TH1=> có $5!.5!$cách xếp.

TH3: CxxCxCxCxC với xx là hai ghế trống liền nhau.

Chọn 1 học sinh lớp 12A và 1 học sinh lớp 12B vào hai ghế trống đó => 2.3.2! cách xếp.

Ba ghế trống còn lại ta sẽ xếp 3 học sinh còn lại của 2 lớp 12A-12B => 3! cách xếp.

Do đó, TH3 có $2.3.2!.3!.5!$ cách xếp.

Ba TH4. CxCxxCxCxC. TH5. CxCxCxxCxC. TH6. CxCxCxCxCxx tương tự TH3.

Vậy có tất cả $2.5!.5!+4.2.3.2!.3!.5!=63360$ cách xếp cho các học sinh.

Suy ra xác suất cần tính là $P=\dfrac{63360}{10!}=\dfrac{11}{630}$

Câu 50: Đáp án A

Đặt $\begin{cases} u=f(x) \\ dv=3x^2dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=f'(x)dx \\ v=x^3 \end{cases}$, khi đó $\int_0^1 3x^2f(x)dx=x^3.f(x)\Big|_0^1-\int_0^1 x^3f'(x)dx.$

Suy ra $1=f(1)-\int_0^1 x^3f'(x)dx \Rightarrow \int_0^1 x^3f'(x)=-1 \Leftrightarrow \int_0^1 14x^3f'(x)dx=-7$

Mà

$\int_0^1 49x^6dx=7$ suy ra $\int_0^1 \left[f'(x)\right]^2dx+\int_0^1 7x^3f'(x)dx+\int_0^1 49x^6dx=0 \Leftrightarrow \int_0^1 \left[f'(x)+7x^3\right]^2dx=0.$

Vậy $f'(x)+7x^3=0 \Rightarrow f(x)=-\dfrac{7}{4}x^4+C$ mà $f(1)=0 \Rightarrow f(x)=\dfrac{7}{4}(1-x^4) \Rightarrow \int_0^1 f(x)dx=\dfrac{7}{5}.$