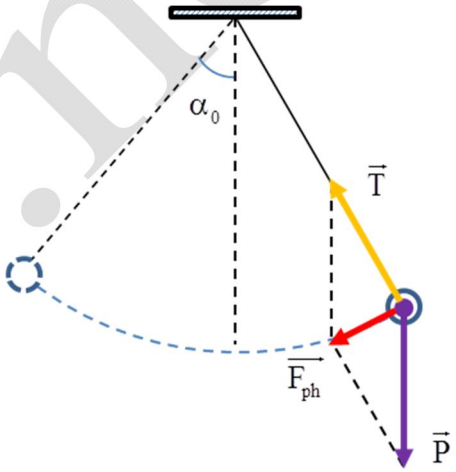
CHỦ ĐỀ 2

ĐẠI CƯƠNG VỀ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

CON LẮC ĐƠN

I. KHẢO SÁT DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA CỦA CON LẮC ĐƠN:

1. Khảo sát dao động điều hòa của con lắc đơn



Xét con lắc đơn gồm vật nặng có khối lượng m và dây treo có chiều dài l. Kéo vật lên ra khỏi vị trí cân bằng một góc α_0 rồi thả nhẹ cho vật dao động, cho rằng trong quá trình dao động của vật các lực cản có độ lớn không đáng kể, có thể bỏ qua:

Phương trình định luật II Niuton cho vật:

$$\vec{P}+\vec{T}=m\vec{a}$$

Chiếu lên phương của quỹ đạo chiều dương hướng từ trái sang phải, ta thu được phương trình đại số:

$$-mg\sin\alpha=ma_t$$

Trong tường hợp con lắc dao động với li độ góc nhỏ, khi đó:

$$\sin\alpha\approx\alpha=\frac{s}{l}$$

Thay vào biểu thức trên:

$$s''+\frac{g}{l}s=0$$

Phương trình này cho nghiệm dưới dạng:

$s=s_0\cos(\omega t+\varphi_0)$ trong đó $\omega^2=\frac{g}{l}$

Từ mối liên hệ $s=l\alpha$ ta cũng có phương trình tương đương: $\alpha=\alpha_0\cos(\omega t+\varphi_0)$

Các kết quả trên cho thấy rằng, dao động nhỏ của con lắc đơn là dao động điều hòa với chu kì $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

2. Vận tốc của con lắc:

Trong quá trình dao động của con lắc, vận tốc luôn tiếp tuyến với quỹ đạo và được tính bằng đạo hàm bất nhất theo thời gian của li độ cong

$$v = s' = -\omega s_0 \sin(\omega t + \varphi_0) = \omega s_0 \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$\Rightarrow$ Công thức độc lập thời gian giữa vận tốc và li độ cong:

$$\left(\frac{s}{s_0}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega s_0}\right)^2 = 1$$

3. Gia tốc dao động điều hòa (tiếp tuyến) của con lắc:

Gia tốc của con lắc được tính bằng đạo hàm bậc hai theo thời gian của li độ cong:

$$a = s'' = -\omega^2 s_0 \cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 s = \omega^2 s_0 \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi)$$

$\Rightarrow$ Công thức độc lập thời gian giữa gia tốc và vận tốc:

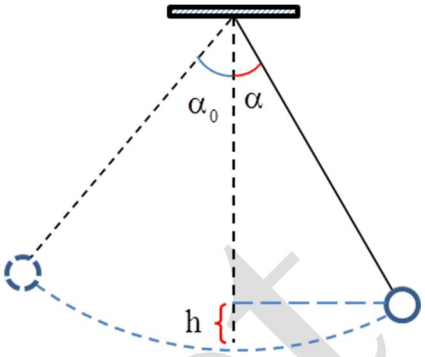
$$\left(\frac{v}{\omega s_0}\right)^2 + \left(\frac{a}{\omega^2 s_0}\right)^2 = 1$$

Sử dụng công thức liên hệ $s = l\alpha$ ta cũng có được các công thức tương tự

CON LẮC ĐƠN		
Li độ dài	$s = s_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$	**Các công thức độc lập thời gian** $\left(\frac{s}{s_0}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega s_0}\right)^2 = 1$ $\left(\frac{v}{\omega s_0}\right)^2 + \left(\frac{a}{\omega^2 s_0}\right)^2 = 1$ $a = -\omega^2 s$
Vận tốc	$v = -\omega s_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$	
Gia tốc	$a = -\omega^2 s_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$	

II. NĂNG LƯỢNG CỦA CON LẮC ĐƠN TRONG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA:

Chọn mốc thế năng của vật tại vị trí cân bằng. Cơ năng của vật trong quá trình dao động điều hòa bằng tổng động năng và thế năng của vật:



$$W = W_d + W_t = \frac{mv^2}{2} + mgl(1-\cos\alpha)$$

Vì cơ năng của vật được bảo toàn nên cơ năng chính bằng thế năng cực đại của vật, ứng với vị trí có li độ góc $\alpha = \alpha_0$

$$W = mgl(1-\cos\alpha_0)$$

Với trường hợp dao động bé, góc α_0 nhỏ ta có công thức gần đúng

$$W = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2$$

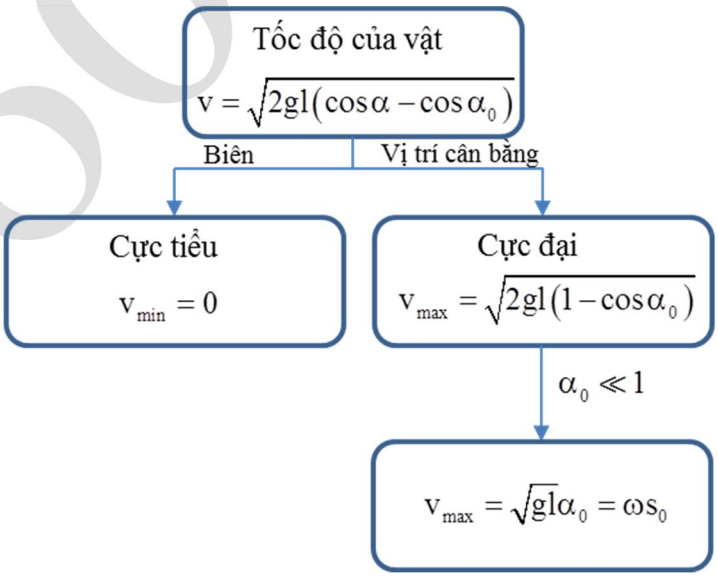
III. TỐC ĐỘ, GIA TỐC VÀ LỰC CĂNG DÂY

1. Tốc độ:

Từ định luật bảo toàn cơ năng ta có cơ năng của con lắc tại vị trí có li độ góc α luôn bằng thế năng cực đại

$$mgl(1-\cos\alpha_0) = \frac{mv^2}{2} + mgl(1-\cos\alpha)$$

Suy ra: $v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$



Từ biểu thức trên chúng ta có thể suy ra được rằng:

+ Vật đạt tốc độ cực đại khi đi qua vị trí cân bằng $\alpha = 0 \Rightarrow v_{max} = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha_0)}$

+ Vật đạt tốc độ cực tiểu khi đi qua vị trí biên $\alpha = \alpha_0 \Rightarrow v_{min} = 0$

2. Gia tốc:

Gia tốc của con lắc trong quá trình chuyển động: $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$

+ a_t : là gia tốc tiếp tuyến của vật, đặc trưng cho sự thay đổi của vận tốc về độ lớn

+ a_n: là gia tốc pháp tuyến (hướng tâm) của vật, đặc trưng cho sự thay đổi của vận tốc về phương chiều

Ta có:

+ $a_n = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$

+ $a_t = s''$ hoặc ta có thể dùng $a_t = g\sin\alpha$

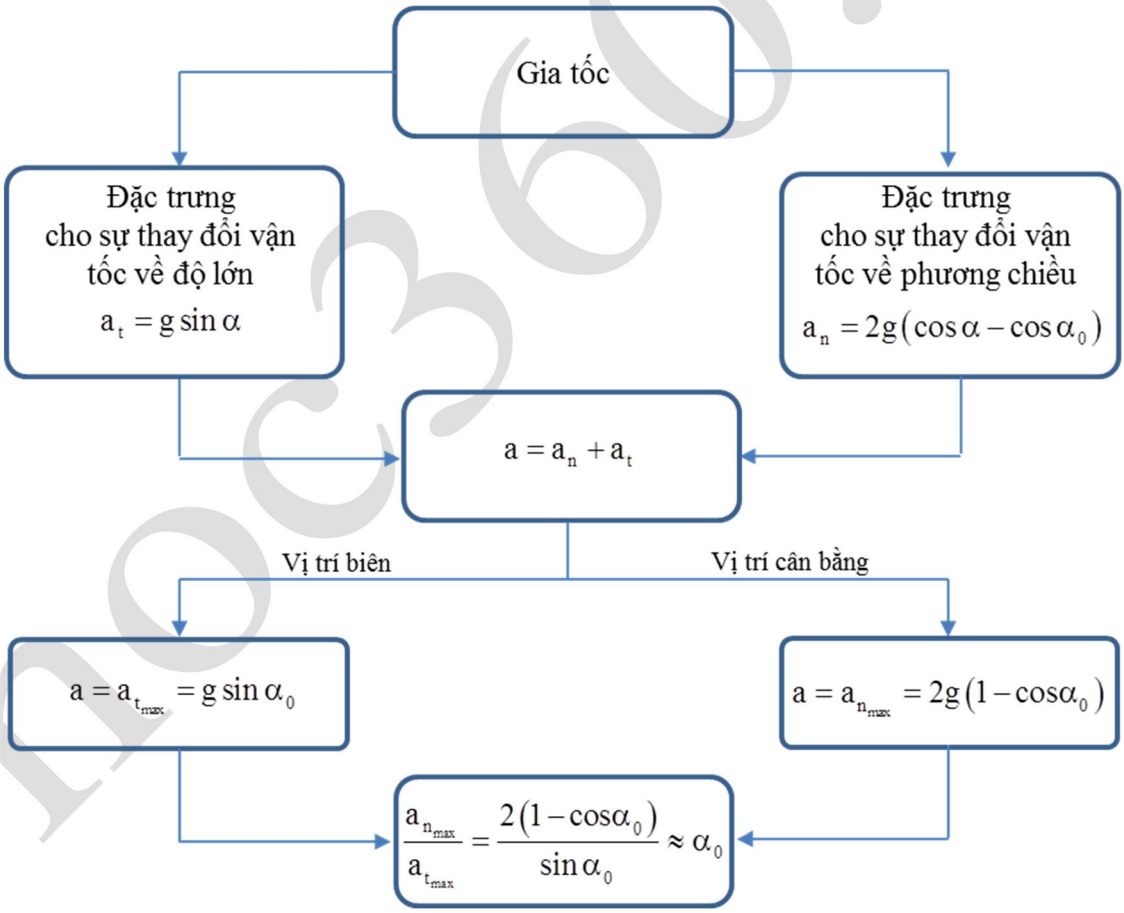
Từ các kết quả trên ta có thể suy ra rằng:

+ Khi vật ở vị trí cân bằng ứng với giá trị li độ góc $\alpha = 0$:

$a_t = 0$, $a_n = a_{n\max} = 2g(1 - \cos\alpha_0)$ và $a = a_n$

+ Khi vật ở vị trí biên ứng với giá trị li độ góc $\alpha = \alpha_0$:

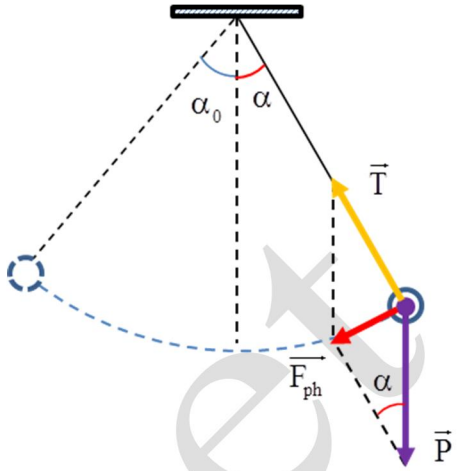
$a_t = a_{t\max} = g\sin\alpha_0$, $a_n = 0$ và $a = a_t$



3. Lực căng dây:

Phương trình định luật II Niuton cho vật:

$\vec{T}+\vec{P}=m\vec{a}$



Chiếu lên phương hướng tâm ta thu được phương trình đại số:

$T-P\cos\alpha=ma_n$

Với $a_n=\dfrac{v^2}{l}=2g(\cos\alpha-\cos\alpha_0)$

Biến đổi toán học ta thu được biểu thức của lực căng dây:

$T=mg(3\cos\alpha-2\cos\alpha_0)$

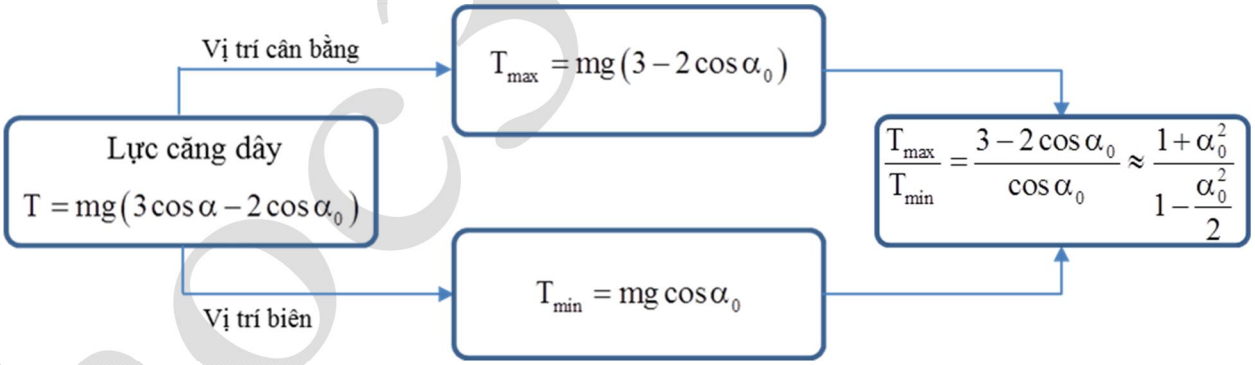
Từ biểu thức trên ta cũng có thể suy ra rằng:

+ Khi vật ở vị trí cân bằng ứng với giá trị li độ góc $\alpha=0$:

$T=T_{max}=mg(3-2\cos\alpha_0)$

+ Khi vật ở vị trí biên ứng với giá trị li độ góc $\alpha=\alpha_0$:

$T=T_{min}=mg\cos\alpha_0$



hoc360.net