

**CHỦ ĐỀ : TÍNH CHẤT ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT
ĐOẠN THẲNG**

I. NHẬN BIẾT

Câu 1: Cho đoạn thẳng $AB=6m$, M là 1 điểm nằm trên đường trung trực của AB , I là trung điểm của AB , $MA=5cm$. Như vậy kết quả nào trong các kết quả sau là sai?

- a. $MB=5cm$
- b. Góc AMI =Góc BMI
- c. $MI=4cm$
- d. $MI=MA=MB$

ĐÁP ÁN: khẳng định d sai

Câu 2: Cho tam giác MNP , góc $M = 90^\circ$, góc $P = 30^\circ$. Tia phân giác của góc N cắt cạnh MP tại D . kẻ DE vuông góc với NP . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- a. ND là đường trung trực của ME
- b. ME là đường trung trực của ND
- c. DE là đường trung trực của NP

ĐÁP ÁN: khẳng định b sai

Câu 3: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB < AC$, trung tuyến AM , MH vuông góc với AC , MK vuông góc với AB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- a. $MA=MB=MC$
- b. MK là trung trực của AB
- c. MH là trung trực của AC
- d. AM vuông góc với HK

ĐÁP ÁN: khẳng định d sai

Câu 4: Cho tam giác cân ABC . Trên cạnh AB, AC lần lượt lấy điểm M, N sao cho $AM=AN$. Gọi I là giao điểm của BN và CM . Hỏi AI là đường trung trực của đoạn thẳng nào?

- a. BC
- b. AC
- c. AM
- d. AB

ĐÁP ÁN: a. BC

II. THÔNG HIỂU

Câu 1: Đường trung trực của đoạn thẳng AB cắt AB tại H ; M và N là hai điểm trên đường trung trực đó (N nằm giữa M và H)

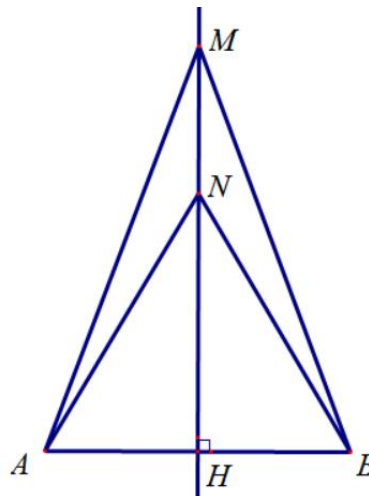
Chứng minh rằng MN là tia phân giác của góc AMB

GIẢI:

Hai điểm M và N trên đường trung trực của AB nên $MA=MB; NA=NB$

Cm tam giác $MNA=$ tam giác MNB (c-c-c), suy ra góc $NMA=góc NMB$

Vậy MN là tia phân giác của góc AMB



Câu 2: Cho góc $xoy < 90^\circ$ và điểm M nằm trong góc đó. Ở ngoài góc xoy lấy hai điểm E và F sao cho Ox là đường trung trực của đoạn thẳng ME , Oy là đường trung trực của MF . Chứng minh rằng $OE=OF$

Giải

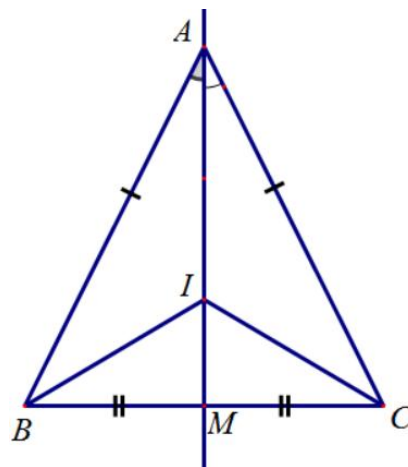
Theo đề bài Ox, Oy theo thứ tự là đường trung trực của các đoạn thẳng ME, MF nên $OE=OM, OF=OM$. Từ đó suy ra $OE=OF$

Câu 3: Cho tam giác cân ABC ở A , trung tuyến AM . Gọi I là điểm nằm giữa A và M . Chứng minh rằng tam giác $AIB=tam\ giac\ AIC$; Tam giác $IBM=Tam\ giac\ ICM$

Giải

Tam giác ABC cân ở A , AM là trung tuyến kẻ từ đỉnh A nên AM là phân giác của góc A , do đó $\angle A_1 = \angle A_2$.

Tam giác $AIB= Tam\ giac\ AIC$ (c.g.c)
Suy ra $IB=IC$, do đó tam giác $IBM= tam\ giac\ ICM$ (c.c.c)



Câu 4: Cho tam giác ABC vuông ở A và $AB < AC$. Đường trung trực của cạnh BC cắt AC ở M, biết BM là tia phân giác của góc ABC. Tính góc ACB

Giải

Điểm M nằm trên trung trực của BC

nên $MB = MC$. Ta có tam giác MBC

cân ở M, suy ra $\angle C = \angle B_1$. Mà

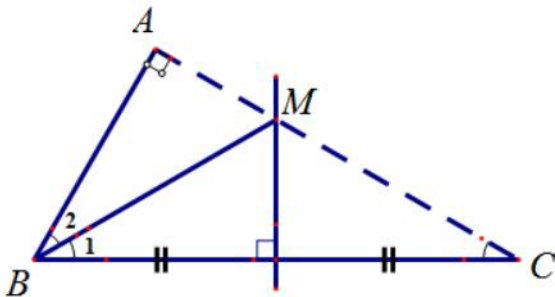
$$\angle B_1 = \angle B_2 \text{ (gt) nên}$$

$$\angle C = \angle B_1 = \angle B_2$$

Tam giác ABC vuông ở A (gt) \Rightarrow

$$\angle B + \angle C = 90^\circ \text{ hay}$$

$$\angle B_1 + \angle B_2 + \angle C = 90^\circ \Rightarrow$$



$$3\angle C = 90^\circ \Rightarrow \angle C = 30^\circ$$

Câu 5: Cho tam giác ABC cân ở A. trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa đỉnh A, vẽ tia $Bx \parallel AC$, trên đó lấy điểm M sao cho $BM = AB$. Chứng minh rằng AM là đường trung trực của đoạn thẳng BC

GIẢI:

Tam giác ABC cân ở A nên $AB = AC$ mà

$$BM = AB \text{ (gt), } \Rightarrow BM = AC$$

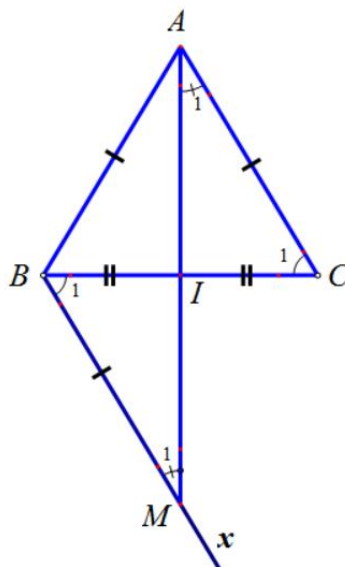
Vì $Bx \parallel AC$ (gt) nên $B_1 = C_1$ (SLT),

$$M_1 = A_1 \text{ (slt)}$$

Gọi I là giao điểm của AM và BC ta có
tam giác IBM=tam giác ICA(c.g.c)

=>IC=IB

Tam giác ABC cân ở A, có AI là trung
tuyến nên AI là trung trực của tam giác
đó, vậy AM là trung trực của BC



III. VẬN DỤNG

Câu 1: Cho tam giác cân ABC. Trên cạnh AB, AC lần lượt lấy điểm M và N sao cho $AM=AN$. Gọi I là giao điểm của BN và CM. cm:

a. Tam giác BIC cân

b. AI là đường trung trực của BC

GIẢI:

a. Xét tam giác ANB và AMC có:

$$AB=AC(\text{gt})$$

$\angle A$: chung

$$AN=AM(\text{gt})$$

$$\triangle ANB = \triangle AMC (\text{c.g.c}) \Rightarrow$$

$$\angle B_1 = \angle C_1, \angle M_1 = \angle N_1, \text{ do đó}$$

$$\angle M_2 = \angle N_2$$

Lại có $AB=AC$ và $AM=AN$ nên

$MB=NC \Rightarrow$ Tam giác IMB =tam giác

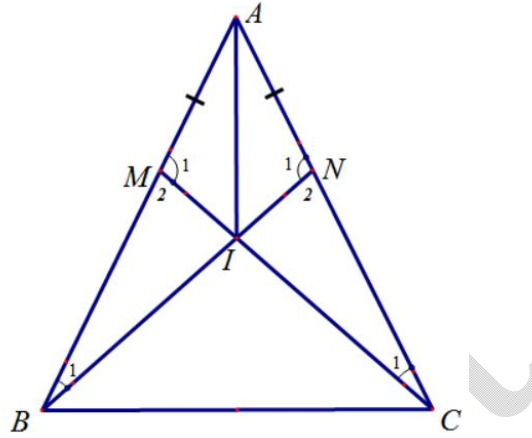
INC (g.c.g) $\Rightarrow IB=IC$ do đó tam giác

BIC cân ở I

b.e Vì $IB=IC$ nên điểm I thuộc đường
trung trực của BC (1)

Mặt khác do $AB=AC$ nên điểm A cũng
thuộc đường trung trực của BC (2)

Từ (1) và (2) suy ra AI là trung trực của
 BC



Câu 2: Cho tam giác ABC , $A=90^\circ$, Phân giác của góc B cắt cạnh AC tại D . qua D kẻ đường thẳng vuông góc với BC tại H , cắt BA tại K .

CMR: a. $\triangle ABD = \triangle HBD$

b. BD là đường trung trực của KC

Giải

a. $\triangle ABD = \triangle HBD$ (Ch-gn) $\Rightarrow AD=HD$

b. $\triangle ADK = \triangle HDC$ (g-c-g), suy ra $DK=DC$, do đó điểm D thuộc đường
trung trực của KC (1)

Do $\triangle ABD = \triangle HBD$ nên $BA=BH$, $\triangle ADK = \triangle HDC$ nên $BK=HC \Rightarrow BK=BC$ do
đó điểm B thuộc đường trung trực của KC (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BD$ là đường trung trực của KC

Câu 3: Cho tam giác ABC cân ở A , có góc $A=40^\circ$. Đường trung trực của AB cắt BC ở D .

a. Tính góc CAD ?

b. Trên tia đối của tia AD lấy điểm M sao cho $AM=CD$. Chứng minh tam giác BMD là tam giác cân

GIẢI:

a. ΔABC cân ở A có góc $A=40^\circ$, nên góc $B=70^\circ$. D nằm trên đường trung trực của AB, do đó $DA=DB$, ΔADB cân ở D, góc $BAD=$ góc $B=70^\circ$

Góc $CAD=70^\circ-40^\circ=30^\circ$

b. để dàng chứng minh được góc $MAB=$ góc $DCA=110^\circ$

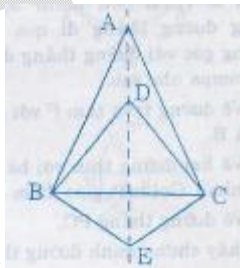
$\Delta AMB=\Delta CDA$ (cgc) $\Rightarrow BM=AD$, do đó $BM=BD$, vậy tam giác BMD là tam giác cân ở B

Câu 4. Cho ba tam giác cân ABC, DBC, EBC có chung đáy BC. Chứng minh ba điểm A, D, E thẳng hàng.

Hướng dẫn:

Vì ΔABC cân tại A $\Rightarrow AB = AC$

$\Rightarrow A$ thuộc trung trực của BC



Vì ΔDBC cân tại D $\Rightarrow DB = DC$

$\Rightarrow D$ thuộc trung trực của BC

Vì ΔEBC cân tại E $\Rightarrow EB = EC$

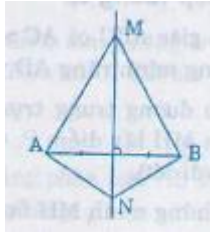
$\Rightarrow E$ thuộc trung trực của BC

Câu 5. Cho hai điểm M, N nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB.

Chứng minh

$\Delta AMN = \Delta BMN$.

Hướng dẫn:



Vì M thuộc đường trung trực của AB

$$\Rightarrow MA = MB$$

N thuộc đường trung trực của AB

$$\Rightarrow NA = NB$$

Lại có MN Cùng chung

\Rightarrow

$$\Delta AMN = \Delta BMN \text{ (c.c.c)}$$

IV. VẬN DỤNG CAO

Câu 1: chứng minh rằng: trong một tam giác vuông, các đường trung trực của tam giác đi qua trung điểm cạnh huyền

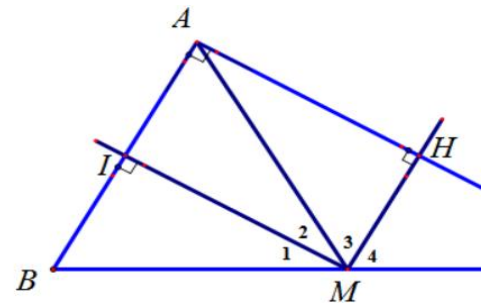
GIẢI:

Xét tam giác ABC vuông ở A, Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Ta có $MA=MB=MC$

Vì $MA=MB$ nên M nằm trên đường trung trực của AB (1)

Vì $MA=MC$ nên M nằm trên đường trung trực của AC (2)

Vì $MB=MC$ nên M nằm trên đường trung trực của



BC (3)

Từ (1)(2)(3) \Rightarrow điểm M là giao điểm 3 đường trung trực AB, AC, BC. Nói cách khác 3 đường trung trực của tam giác vuông ABC đi qua trung điểm M của cạnh huyền BC

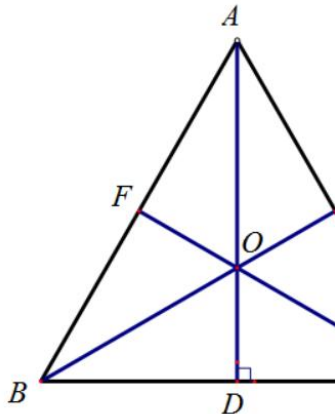
Câu 2: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 6cm. ba đường trung tuyến của tam giác cắt nhau tại O (như hình vẽ)

a, Tính OA? AD

b, Hỏi đường tròn tâm O bán kính 4cm có phải là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC không? vì sao?

GIAI:

a. Gọi O là giao điểm ba đường trung tuyến AD, BE, CF của tam giác đều ABC. Ta có $OA=OB=OC$
Trong tam giác đều ABC, AD là trung tuyến kẻ từ đỉnh A nên AD là đường trung trực của BC do đó AD vuông góc với BC.



Xét tam giác vuông ABD

vuông ở D, theo định lý

Pytago ta có:

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 = 3$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{27}. \text{ Ta có}$$

$$\sqrt{27} < \sqrt{36} = 6 \text{ nên}$$

$AD < 6\text{cm}$, do đó

$$OA = \frac{2}{3}AD < \frac{2}{3}.6 = 4$$

(cm)

b) Vậy 3 điểm A, B, C

không thuộc đường tròn

tâm O bán kính 4cm. nói

cách khác đường tròn

tâm O bán kính 4cm

không phải là đường tròn

ngoại tiếp tam giác đều

ABC

Câu 3. Hai điểm M và N cùng nằm trên một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng xy.

Lấy điểm L đối xứng với M qua xy. Gọi I là một điểm của xy. Hãy so sánh IM + IN với LN.

Hướng dẫn:

Vì L và M đối xứng qua đường thẳng xy. Nên đường thẳng xy là trung trực của

ML

$$I \in xy \Rightarrow IM = IL$$

Nên $IM + IN = IL + IN$

+ Nếu I là giao điểm của NL và xy thì $IL + IN = LN$

+ Nếu I không là giao điểm của NL và xy thì ba điểm I, N, L không thẳng hàng

$\Rightarrow IL + IN > LN$

Vậy với mọi vị trí của I trên xy thì $IL + IN \geq LN$

hoc360.net