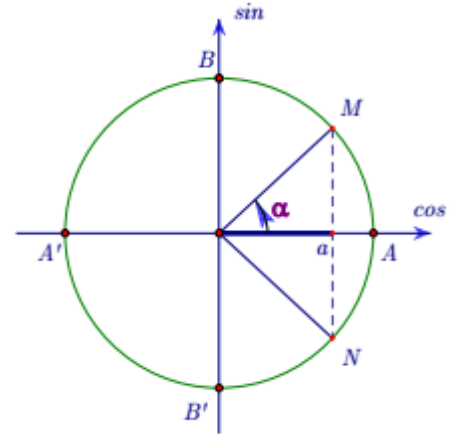
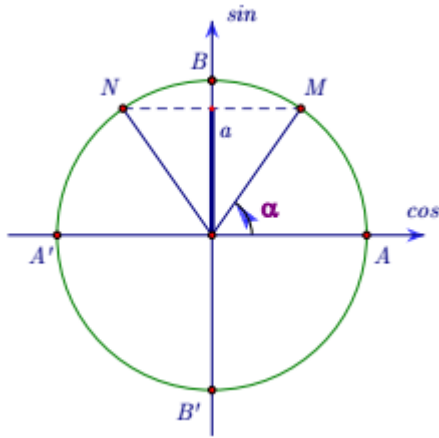


Chương I: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Chủ đề 01. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC



<ul style="list-style-type: none"> • $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ (B) • $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ (B') • $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ (A, A') 	<ul style="list-style-type: none"> • $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$; (A) • $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$; (A') • $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$; (B, B')
---	---

Dạng toán 1. Tìm tập xác định của hàm số:

- Hàm số $y = \frac{u}{v}$: Điều kiện xác định là $v \neq 0$
- Hàm số $y = \sqrt{v}$: Điều kiện xác định là $v \geq 0$

Bài 1. Tìm tập xác định của hàm số:

- | | | |
|--------------------------------------|-------------------------------------|--|
| a) $y = 2\sin^2 x + 2$ | b) $y = \frac{2\sin x + 1}{\cos x}$ | c) $y = \sin x + \frac{3\cos 2x}{\cos x - 1}$ |
| d) $y = \frac{2\sin x + 1}{\cos 2x}$ | e) $y = 3 + \frac{2}{\sin x}$ | f) $y = \frac{\sqrt{3 + \cos x}}{\sin x - 1}$ |
| g) $y = \frac{2\sin x + 1}{\cos 2x}$ | h) $y = \frac{3}{\sin 3x - 1}$ | i) $y = \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\cos 2x - 1}$ |

Bài 2. Tìm tập xác định của hàm số:

- | | | |
|---|---|--------------------------|
| a) $y = \tan x$ | b) $y = \tan 2x$ | c) $y = \cot x + \sin x$ |
| d) $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ | e) $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ | f) $y = 3\cot 2x + 1$ |

Dạng toán 2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

Ghi nhớ các chặn cơ bản sau:

- $-1 \leq \sin x, \cos x \leq 1$
- $0 \leq \sin^2 x, \cos^2 x \leq 1$
- $0 \leq |\sin x|, |\cos x| \leq 1$

Bài 3: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

a) $y = 2\sin x + 3$

b) $y = 5\cos x - 3$

c) $y = 3\sin^2 x + 1$

d) $y = 2 - 3\cos x$

e) $y = 1 - \sqrt{3 + \cos x}$

f) $y = \frac{1 - 2\sin^2 x}{3}$

g) $y = \sqrt{2 + \cos x} - 1$

h) $y = 2|\sin 2x| + 5$

i) $y = \sqrt{4 - 4\cos^2 x} - 3$

k) $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x$

l) $y = \sqrt{3}\cos x - \sin x + 2$

m)

$y = \sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x - 1$

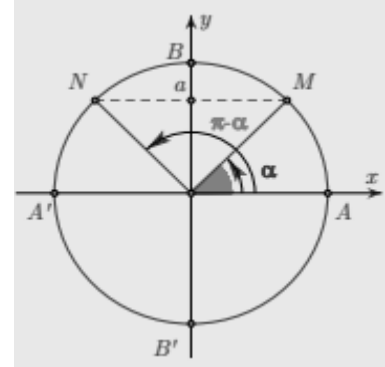
Chủ đề 2. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

1. $\sin u = a (-1 \leq a \leq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} u = \alpha + k2\pi \\ u = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Trong đó $\alpha = \text{shift sin } a$

• $\sin A = \sin B \Leftrightarrow \begin{cases} A = B + k2\pi \\ A = \pi - B + k2\pi \end{cases}$

Lưu ý: $-\sin B = \sin(-B)$

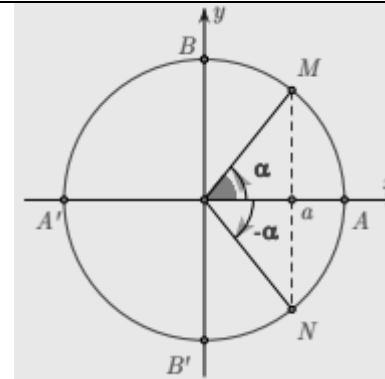


2. $\cos u = a (-1 \leq a \leq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} u = \alpha + k2\pi \\ u = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Trong đó $\alpha = \text{shift cos } a$

• $\cos A = \cos B \Leftrightarrow \begin{cases} A = B + k2\pi \\ A = -B + k2\pi \end{cases}$

Lưu ý: $-\cos B = \cos(\pi - B)$



3. $\tan u = a \Leftrightarrow u = \alpha + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Trong đó $\alpha = \text{shift tan } a$

Lưu ý: Trong trường hợp α “quá xấu”, ta dùng kí hiệu:
 $\arcsin \alpha$, $\arccos \alpha$, $\arctan \alpha$

Dạng toán 1. Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác

- Bước 1: Đứng dạng $\sin u = a$; $\cos u = a$; $\tan u = a$; $\cot u = a$
- Bước 2: Bấm máy quy đổi a về α , rập vào công thức
- Bước 3: Thu gọn tìm x

Bài 4. Giải các phương trình sau:

a) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sin 3x = \frac{1}{2}$

c) $\sin\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right) = 1$

d) $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $\sin\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

f) $2\sin(x - 45^\circ) - 1 = 0$

Bài 5. Giải các phương trình:

a) $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sqrt{2} \cos 2x - 1 = 0$

c) $\cos 3x(\cos x + 2) = 0$

d) $2\cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$

e) $2\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) + 1 = 0$

f) $\cos(x - 30^\circ) + 1 = 0$

Bài 6. Giải các phương trình:

a) $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$

b) $\sqrt{3} \tan 2x - 1 = 0$

c) $\tan\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = 0$

d) $\cot(2x - 1) = \sqrt{3}$

e) $\sqrt{3} \cot 2x + 1 = 0$

f) $\cot\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Bài 7. Giải các phương trình:

a) $(\sin x + 1)(2\cos x - 1) = 0$

b) $(\cos x - 1)(2\cos x + 1) = 0$

c) $\cos x(2\sin 3x + 1) = 0$

d) $\cos^2 x - 2\cos^2 x \cdot \sin x = 0$

Bài 8. Giải các phương trình:

a) $\sin 3x = \sin 2x$

b) $\sin 2x - \sin x = 0$

c) $\sin 5x + \sin x = 0$

d) $\cos 2x - \cos x = 0$

e) $\cos 2x + \cos x = 0$

f) $\cos 2x - \sin x = 0$

Dạng toán 2. Phương trình bậc hai đối với một số hàm lượng giác.

Đặt ẩn phụ $t = \{\sin x; \cos x; \tan x; \cot x\}$, giải tìm t . Sau đó thay trở lại, tìm x .			
1) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$		5) $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
	$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$		
2) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$	$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$	6) $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$	$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$
3) $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x}$	7) $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$	$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$
4) $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$	$\sin^2 x = \frac{1}{1 + \cot^2 x}$	8) $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$	

Bài 9. Giải các phương trình

- a) $\sin^2 x + 2 \sin x + 2 = 0$ b) $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$ c) $\sin^2 2x - 3 \sin 2x = 0$
 d) $2 \sin^2 \frac{x}{2} - \sqrt{2} \sin \frac{x}{2} = 0$ e) $6 \sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0$ f)

$3 \sin^2 3x - 4 \sin 3x - 4 = 0$

Bài 10. Giải các phương trình

- a) $6 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$ b) $4 \cos^2 2x - 4 \cos 2x - 4 = 0$ c)
 $2 \cos^2 x + 5 \cos x + 3 = 0$
 d) $2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x = 0$ e) $2 \cos^2 x - \cos x - 6 = 0$ f) $\cos^2 \frac{x}{2} - 2 \cos \frac{x}{2} - 1 = 0$

Bài 11. Giải các phương trình

- a) $2 \tan^2 x + 5 \tan x + 3 = 0$ b) $4 \tan^2 2x - \tan 2x - 6 = 0$ c) $\tan^2 x - \sqrt{3} \tan x = 0$
 d) $3 \cot^2 x - 4 \cot x - 4 = 0$ e) $3 \cot^2 x - 1 = 0$ f) $\cot^2 x + \cot x - 6 = 0$

Bài 12. Giải các phương trình

- a) $2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0$ b) $2 \sin^2 x - 5 \cos x - 4 = 0$
 c) $2 \tan x + \cot x - 3 = 0$ d) $3 \cos 2x - 7 \cos x + 4 = 0$
 e) $5 \sin x - 2 = 3(1 - \sin x) \tan^2 x$ f) $\cos 2x + \cos x = 4 \sin^2 \frac{x}{2} - 1$

Bài 13. Giải các phương trình

- a) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ b) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$ c) $\sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x = 1$