

PHÉP CHIẾU SONG SONG HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH TRONG KHÔNG GIAN

A. CHUẨN KIẾN THỨC

A.TÓM TẮT GIÁO KHOA.

1. Phép chiếu song song.

Cho mặt phẳng (α) và một đường thẳng Δ cắt (α) . Với mỗi điểm M trong không gian, đường thẳng đi qua M và song song với Δ cắt (α) tại điểm M' xác định.

Điểm M' được gọi là hình chiếu song song của điểm M trên mặt phẳng (α) theo phương Δ .

Mặt phẳng (α) được gọi là mặt phẳng chiếu, phương của Δ gọi là phương chiếu.

Phép đặt tương ứng mỗi điểm M với hình chiếu M' của nó trên (α) được gọi là phép chiếu song song lên (α) theo phương Δ .

Ta kí hiệu $Ch_{\Delta}(\alpha)(M) = M'$.

2. Tính chất của phép chiếu song song.

- Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
- Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

3. Hình biểu diễn của một số hình không gian trên mặt phẳng.

- Một tam giác bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một tam giác tùy ý cho trước (tam giác cân, đều, vuông...).
- Một hình bình hành bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình bình hành tùy ý cho trước (Hình vuông ,hình thoi, hình chữ nhật, hình bình hành...)
- Một hình thang bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình thang tùy ý cho trước, miễn là tỉ số độ dài của hai cạnh đáy được bảo toàn.
- Hình elip là hình biểu diễn của hình tròn.

B. LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI CÁC DẠNG BÀI TẬP.

Bài toán 01: VẼ HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH (H) CHO TRƯỚC..

Phương pháp:

Để vẽ hình biểu diễn của hình (H) ta cần xác định các yếu tố bất biến có trong hình (H).

- Xác định các yếu tố song song.
- Xác định tỉ số điểm M chia đoạn AB.
- Trong hình (H') phải đảm bảo tính song song và tỉ số của điểm M chia đoạn AB.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Hình thang có thể là hình biểu diễn của một hình bình hành không.

Lời giải.

Hình thang không thể coi là hình biểu diễn của hình bình hành vì hai cạnh bên của hình thang không song song còn cặp cạnh đối của hình bình hành thì song song (tính song song không được bảo toàn).

Ví dụ 2. Vẽ hình biểu diễn của tứ diện ABCD lên mặt phẳng (P) theo phương chiếu AB(AB không song song với (P)).

Lời giải.

Vì phương chiếu l là đường thẳng AB nên hình chiếu của A và B chính là giao điểm của AB và (P).

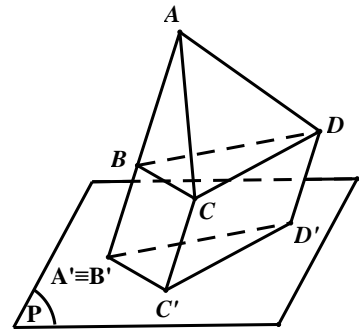
Do đó $AB \cap (P) = A' \equiv B'$

Các đường thẳng lần lượt đi qua C, D song song với AB cắt (P) tại C', D'

thì C', D' chính là hình chiếu của C, D lên (P)

theo phương AB.

Vậy hình chiếu của tứ diện ABCD là tam giác A'C'D'.



Bài toán 02: CÁC BÀI TOÁN VỀ TÍNH TỈ SỐ CỦA HAI ĐOẠN THẲNG VÀ CHỨNG MINH BA ĐIỂM THẲNG HÀNG..

Phương pháp:

Để tính tỉ số của điểm M chia đoạn AB (tính $\frac{MA}{MB}$) ta xét phép

Chiếu song song lên mặt phẳng (α) theo phương l không song song với AB sao cho ảnh của M, A, B là ba điểm M', A', B' mà ta có thể tính được $\frac{M'A'}{M'B'}$, khi

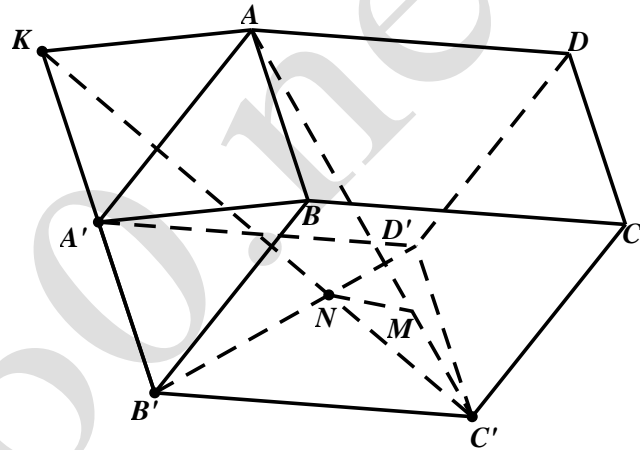
đó $\frac{MA}{MB} = \frac{M'A'}{M'B'}$.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn $AC', B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\frac{MA}{MC'}$.

Lời giải.

Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương chiếu BA' . Ta có N là ảnh của M hay M chính là giao điểm của $B'D'$ và ảnh AC' qua phép chiếu này. Do đó ta xác định M, N như sau:



Trên $A'B'$ kéo dài lấy điểm K sao cho $A'K = B'A'$ thì $ABA'K$ là hình bình hành nên $AK // BA'$ suy ra K là ảnh của A trên AC' qua phép chiếu song song.

Gọi $N = B'D' \cap KC'$. Đường thẳng qua N và song song với AK cắt AC' tại M . Ta có M, N là các điểm cần xác định.

Theo định lí Thales, ta có $\frac{MA}{MC'} = \frac{NK}{NC'} = \frac{KB'}{C'D'} = 2$.

Ví dụ 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và CC' .

a) Xác định đường thẳng Δ đi qua M đồng thời cắt AN và $A'B$.

b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và $A'B$. Hãy tính tỉ số $\frac{IM}{IJ}$.

Lời giải.

a) Giả sử đã dựng được đường thẳng Δ cắt cả AN và BA' . Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và BA' .

Xét phép chiếu song song lên $(ABCD)$ theo phương chiếu $A'B$.

Khi đó ba điểm J, I, M lần lượt có hình chiếu là B, I', M . Do J, I, M thẳng hàng nên B, I', M cũng thẳng hàng. Gọi N' là hình chiếu của N thì AN' là hình chiếu của AN . Vì $I \in AN \Rightarrow I' \in AN' \Rightarrow I' = BM \cap AN'$.

Từ phân tích trên suy ra cách dựng:

- Lấy $I' = AN' \cap BM$.
- Trong (ANN') dựng $II' \parallel NN'$ (đã có $NN' \parallel CD$) cắt AN tại I .
- Vẽ đường thẳng MI , đó chính là đường thẳng cần dựng.

a) Ta có $MC = CN'$ suy ra $MN' = CD = AB$. Do đó I' là trung điểm của BM . Mặt khác $II' \parallel JB$ nên II' là đường trung bình của tam giác MBJ , suy ra

$$IM = IJ \Rightarrow \frac{IM}{IJ} = 1.$$

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . M là trung điểm của SC .

a) Tìm giao điểm I của SD với (AMN)

b) Tính $\frac{SI}{ID}$.

62. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . N là trung điểm của SD còn I, J lần lượt là trung điểm của AB và ON .

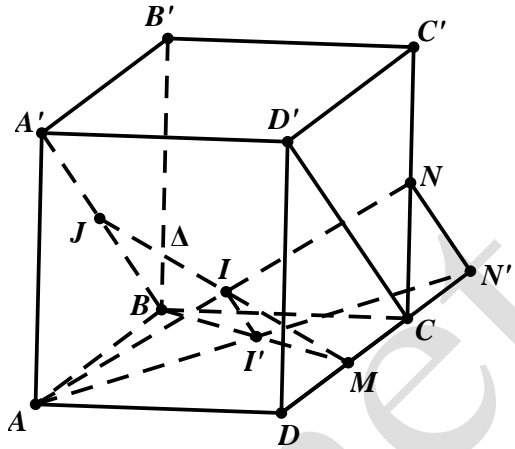
Chứng minh $IJ \parallel (SBC)$.

63. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Trên đường thẳng BA lấy điểm M sao cho A nằm giữa B và M , $MA = \frac{1}{2}AB$.

a) Xác định thiết diện của lăng trụ khi cắt bởi (α) qua M, B' và trung điểm E của AC .

b) Gọi $D = BC \cap (MB'E)$. Tính tỉ số $\frac{BD}{CD}$.

64. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, P lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC còn N là điểm trên cạnh AB sao cho $AN = \frac{1}{3}AB$.



a) Tìm giao điểm Q của DC với (MNP).

b) Tính tỉ số $\frac{DQ}{DC}$.

65. Cho tứ diện ABCD, M là một điểm trên cạnh DB, (α) là mặt phẳng đi qua M song song với AD,BC.

a) Xác định thiết diện của hình chóp với (α).

b) Xác định vị trí của M để thiết diện là hình thoi.

c) Xác định vị trí của (α) để diện tích thiết diện lớn nhất.

66. Cho tứ diện ABCD có trọng tâm các mặt đối diện với các đỉnh A,B,C,D lần lượt là A',B',C',D'. Gọi M,N,P,Q,R,S lần lượt là trung điểm các cặp cạnh đối của tứ diện.

a) Chứng minh AA',BB',CC',DD' đồng qui tại G (G gọi là trọng tâm của tứ diện, AA',BB',CC',DD' được gọi là các đường trọng tuyến của tứ diện).

b) Chứng minh bảy đoạn thẳng AA',BB',CC',DD',MN,PQ,RS đồng quy.

67. Cho tứ diện ABCD, G là trọng tâm của tam giác BCD và M là điểm thuộc miền trong tam giác BCD. Đường thẳng qua M và song song với AG cắt các mặt phẳng (ABC),(ACD),(ABD) tại P,Q,R.

a) Chứng minh MP+MQ+MR không đổi khi M di động trong tam giác BCD.

b) Xác định vị trí của điểm M để MP.MQ.MR đạt giá trị lớn nhất.

68. Cho tứ diện đều ABCD cạnh a. Trên các cạnh BC,CD lấy các điểm M,N

sao cho $\frac{MC}{MB} = \frac{1}{2}, \frac{CN}{CD} = \frac{2}{3}$. Trên trung tuyến AP của tam giác ABD lấy điểm I

sao cho $\frac{PA}{PI} = \frac{4}{5}$. Tính diện tích thiết diện tạo thành khi cắt tứ diện bởi (MNP).

69. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Xác định các điểm M,N trên các đoạn

AC',B'D' tương ứng sao cho MN // BA' và tính tỉ số $\frac{MA}{MC'}$.

70. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi E là trung điểm của SC. Mặt phẳng (α) thay đổi nhưng luôn chứa AE cắt SB,SD lần lượt

tại M,N. Xác định vị trí của M,N trên các cạnh SB,SD sao cho $\frac{SM}{SB} + \frac{SN}{SD}$ đạt giá trị lớn nhất.