

### §3. KHOẢNG CÁCH VÀ GÓC

#### 1. Khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

##### a) Công thức tính khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

Cho đường thẳng  $\Delta : ax + by + c = 0$  và điểm  $M(x_0; y_0)$ . Khi đó khoảng cách từ M đến ( $\Delta$ ) được tính bởi công thức:

$$d(M, (\Delta)) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

##### b) Vị trí của hai điểm đối với đường thẳng.

Cho đường thẳng  $\Delta: ax + by + c = 0$  và

$M(x_M; y_M) \notin \Delta, N(x_N; y_N) \notin \Delta$ . Khi đó:

- M, N cùng phía với  $\Delta \Leftrightarrow ax_M + by_M + c$  và  $ax_N + by_N + c > 0$

- M, N khác phía với  $\Delta \Leftrightarrow ax_M + by_M + c$  và  $ax_N + by_N + c < 0$

**Chú ý:** Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng :

$\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$  và  $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$  là:

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

#### 2. Góc giữa hai đường thẳng:

**a) Định nghĩa:** Hai đường thẳng  $a$  và  $b$  cắt nhau tạo thành bốn góc. Số đo nhỏ nhất của các góc đó được gọi là số đo của góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$ , hay đơn giản là góc giữa  $a$  và  $b$ . Khi  $a$  song song hoặc trùng với  $b$ , ta quy ước góc giữa chúng bằng  $0^\circ$ .

##### b) Công thức xác định góc giữa hai đường thẳng.

Góc xác định hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  có phương trình

$\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$  và  $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$  được xác định bởi

$$\cos \Delta_1; \Delta_2 = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

☞ **DẠNG 1. Bài toán liên quan đến khoảng cách từ một điểm tới một đường thẳng.**

#### 1. Phương pháp giải.

Để tính khoảng cách từ điểm  $M(x_0; y_0)$  đến đường thẳng

$\Delta: ax + by + c = 0$  ta dùng công thức

$$d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

## 2. Các ví dụ.

**Ví dụ 1:** Cho đường thẳng  $\Delta: 5x + 3y - 5 = 0$

a) Tính khoảng cách từ điểm  $A(-1; 3)$  đến đường thẳng  $\Delta$

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song  $\Delta$  và  $\Delta': 5x + 3y + 8 = 0$

**Lời giải:**

a) Áp dụng công thức tính khoảng cách ta có:

$$d(A, \Delta) = \frac{|5 \cdot (-1) + 3 \cdot 3 - 5|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{34}}$$

b) Do  $M(1; 0) \in \Delta$  nên ta có

$$d(\Delta; \Delta') = d(M, \Delta') = \frac{|5 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 8|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = \frac{13}{\sqrt{34}}$$

**Ví dụ 2: (ĐH – 2006A):** Cho 3 đường thẳng có phương trình

$$\Delta_1: x + y + 3 = 0; \Delta_2: x - y - 4 = 0; \Delta_3: x - 2y = 0$$

Tìm tọa độ điểm  $M$  nằm trên  $\Delta_3$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến  $\Delta_1$  bằng 2 lần khoảng cách từ  $M$  đến  $\Delta_2$ .

**Lời giải:**

$$M \in \Delta_3 \Rightarrow M(2t; t)$$

Khoảng cách từ  $M$  đến  $\Delta_1$  bằng 2 lần khoảng cách từ  $M$  đến  $\Delta_2$  nên ta có

$$d(M; \Delta_1) = 2d(M; \Delta_2) \Leftrightarrow \frac{|2t + t + 3|}{\sqrt{2}} = 2 \frac{|2t - t - 4|}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3t + 3 = 2(t - 4) \\ 3t + 3 = -2(t - 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -11 \\ t = 1 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là  $M_1(-22; -11)$ ,  $M_2(2; 1)$

**Ví dụ 3:** Cho ba điểm  $A(2; 0)$ ,  $B(3; 4)$  và  $P(1; 1)$ . Viết phương trình đường thẳng đi qua  $P$  đồng thời cách đều  $A$  và  $B$

**Lời giải:**

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $P$  có dạng

$$a(x - 1) + b(y - 1) = 0 \quad a^2 + b^2 \neq 0 \quad \text{hay} \quad ax + by - a - b = 0$$

$\Delta$  cách đều A và B khi và chỉ khi

$$d A; \Delta = d B; \Delta \Leftrightarrow \frac{|a-b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|2a+3b|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=2a+3b \\ b-a=2a+3b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4b \\ 3a=-2b \end{cases}$$

+ Nếu  $a = -4b$ , chọn  $a = 4, b = -1$  suy ra  $\Delta : 4x - y - 3 = 0$

+ Nếu  $3a = -2b$ , chọn  $a = 2, b = -3$  suy ra  $\Delta : 2x - 3y + 1 = 0$

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn bài toán là  $\Delta_1 : 4x - y - 3 = 0$  và  $\Delta_2 : 2x - 3y + 1 = 0$

**Ví dụ 4:** Cho tam giác ABC có  $A(1; -2), B(5; 4), C(-2; 0)$ . Hãy viết phương trình đường phân giác trong góc A.

**Lời giải:**

**Cách 1:** Dễ dàng viết đường thẳng AB, AC có phương trình

$$AB: 3x - 2y - 7 = 0, AC: 2x + 3y + 4 = 0$$

Ta có phương trình đường phân giác góc A là

$$\begin{cases} \Delta_1 : \frac{3x - 2y - 7}{\sqrt{13}} = \frac{2x + 3y + 4}{\sqrt{13}} \\ \Delta_2 : \frac{3x - 2y - 7}{\sqrt{13}} = -\frac{2x + 3y + 4}{\sqrt{13}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1 : x - 5y - 11 = 0 \\ \Delta_2 : 5x + y - 3 = 0 \end{cases}$$

Ta thấy  $(5 - 5.4 - 11)(-2 - 5.0 - 11) > 0$  nên 2 điểm B, C nằm về cùng 1 phía đối với đường thẳng  $\Delta_1$ . Vậy  $\Delta_2 : 5x + y - 3 = 0$  là phương trình đường phân giác trong cần tìm.

**Cách 2:** Gọi  $D(x; y)$  là chân đường phân giác hạ từ A của tam giác ABC

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BD} = \frac{AB}{AC} \overrightarrow{DC}$$

$$\text{Mà } AB = 2\sqrt{13}, AC = \sqrt{13}$$

$$\overrightarrow{BD} = \frac{AB}{AC} \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 = 2(-2 - x) \\ y - 4 = 2(0 - y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases} \text{ suy ra } D\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

Ta có phương trình đường phân giác AD:  $\frac{y+2}{\frac{4}{3}+2} = \frac{x-1}{\frac{1}{3}-1}$  hay

$$5x + y - 3 = 0$$

Cách 3: Gọi  $M(x; y)$  thuộc đường thẳng  $\Delta$  là đường phân giác góc trong góc A

Ta có  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AM})$

Do đó  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AM})$  (\*)

Mà  $\overrightarrow{AB} = (4; 6)$ ;  $\overrightarrow{AC} = (-3; 2)$ ;  $\overrightarrow{AM} = (x-1; y+2)$  thay vào (\*) ta có

$$\frac{4(x-1) + 6(y+2)}{\sqrt{4^2 + 6^2} \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2}} = \frac{-3(x-1) + 2(y+2)}{\sqrt{(-3)^2 + 2^2} \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2}}$$

$$\Leftrightarrow 2(x-1) + 3(y+2) = -3(x-1) + 2(y+2) \Leftrightarrow 5x + y - 3 = 0$$

Vậy đường phân giác trong góc A có phương trình là:  $5x + y - 3 = 0$

**Ví dụ 5:** Cho điểm  $C(-2; 5)$  và đường thẳng  $\Delta: 3x - 4y + 4 = 0$ . Tìm trên

$\Delta$  hai điểm  $A, B$  đối xứng với nhau qua  $I\left(2; \frac{5}{2}\right)$  và diện tích tam giác

$ABC$  bằng 15.

**Lời giải:**

Dễ thấy đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(0; 1)$  và nhận  $\vec{u}(4; 3)$  làm vectơ chỉ

phương nên có phương trình tham số là  $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$

Vì  $A \in \Delta$  nên  $A(4t; 1+3t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .

Hai điểm  $A, B$  đối xứng với nhau qua  $I\left(2; \frac{5}{2}\right)$  suy ra

$$\begin{cases} 2 = \frac{4t + x_B}{2} \\ \frac{5}{2} = \frac{1+3t + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 4 - 4t \\ y_B = 4 - 3t \end{cases}$$

Do đó  $B(4-4t; 4-3t)$

Ta có  $AB = \sqrt{(4-8t)^2 + (3-6t)^2} = 5|2t-1|$  và

$$d(C; \Delta) = \frac{|3 \cdot (-2) - 4 \cdot 5 + 4|}{5} = \frac{22}{5}$$

$$\text{Suy ra } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C; \Delta) = \frac{1}{2} \cdot 5|2t-1| \cdot \frac{22}{5} = 11|2t-1|$$

Diện tích tam giác  $ABC$  bằng

$$15 \Leftrightarrow 11|2t-1| = 15 \Leftrightarrow 2t-1 = \pm \frac{15}{11} \Leftrightarrow t = \frac{13}{11} \text{ hoặc } t = -\frac{2}{11}.$$

$$\text{Với } t = \frac{13}{11} \Rightarrow A\left(\frac{52}{11}; \frac{50}{11}\right), B\left(-\frac{8}{11}; \frac{5}{11}\right)$$

$$\text{Với } t = -\frac{2}{11} \Rightarrow A\left(-\frac{8}{11}; \frac{5}{11}\right), B\left(\frac{52}{11}; \frac{50}{11}\right)$$

$$\text{Vậy } A\left(\frac{52}{11}; \frac{50}{11}\right), B\left(-\frac{8}{11}; \frac{5}{11}\right) \text{ hoặc } A\left(-\frac{8}{11}; \frac{5}{11}\right), B\left(\frac{52}{11}; \frac{50}{11}\right).$$

### 3. Bài tập luyện tập:

**Bài 3.47:** Tính khoảng cách từ điểm  $M$  đến đường thẳng  $d$  trong các trường hợp sau:

a)  $M(1; -1)$  và  $d : x + y - 5 = 0$     b)  $M(3; 2)$  và  $d$  là trục  $Ox$ .

c)  $M(-3; 2); (d) : 2x = 3$     d)  $M(5; -2); (d) : \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 5 - t \end{cases}$

**Bài 3.48:** Cho hai đường thẳng

$$d_1 : 2x - 3y + 1 = 0; d_2 : -4x + 6y - 3 = 0$$

a) Chứng minh rằng  $d_1 // d_2$

b) Tính diện tích hình vuông có 4 đỉnh nằm trên 2 đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ .

c) Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  song song và cách đều  $d_1, d_2$ .

**Bài 3.49:** Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm  $E(2; -1)$  và cách điểm  $F(-3; -1)$  một đoạn bằng 3.

**Bài 3.50:** Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm  $I(-2; 3)$  và cách đều hai điểm  $A(5; -1)$  và  $B(3; 7)$ .

**Bài 3.51:** a) Cho hai điểm  $A(2; 2)$ ,  $B(5; 1)$ . Tìm điểm  $C$  trên đường thẳng  $\Delta : x - 2y + 8 = 0$  sao cho diện tích tam giác  $ABC$  bằng 17.

b) Cho tam giác  $ABC$  có  $A(2; -4)$ ,  $B(0; -2)$  và  $C$  nằm trên đường thẳng  $3x - y + 1 = 0$ ; diện tích tam giác  $ABC$  bằng 1 (đơn vị diện tích). Hãy tìm tọa độ điểm  $C$ .

**Bài 3.52:** a) Cho hai đường thẳng

$d_1 : 2x - 3y + 5 = 0$ ;  $d_2 : 3x + 2y - 2 = 0$ . Tìm  $M$  nằm trên  $Ox$  cách đều  $d_1$  và  $d_2$ .

b) Cho 3 đường thẳng

$d_1 : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$ ;  $d_2 : 6x + 8y - 1 = 0$ ;  $d_3 : 4x - 3y + 2 = 0$ . Tìm  $M$

nằm trên  $d_1$  cách đều  $d_2$  và  $d_3$ .

**Bài 3.53:** Cho 2 điểm  $A(2; 1)$ ,  $B(-3; 2)$  và đường thẳng

$d : 4x + 3y + 5 = 0$ . Tìm điểm  $M$  cách đều  $A$ ,  $B$  đồng thời khoảng cách từ  $M$  đến  $d$  bằng 2.

**Bài 3.54:** Cho điểm  $A(3; 1)$ . Xác định hai điểm  $B$  và  $C$  sao cho  $OABC$  là hình vuông và  $B$  nằm trong góc phần tư thứ nhất. Viết phương trình 2 đường chéo của hình vuông đó.

**Bài 3.55:** Cho hai điểm  $A(1; 1)$ ,  $B(4; -3)$ . Tìm điểm  $C$  thuộc đường thẳng  $x - 2y - 1 = 0$  sao cho khoảng cách từ  $C$  đến đường thẳng  $AB$  bằng 6.

**Bài 3.56:** Cho tam giác  $ABC$  có diện tích bằng 4, hai đỉnh  $A(1; -2)$ ,  $B(2; -3)$  và trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  nằm trên đường thẳng  $d : x - y - 2 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $C$ .

**Bài 3.57:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(0; 1)$  và phương trình các đường cao  $BB' : 2x - y - 1 = 0$ ,  $CC' : x + 3y - 1 = 0$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

**Bài 3.58:** Cho các điểm  $A(1; 0)$ ,  $B(-2; 4)$ ,  $C(-1; 4)$ ,  $D(3; 5)$ . Tìm tập hợp điểm  $M$  sao cho diện tích hai tam giác  $MAB$  và  $MCD$  bằng nhau.

**Bài 3.59:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có diện tích bằng 4. Biết  $A(1; 0)$ ,  $B(0; 2)$  và giao điểm  $I$  của hai đường chéo nằm trên đường thẳng  $y = x$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C$  và  $D$ .

**Bài 3.60.** Cho các điểm  $A(2;3)$ ,  $B(5;2)$ ,  $C(8;6)$  và một đường thẳng  $d: x - y + 5 = 0$ . Tìm trên  $d$  một điểm  $D$  sao cho hình vuông  $MNPQ$  có các cạnh lần lượt đi qua các điểm  $A, B, C, D$  có diện tích lớn nhất.

**Bài 3.61.** Cho ba điểm  $A(2;3)$ ,  $B(4;-1)$ ,  $C(4;5)$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$  sao cho tổng khoảng cách từ các điểm  $B$  và  $C$  đến đường thẳng  $\Delta$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 3.62 :** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ vuông góc  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ . Biết  $A(3;0)$ , đỉnh  $C$  thuộc trục tung và có tung độ nhỏ hơn 1, điểm  $B$  nằm trên đường thẳng  $\Delta: 4x + 3y - 12 = 0$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ , biết tam giác  $ABC$  có diện tích bằng 6.

**DẠNG 2: Bài toán liên quan đến góc giữa hai đường thẳng.**

**1. Phương pháp giải:**

- Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , góc giữa hai đường thẳng  $\Delta_1; \Delta_2$  có phương trình

$$(\Delta_1): a_1x + b_1y + c_1 = 0, \quad a_1^2 + b_1^2 \neq 0$$

$$(\Delta_2): a_2x + b_2y + c_2 = 0, \quad a_2^2 + b_2^2 \neq 0$$

được xác định theo công thức:

$$\cos \Delta_1, \Delta_2 = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

- Để xác định góc giữa hai đường thẳng ta chỉ cần biết véc tơ chỉ phương ( hoặc véc tơ pháp tuyến ) của chúng

$$\cos \Delta_1, \Delta_2 = \left| \cos \vec{u}_1, \vec{u}_2 \right| = \left| \cos \vec{n}_1, \vec{n}_2 \right|.$$

**2. Các ví dụ.**

**Ví dụ 1:** Xác định góc giữa hai đường thẳng trong các trường hợp sau:

a)  $\Delta_1: 3x - 2y + 1 = 0;$   $\Delta_2: \begin{cases} x = t \\ y = 7 - 5t \end{cases} \quad t \in R$

b)  $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \end{cases} \quad t \in R$   $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 - 4t' \\ y = 5 - 2t' \end{cases} \quad t' \in R$

**Lời giải:**

a)  $\vec{n}_1 = 3; -2$ ,  $\vec{n}_2 = 5; 1$  lần lượt là vector pháp tuyến của đường thẳng  $\Delta_1$

và  $\Delta_2$  suy ra  $\cos \Delta_1, \Delta_2 = \frac{|3 \cdot 5 - 2 \cdot 1|}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{26}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  do đó  $\Delta_1; \Delta_2 = 45^\circ$

b)  $\vec{u}_1 = -1; 2$ ,  $\vec{u}_2 = -4; -2$  lần lượt là vector chỉ phương của đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  suy ra

$$\cos \Delta_1, \Delta_2 = \frac{|-1 \cdot -4 + 2 \cdot -2|}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{8}} = 0 \text{ do đó } \Delta_1; \Delta_2 = 90^\circ$$

**Ví dụ 2:** Tìm  $m$  để góc hợp bởi hai đường thẳng  $\Delta_1: \sqrt{3}x - y + 7 = 0$  và

$\Delta_2: mx + y + 1 = 0$  một góc bằng  $30^\circ$

**Lời giải:**

$$\text{Ta có: } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|m\sqrt{3} - 1|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{m^2 + 1^2}}$$

Theo bài ra góc hợp bởi hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  bằng  $30^\circ$  nên

$$\cos 30^\circ = \frac{|m\sqrt{3} - 1|}{2 \cdot \sqrt{m^2 + 1}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{|m\sqrt{3} - 1|}{2 \cdot \sqrt{m^2 + 1}} \Leftrightarrow \sqrt{3(m^2 + 1)} = |m\sqrt{3} - 1|$$

Hay

$$3(m^2 + 1) = (m\sqrt{3} - 1)^2 \Leftrightarrow 3m^2 + 3 = 3m^2 - 2m\sqrt{3} + 1 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Vậy  $m = -\frac{1}{\sqrt{3}}$  là giá trị cần tìm.

**Ví dụ 3:** Cho đường thẳng  $d: 3x - 2y + 1 = 0$  và  $M(1; 2)$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M$  và tạo với  $d$  một góc  $45^\circ$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M$  có dạng

$$\Delta: a(x - 1) + b(y - 2) = 0, a^2 + b^2 \neq 0 \text{ hay } ax + by - a - 2b = 0$$

Theo bài ra  $\Delta$  tạo với  $d$  một góc  $45^\circ$  nên:

$$\cos 45^\circ = \frac{|3a + (-2b)|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|3a - 2b|}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}$$



$$\Leftrightarrow \sqrt{26(a^2 + b^2)} = 2|3a - 2b| \Leftrightarrow 5a^2 - 24ab - 5b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5b \\ 5a = -b \end{cases}$$

+ Nếu  $a = 5b$ , chọn  $a = 5, b = 1$  suy ra  $\Delta : 5x + y - 7 = 0$

+ Nếu  $5a = -b$ , chọn  $a = 1, b = -5$  suy ra  $\Delta : x - 5y + 9 = 0$

Vậy có 2 đường thẳng thỏa mãn  $\Delta_1 : x - 5y + 9 = 0$  và

$$\Delta_2 : 5x + y - 7 = 0$$

**Ví dụ 4:** Cho 2 đường thẳng  $\Delta_1 : 2x - y + 1 = 0; \Delta_2 : x + 2y - 7 = 0$ .

Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  qua gốc tọa độ sao cho  $\Delta$  tạo với  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  tam giác cân có đỉnh là giao điểm  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$ .

**Lời giải:**

Đường thẳng  $\Delta$  qua gốc tọa độ có dạng  $ax + by = 0$  với  $a^2 + b^2 \neq 0$

Theo giả thiết ta có  $\cos \Delta; \Delta_1 = \cos \Delta; \Delta_2$  hay

$$\frac{|2a - b|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|a + 2b|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = a + 2b \\ b - 2a = a + 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3b \\ 3a = -b \end{cases}$$

+ Nếu  $a = 3b$ , chọn  $a = 3, b = 1$  suy ra  $\Delta : 3x + y = 0$

+ Nếu  $3a = -b$ , chọn  $a = 1, b = -3$  suy ra  $\Delta : x - 3y = 0$

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn là  $\Delta_1 : 3x + y = 0$  và

$$\Delta_2 : x - 3y = 0$$

### 3. Bài tập luyện tập.

**Bài 3.63:** Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  trong các trường hợp sau:

a)  $d_1 : \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + t \end{cases}; d_2 : 3x + 2y - 2 = 0$

b)  $d_1 : x + my - 1 = 0; d_2 : x - y + 2m - 1 = 0$

**Bài 3.64:** Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua M và tạo với  $\Delta$  một góc  $\alpha$  biết:

a)  $M(-2; -1); \Delta : 3x + 2y - 1 = 0; \alpha = 30^\circ$

b)  $M(4; 1); \Delta \equiv Oy; \alpha = 60^\circ$

**Bài 3.65 :** Cho hình vuông có đỉnh  $A (-4;5)$  và một đường chéo nằm trên đường thẳng có phương trình  $7x - y + 8 = 0$ . Lập phương trình các cạnh và đường chéo thứ hai của hình vuông.

**Bài 3.66:** Cho  $\triangle ABC$  cân đỉnh  $A$ . Biết phương trình các đường thẳng  $AB, BC$  là  $AB : x + y + 1 = 0; BC : 2x - 3y - 5 = 0$ .

Viết phương trình đường thẳng  $AC$  biết nó đi qua  $M (1;1)$ .

**Bài 3.67:** Cho  $\triangle ABC$  đều biết:  $A (2;6)$  và  $BC : \sqrt{3}x - 3y + 6 = 0$ .

Viết phương trình các cạnh còn lại.

**Bài 3.68.** Cho tam giác  $ABC$  có cả ba góc đều nhọn. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh  $AC$  của tam giác, biết tọa độ chân các đường cao hạ từ các đỉnh  $A, B, C$  tương ứng là  $A' (-1;-2)$ ,  $B' (2;2)$ ,  $C' (-1;2)$

**Bài 3.69:** Trong mặt phẳng với hệ trục  $Oxy$ , cho các điểm

$A(1; 2), B(4; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  sao cho  $\angle MAB = 135^\circ$  và khoảng

cách từ  $M$  đến đường thẳng  $AB$  bằng  $\frac{\sqrt{10}}{2}$ .

**Bài 3.70:** Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$  cho hình thang cân  $ABCD$  ( $AB \parallel CD, AB < CD$ ). Biết  $A (0;2)$ ,  $D (-2;-2)$  và  $I$  nằm trên đường thẳng

$x + y - 4 = 0$  sao cho  $\angle AID = 45^\circ$  (với  $I = AC \cap BD$ ). Tính tọa độ các đỉnh còn lại của hình thang.