KHÁI NIỆM PHÉP DỜI HÌNH
VÀ HAI HÌNH BẰNG NHAU

A. CHUẨN KIẾN THỨC

A.TÓM TẮT GIÁO KHOA.

1. Định nghĩa.

- Phép biến hình là phép dời hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì
- Vậy nếu f là phép dời khi và chỉ khi $f(M)f(N) = MN$.
- Nhận xét:
- Các phép biến hình : Tịnh tiến, đối xứng trục, đối xứng tâm và phép quay là các phép dời hình.
- Thực hiện liên tiếp các phép dời hình thì cũng được một phép dời hình.

2. Tính chất của phép dời hình.

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự giữa ba điểm đó.
- Biến một đường thẳng thành một đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
- Biến tam giác thành tam giác bằng nó , biến một góc thành góc bằng góc đã cho.
- Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

3. Định nghĩa hai hình bằng nhau.

Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình f biến hình này thành hình kia.

B. LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI CÁC DẠNG BÀI TẬP.

Bài toán 01: XÁC ĐỊNH ẢNH CỦA MỘT HÌNH QUA PHÉP DỜI HÌNH.

Phương pháp:

Dùng định nghĩa, biểu thức tọa độ và các tính chất của các phép dời hình cụ thể (tịnh tiến, đối xứng trục, đối xứng tâm và phép quay) có trong bài toán.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Cho đường thẳng $d: 3x+y+3=0$. Viết phương trình của đường thẳng d' là ảnh của d qua phép dời hình có được bằng cách thược hiện liên tiếp phép đối xứng tâm $I(1;2)$ và phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v}=(-2;1)$.

Lời giải.

Gọi $F=T_{\vec{v}}\circ Đ_I$ là phép dời hình bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm I và phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.

Gọi $d_1=Đ_I(d), d'=T_{\vec{v}}(d_1)\Rightarrow d'=F(d)$.

Do d' song song hoặc trùng với d do đó phương trình của d' có dạng $3x+y+c=0$. Lấy $M(0;-3)\in d$ ta có $Đ_I(M)=M'(2;7)$.

Lại có $T_{\vec{v}}(M')=M''(2+(-2);7+1)\Rightarrow M''(0;8)$ nên $F(M)=M''(0;8)$.

Mà $M''\in d'\Rightarrow 8+c=0\Leftrightarrow c=-8$. Vậy $d': 3x+y-8=0$.

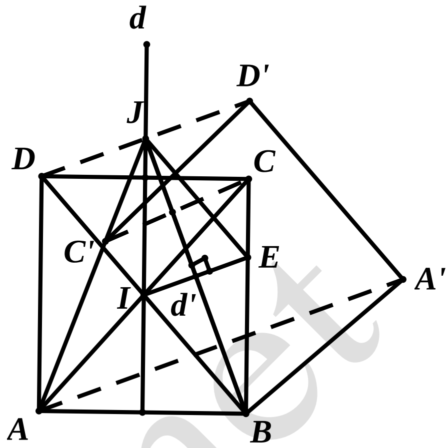
Ví dụ 2. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm I. Trên tia BC lấy điểm E sao cho $BE=AI$.

a) Xác định một phép dời hình biến A thành B và biến I thành E.

b) Dựng ảnh của hình vuông $ABCD$ qua phép dời hình này.

Lời giải.

a) Gọi f là phép đối xứng qua đường trung trực d của AB, g là phép đối xứng qua đường trung trực d' của của IE. Khi đó f biến AI thành BI và g biến BI thành BE. Từ đó phép dời hình $\delta = g \circ f$ biến AI thành BE.



do đó $\delta(A) = B, \delta(I) = E$.

Mặt khác phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trục cắt nhau tại J là phép quay tâm J góc quay $\alpha = 2(d;d') = 2(JI;JB)$

$= (JI;JE) = 45^0$ (do $JE // IB$).

Vậy phép dời hình này chính là $Q_{(J;45^0)}$.

b) f biến các điểm A,B,C,D thành các điểm B,A,D,C, g biến các điểm B,A,D,C thành các điểm B,A',D',C'. Do đó δ biến các điểm A,B,C,D thành các điểm B,A',D',C'. Vậy ảnh của hình vuông $ABCD$ là hình vuông $BA'D'C'$ đối xứng với hình vuông $BADC$ qua d'.

Bài toán 02: CHỨNG MINH HAI HÌNH BẰNG NHAU.

Phương pháp:

Để chứng minh hai hình bằng nhau ta cần chỉ ra một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

Các ví dụ

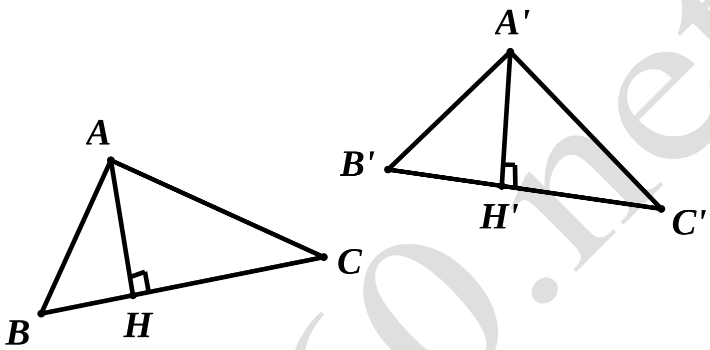
Ví dụ 1. Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có các đương cao AH và $A'H'$ sao cho $AH = A'H', AB = A'B', AC = A'C'$ các góc A, A' đều là góc tù. Chứng minh hai tam giác ABC và $A'B'C'$ bằng nhau.

Lời giải.

Vì các góc A và A' là các góc tù nên các góc B,C,B',C' là các góc nhọn.

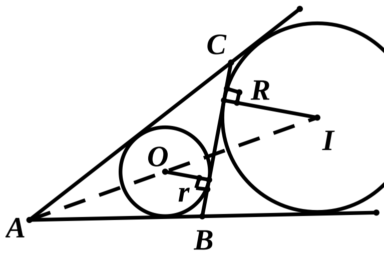
Suy ra H ở giữa B và C, H' ở giữa B' và C'. Vì hai tam giác vuông

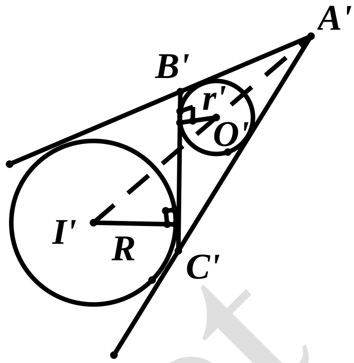
ABH và $A'B'H'$ bằng nhau nên có phép dời hình F biến A, B, H lần lượt thành các điểm A', B', H'. Khi đó C biến thành C'. Vậy phép dời hình F biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$ nên hai tam giác này bằngnhau.



Ví dụ 2. Chứng minh rằng hai tam giác bằng nhau nếu có các đường tròn nội tiếp bằng nhau, đồng thời khoảng cách giữa tâm đường tròn nội tiếp và bàng tiếp của hai tam giác đó cũng bằng nhau.

Lời giải.





Giả sử $(O;r),(I;R)$ lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và tâm đường tròn bàng tiếp góc A; tam giác $A'B'C'$ có đường tròn nội tiếp $(O';r)$ và đường tròn bàng tiếp góc A' là $(I';R')$ và $OI = O'I'$.

Vì $OI = O'I'$ nên tồn tại phép dời hình $F: O \mapsto O', I \mapsto I'$ khi đó $F:(O;r) \mapsto (O';r),(I;R) \mapsto (I';R)$. Mặt khác F biến cặp tiếp tuyến chung ngoài AB và AC của (O) và (I) thành cặp tiếp tuyến chung ngoài $A'B'$ và $A'C'$ của (O') và (I') (hoặc $A'C'$ và $A'B'$) còn tiếp tuyến BC phải biến thành tiếp tuyến $B'C'$ suy ra $F: \Delta ABC \mapsto \Delta A'B'C'$ hoặc $F: \Delta ABC \mapsto \Delta A'C'B'$, hay hai tam giác ABC và $A'B'C'$ bằng nhau.

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

37. Cho đường thẳng $d: 2x + y = 0$ và $\vec{v} = (3;-1)$. Tìm ảnh của d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(O;90^0)}$ và phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, với a,b,α là những số cho trước, xét phép biến hình F biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(x';y')$ sao cho

$$\begin{cases} x' = a + (x-a)\cos\alpha - (y-b)\sin\alpha \\ y' = b + (x-a)\sin\alpha + (y-b)\cos\alpha \end{cases}.$$

Chứng minh F là một phép dời hình.

39. Chứng minh rằng mỗi phép quay có thể xem là kiết quả của việc thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trục.

40. Chứng minh rằng nếu thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng tâm I_1, I_2 ta được kết quả là một phép tịnh tiến theo $\vec{v} = 2\overrightarrow{I_1I_2}$.

41. Chứng minh nếu thực hiện liên tiếp hai phép quay cùng tâm $Q_{(O;\varphi_1)}, Q_{(O;\varphi_2)}$ thì ta được kết quả là một phép quay $Q_{(O;\varphi_1+\varphi_2)}$.

42. Cho đường tròn (O), một điểm P cố định và một đoạn thẳng $AB = a$ cố định. Với mỗi điểm M thuộc (O) ta dựng hình bình hành $ABNM$ và gọi Q là điểm đối xứng của N qua P. Tìm tập hợp điểm Q khi M thay đổi trên đường tròn.