

### 3 Đề thi tuyển sinh THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa, vòng 1-2017

#### Bài 1

Cho biểu thức  $A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-2}} - \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-3}} + \frac{\sqrt{x+2}}{x-5\sqrt{x+6}}\right)$ ,  
với  $x \geq 0, x \neq 4$  và  $x \neq 9$ .

- Rút gọn biểu thức  $A$ .
- Tìm tất cả giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $A$  nhận giá trị nguyên.

**Phân tích.** a) Để rút gọn thì trước tiên ta thực hiện quy đồng và lưu ý là mẫu số chung của  $\sqrt{x-2}$  và  $\sqrt{x-3}$  là:  $x-5\sqrt{x+6}$ .

- b) Do  $A$  nhận giá trị nguyên nên ta sẽ rút gọn thêm để đưa  $A$  về dạng  $a + \frac{b}{B}$ , trong đó  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $B$  là biểu thức chứa biến  $x$ , đồng thời  $B$  là ước của  $b$  (trong trường hợp này  $B = \sqrt{x+1}$ ).

**Lời giải.** a) Với điều kiện xác định của biểu thức  $A$ :  $x \geq 0, x \neq 0$  và  $x \neq 9$  ta có:

$$\begin{aligned} A &= \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-2}} - \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-3}} + \frac{\sqrt{x+2}}{x-5\sqrt{x+6}}\right) \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right) : \left(\frac{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3}) - (\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2}) + (\sqrt{x+2})}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x-2})}\right) \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{(x-2)(\sqrt{x-3})}}\right) \\ &= \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+1}}. \end{aligned}$$

- b) Ta rút gọn  $A = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+1}} = 1 - \frac{3}{\sqrt{x+1}}$ , khi đó để  $A$  nhận giá trị nguyên thì  $\sqrt{x+1}$  phải là ước của 3 hay ta có:  $\sqrt{x+1} = 1 \vee \sqrt{x+1} = 3$  (do  $\sqrt{x+1} > 0$  nên chỉ lấy 2 giá trị là 1 và 3)

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4.$$



#### Bài tập tương tự.

Cho  $B = \left(2 - \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x-1}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x-5}} - \frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-4}} + \frac{\sqrt{x-14}}{x-9\sqrt{x+20}}\right)$ ,  
với  $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 16$  và  $x \neq 25$ .

a) Rút gọn  $B$ .

b) Tìm các giá trị nguyên của  $x$  sao cho  $B$  nhận giá trị nguyên.

Đáp án: a)  $B = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}$ , b)  $x = 0, x = 4, x = 36$ .

### Bài 2

a) Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho ba đường thẳng  $(d_1) : y = -5(x + 1)$ ,  $(d_2) : y = 3x - 13$  và  $(d_3) : y = mx + 3$  (với  $m$  là tham số). Tìm tọa độ giao điểm  $I$  của  $(d_1)$  và  $(d_2)$ , với giá trị nào của  $m$  thì đường thẳng  $(d_3)$  đi qua  $I$ ?

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} |x - 1| + 2\sqrt{y + 2} = 5 \\ 3\sqrt{y + 2} - |x - 1| = 5. \end{cases}$$

**Phân tích.** a) Ta lưu ý là việc tìm giao điểm của hai đường thẳng quy về việc giải hệ phương trình chứa phương trình của hai đường thẳng đó.

b) Ta xem xét hệ phương trình của ta trên 2 biến mới là  $|x - 1|$  và  $\sqrt{y + 2}$  rồi thực hiện việc giải. Lưu ý nhớ điều kiện  $y \geq -2$  để đảm bảo việc nhận nghiệm giải ra được.

**Lời giải.** a) Do  $I = d_1 \cap d_2$  nên tọa độ của  $I$  thỏa hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} y = -5(x + 1) \\ y = 3x + 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + y = -5 \\ -3x + y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-9}{4} \\ y = \frac{25}{4} \end{cases}$$

Suy ra tọa độ giao điểm  $I(\frac{-9}{4}; \frac{25}{4})$  là giá trị cần tìm.

Để  $(d_3)$  đi qua  $I$  thì tọa độ của điểm  $I$  phải thỏa phương trình của  $(d_3)$ , khi đó:  $\frac{25}{4} = m(\frac{-9}{4}) + 3 \Leftrightarrow m = \frac{-13}{9}$ .

b) ĐK:  $y \geq -2$ . Ta xem  $|x - 1|$  và  $\sqrt{y + 2}$  là 2 biến và giải:

$$\begin{cases} |x - 1| + 2\sqrt{y + 2} = 5 \\ 3\sqrt{y + 2} - |x - 1| = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x - 1| = 1 \\ \sqrt{y + 2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm  $S = \{(1; 2), (-1; 2)\}$ .



**Bài tập tương tự.**

- a) Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho ba đường thẳng  $(d_1) : y = x + 1, (d_2) : y = 4x - 6$  và  $(d_3) : y = m\frac{x}{4} + 5$  (với  $m$  là tham số). Tìm tọa độ giao điểm  $I$  của  $(d_1)$  và  $(d_2)$ , với giá trị nào của  $m$  thì đường thẳng  $(d_3)$  đi qua  $I$ ?

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} |x - 3| - \sqrt{2y - 3} = 1 \\ 3\sqrt{2y - 3} - |x - 3| = 5. \end{cases}$$

**Đáp án:** a)  $I(\frac{7}{3}; \frac{10}{3}), m = \frac{-20}{7}$ ; b)  $S = \{(7; 6), (-1; 6)\}$ .

### Bài 3

- a) Tìm  $m$  để phương trình:  $(m - 1)x^2 - 2mx + m + 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  khác 0 và thỏa mãn hệ thức:  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + \frac{5}{2} = 0$ .

- b) Giải phương trình:  $x\sqrt{2x - 2} = 9 - 5x$ .

**Phân tích.** a) Do để có 2 nghiệm phân biệt nên phương trình đã cho phải là phương trình bậc 2 tức  $a \neq 0$  và  $\Delta > 0$ .

Hệ thức của ta chưa đưa về dạng chỉ có tổng và tích hai nghiệm nên ta phải rút gọn. Sau đó áp dụng hệ thức Vi-ét để giải ra  $m$ .

- b) Ta xác định điều kiện của căn thức, từ đó xác định điều kiện để 2 vế cùng dấu (trong trường hợp này là dấu +) để có thể bình phương làm mất căn thức. Sau khi ra được phương trình bậc 3 ta nhẩm (hoặc bấm máy) ra được một nghiệm là  $x = 3$  và sử dụng sơ đồ Hoocnor để phân tích bậc 3 thành tích của đa thức bậc nhất và bậc hai.

**Lời giải.** a)  $(m - 1)x^2 - 2mx + m + 2 = 0$  (\*)

$$+ \text{ Để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt thì } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - (m - 1)(m + 2) > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \neq 1. \end{cases}$$

$$+ \text{ Ta có: } \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{2(x_1^2 + x_2^2) + 5x_1x_2}{2x_1x_2} = 0 \Leftrightarrow 2(x_1 + x_2)^2 + x_1x_2 = 0.$$

Áp dụng định lý Vi-ét vào hệ thức trên ta được:

$$2\left(\frac{2m}{m-1}\right)^2 + \frac{m+2}{m-1} = 0 \Leftrightarrow 8m^2 + (m-1)(m+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 9m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-1 + \sqrt{73}}{18} \vee m = \frac{-1 - \sqrt{73}}{18}.$$

Vậy sau khi so với điều kiện ta được  $m = \frac{-1 + \sqrt{73}}{18} \vee m = \frac{-1 - \sqrt{73}}{18}$  là các giá trị cần tìm.

b)  $x\sqrt{2x-2} = 9 - 5x$  (\*), ĐKXD:  $x \geq 1$ .

Khi  $x \geq 1$  thì  $x\sqrt{2x-2} \geq 0$  nên  $9 - 5x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{9}{5}$ . Tóm lại ta có  $1 \leq x \leq \frac{9}{5}$ .

$$(*) \Leftrightarrow x^2(2x-2) = (9-5x)^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^3 - 27x^2 + 90x - 81 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(2x^2 - 21x^2 + 27) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = 9 \vee x = \frac{3}{2}.$$

So với điều kiện ta được  $x = \frac{3}{2}$ .

Vậy  $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$ . ■

### Bài tập tương tự.

a) Tìm  $m$  để phương trình:  $mx^2 - 2mx + m - 1 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  khác 0 và thỏa mãn hệ thức:  $\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1} + 18 = 0$ .

b) Giải phương trình:  $x\sqrt{x+8} = x+2$ .

**Đáp án:** a)  $m = \frac{3}{5}$ , b)  $x = 1, x = -4 - 2\sqrt{3}$ .