

Đáp án chuyên đề:

Phép đối xứng tâm - Chuyên đề Hình học 11

21. $d': 3x - 4y + 17 = 0.$

22. $I\left(\frac{1}{4}; \frac{11}{4}\right).$

23. Dễ thấy nếu d cắt (C) tại $M(x;y)$ thì d cũng cắt (C) tại $N\left(-x; -\frac{1}{y}\right)$ và ngược lại nên M, N đối xứng qua O (vì d và (C) chỉ có tối đa là 2 điểm chung). Gọi $B(2;-3)$ đối xứng với A qua O . Ta có

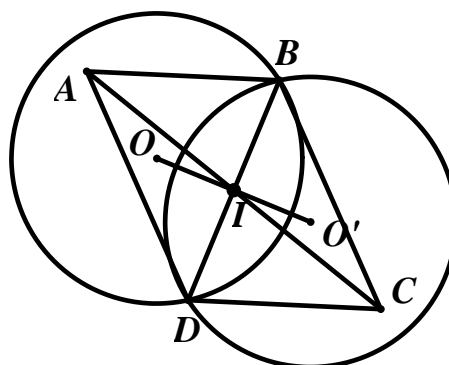
$$AM^2 + AN^2 = MA^2 + MB^2 = 2(x^2 + y^2) + 56, \text{ lại có } x^2 + y^2 \geq 2xy = 2 \text{ nên } MA^2 + MB^2 \geq 60.$$

Đẳng thức xảy ra khi $x=y=1$ hoặc $x=y=-1$ suy ra $d: y=x.$

24. Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$, chứng minh $\mathcal{D}_O: A' \mapsto C', B' \mapsto D'$ ta được O cũng là tâm của hình bình hành $A'B'C'D'$.

25. Phân tích:

Giả sử đã dựng được hình bình hành thỏa yêu cầu bài toán. Gọi I là trung điểm của AC thì $\mathcal{D}_I(B) = D$ mà $B \in (O)$ nên $D \in (O')$ ảnh của (O) qua phép đối xứng tâm I . Lại có $D \in (O)$ nên D là giao điểm của (O) và (O') .



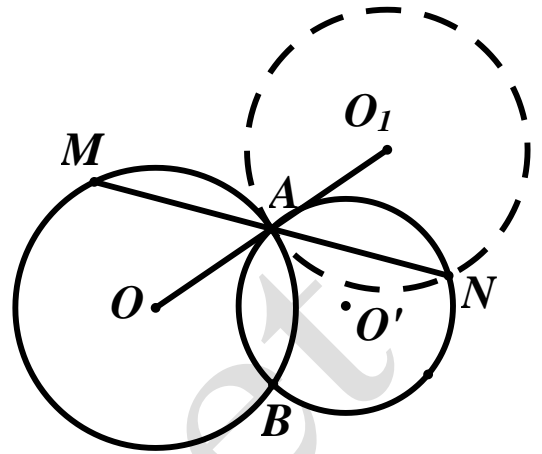
Cách dựng:

- Dựng đường tròn (O') ảnh của đường tròn (O) qua phép đối xứng tâm I .

- Dụng giao điểm D của (O) và (O') , khi đó B cũng là giao điểm của (O) và (O') .

Bạn đọc tự chứng minh và biện luận.

26. Giả sử đã dựng được đường thẳng d thỏa mãn yêu cầu bài toán. Xét phép đối xứng tâm \mathcal{D}_A ta có $\mathcal{D}_A(M)=N$ mà $M \in (O)$ nên $N \in (O_1)$ ảnh của (O) qua phép đối xứng \mathcal{D}_A . Mặt khác $N \in (O')$ nên N là giao điểm của (O') và (O_1) .



Từ bước phân tích trên ta có cách dựng:

- Dụng đường tròn (O') đối xứng với (O) qua A
 - Dụng giao điểm N của (O_1) và (O') .
 - Dụng đường thẳng d đi qua A, N cắt (O) tại M .
- d chính là đường thẳng cần dựng.

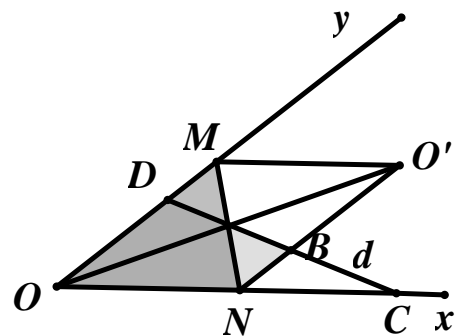
27.

a) Giả sử đã dựng được M, N thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Gọi O' là ảnh của (O) qua phép đối xứng \mathcal{D}_A . Khi đó tứ giác $OMO'N$ là hình bình hành. Từ đó suy ra cách dựng:

- Dụng O' là ảnh của (O) qua \mathcal{D}_A .
- Dụng hình bình hành $OMO'N$ sao cho $M \in Ox, N \in Oy$, khi đó dễ thấy MN đi qua A và $AM=AN$.

Do đó đường thẳng MN là đường thẳng cần dựng.



b) Giả sử đường thẳng d bất kì đi qua A cắt $O'M, Ox, Oy$ lần lượt tại B, C, D . Do phép đối xứng tâm A biến tam giác ABM thành tam giác ADN nên $S_{OMN} = S_{OMB} \leq S_{OCD}$.