Đáp án chuyên đề:

Khái niệm phép dời hình và hai hình bằng nhau - Hình học 11

37. Đặt $F = T_{\vec{v}} \circ Q_{(O;90^0)}$ là phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(O;90^0)}$ và phép tịnh tiến theo $\vec{v}$. Gọi $d' = F(d)$.

Thì $d' \perp d \Rightarrow d': x - 2y + c = 0$ .lấy $O(0;0) \in d$

$\Rightarrow F(O) = T_{\vec{v}} \circ Q_{(O;90^0)}(O) = T_{\vec{v}}(O) = O'(3;-1)$.

$O' \in d' \Rightarrow c = -5$. Vậy $F(d) = d': x - 2y - 5 = 0$.

38. Vì F biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(x';y')$ có tọa độ

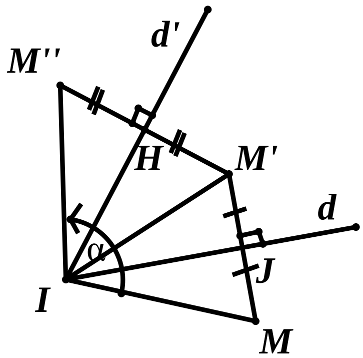
$$\begin{cases} x' = a + (x-a)\cos\alpha - (y-b)\sin\alpha \\ y' = b + (x-a)\sin\alpha + (y-b)\cos\alpha \end{cases}.$$

Ta có $M'N' = \sqrt{(x_{N'} - x_{M'})^2 + (x_{N'} - x_{M'})^2}$

$$= \sqrt{((x_N - x_M)\cos\alpha - (y_N - y_M)\sin\alpha)^2 + ((x_N - x_M)\sin\alpha - (y_N - y_M)\cos\alpha)^2}$$
$$= \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2} = MN$$

Vậy $F(MN) = M'N' = MN$ nên F là phép dời hình.

39. Xét phép quay $Q_{(I;2\varphi)}$. Lấy đường thẳng d bất kì đi qua I, gọi d' là ảnh của d qua $Q_{(I;\varphi)}$. Gọi M' đối xứng với M qua d, M'' đối xứng với M' qua d' và. Gọi $J = d \cap MM', H = d' \cap M'M''$, theo hệ thức Sa lơ ta có



$(IM, IM'') = (IM, IM') + (IM', IM'')$

$= 2(IJ, IM') + 2(IM', IH) = 2(IJ, IH) = 2\varphi$

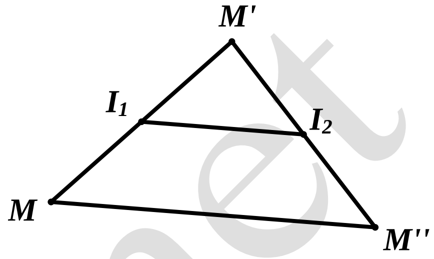
Lại có $IM'' = IM' = IM$ do đó $(IM, IM'') = 2\varphi$ và $IM'' = IM$ nên $Q_{(I,2\varphi)}(M) = M''$.

Vậy $Q_{(I,2\varphi)} = Đ_{d'} \circ Đ_d$.

40. Xét các phép đối xứng tâm I_1, I_2.

Lấy điểm M bất kì.

Gọi $M' = Đ_{I_1}(M), M'' = Đ_{I_2}(M')$ ta có $\begin{cases} \overrightarrow{I_1M'} = -\overrightarrow{I_1M} \\ \overrightarrow{I_2M''} = -\overrightarrow{I_2M'} \end{cases}$



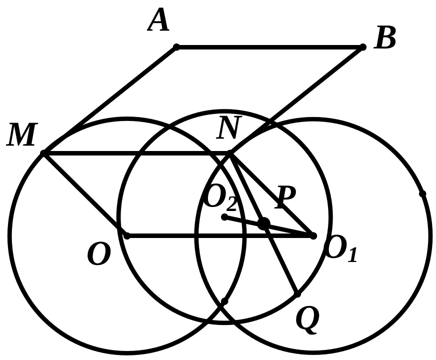
$\Rightarrow I_1$ là trung điểm của MM' và I_2 là trung điểm của $M'M''$ (hình vẽ)

Suy ra $\overrightarrow{MM''} = 2\overrightarrow{I_1I_2} \Rightarrow T_{2\overrightarrow{I_1I_2}}(M) = M''$. Vậy $Đ_{I_2} \circ Đ_{I_1} = T_{2\overrightarrow{I_1I_2}}$.

41. Gọi $M' = Q_{(O;\varphi_1)}(M), M'' = Q_{(O;\varphi_2)}(M')$ thì ta có $OM' = OM, (OM, OM') = \varphi_1$ và $OM'' = OM', (OM', OM'') = \varphi_2$ suy ra $OM'' = OM$ và theo hệ thức Sa-lơ ta có $(OM, OM'') = (OM, OM') + (OM', OM'') = \varphi_1 + \varphi_2$.

hay $Q_{(O;\varphi_1+\varphi_2)}(M) = M''$.Vậy $Q_{(O;\varphi_2)} \circ Q_{(O;\varphi_1)} = Q_{(O;\varphi_1+\varphi_2)}$.

42. Do $ABNM$ là ình bình hành nên $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow T_{\overrightarrow{AB}}(M) = N$, mặt khác Q đối xứng với N qua P nên $Đ_P(N) = Q$ vì vậy $Đ_P \circ T_{\overrightarrow{AB}}(M) = Q$ mà M chạy trên đường tròn (O) nên Q chạy trên đường tròn (O_2) là ảnh của (O) qua phép dời hình $F = Đ_P \circ T_{\overrightarrow{AB}}$.



Vậy quỹ tích điểm Q là đường tròn (O_2) là ảnh của (O) qua phép dời hình $F = Đ_P \circ T_{\overrightarrow{AB}}$.