

Đáp án chuyên đề:

Phương trình tổng quát của đường thẳng - Hình học 10

Bài 3.1: a) $\Delta \perp Oy \Rightarrow \Delta$ nhận \vec{j} $0;1$ làm VTPT do đó phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là $0 \cdot x - 1 \cdot y + 3 = 0$ hay $y + 3 = 0$.

b) $\Delta // d \Rightarrow \Delta$ nhận \vec{n} $1;2$ làm VTPT do đó phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là $1 \cdot x - 1 \cdot y + 2 \cdot (y + 3) = 0$ hay $x + 2y + 5 = 0$.

Bài 3.2: a) Ta có đường cao AH đi qua A và nhận \overrightarrow{BC} $1;3$ là VTPT nên có phương trình tổng quát là $1 \cdot x - 2 \cdot y + 3 \cdot (y - 1) = 0$ hay $x + 3y - 5 = 0$.

b) Gọi I là trung điểm AB khi đó

$$x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1}{2}, y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

Đường trung trực đoạn thẳng AB đi qua I và nhận \overrightarrow{AB} $-3;-1$ làm

VTPT nên có phương trình tổng quát là $-3 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) - 1 \cdot \left(y - \frac{1}{2}\right) = 0$

$$\text{hay } 3x + y + 2 = 0$$

c) Phương trình tổng quát của đường thẳng BC có dạng $\frac{x}{-1} + \frac{y}{3} = 1$ hay $3x - y + 3 = 0$.

d) Đường thẳng BC có VTPT là \vec{n} $3;-1$ do đó vì đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng AB nên nhận \vec{n} $3;-1$ làm VTPT do đó có phương trình tổng quát là $3 \cdot x - 2 \cdot y - 1 \cdot (y - 1) = 0$ hay $3x - y - 5 = 0$.

Bài 3.3: a) Vì $\Delta // d$ nên VTPT của d cũng là VTPT của Δ nên đường thẳng Δ nhận \vec{n} $4;-7$ làm VTPT và \vec{u} $7;4$ làm VTCP do đó phương trình tổng quát là $4 \cdot x - 2 \cdot y - 7 \cdot (y - 5) = 0$ hay $4x - 7y - 27 = 0$;

b) Đường thẳng Δ có hệ số góc $k = 11$ nên có dạng $y = 11x + m$. Mặt khác $P \in \Delta$ nên $-5 = 11 \cdot 2 + m \Leftrightarrow m = -27$

Vậy phương trình tổng quát của Δ là $11x - y - 27 = 0$

Bài 3.4: Gọi $A(a; 0)$, $B(0; b)$, $a, b > 0$. Vậy đường thẳng cần tìm có

dạng: $\Delta: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$. Vì $M \in \Delta \Rightarrow \frac{8}{a} + \frac{6}{b} = 1 \Rightarrow b = \frac{6a}{a-8}$

Ta

có:

$$OA + OB = a + b = a + \frac{6a}{a-8} = a - 8 + \frac{48}{a-8} + 14 \geq 8\sqrt{3} + 14$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a = 8 + 4\sqrt{3}$, $b = 6 + 4\sqrt{3}$

Suy ra $\Delta: \frac{x}{8 + 4\sqrt{3}} + \frac{y}{6 + 4\sqrt{3}} = 1$

Bài 3.5. a) $d_1 // d_2$ b) $d_1 \equiv d_2$ c) d_1 cắt d_2

Bài 3.6. a) $N\left(\frac{1}{4}; -\frac{9}{4}\right)$ b)

$A \in \Delta_1 \Rightarrow 3x_A - y_A - 3 = 0 \Rightarrow y_A = 3x_A - 3$,

$B \in \Delta_2 \Rightarrow x_B + y_B + 2 = 0 \Rightarrow y_B = -2x_B - 2$. B là trung điểm AM

suy ra

$$\begin{cases} 2x_B = x_A \\ -4x_B - 4 = 2 + 3x_A - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -\frac{3}{4} \\ x_B = -\frac{3}{8} \end{cases} \Rightarrow \Delta: 29x - 3y + 6 = 0$$

Bài 3.7. a) Nếu $a = b \Rightarrow \Delta_1 \equiv \Delta_2$, Nếu $a \neq b \Rightarrow \Delta_1$ và Δ_2 cắt nhau

$\Leftrightarrow \frac{a^2 - b^2}{a - b} \neq \frac{1}{a} \Leftrightarrow b \neq 0$. Vậy $b \neq 0$ và $a \neq b$ là điều kiện cần tìm.

b) Cho $y = 0 \Rightarrow a - b$, $x = 1$ và $(a^2 - b^2)x = b$ suy ra

$$\frac{1}{a - b} = \frac{b}{a^2 - b^2} \Leftrightarrow a = 0$$

Bài 3.8. a) Δ_1 luôn đi qua 1 điểm cố định là $M(1; 0)$

b) $N\left(\frac{k^2 - 1}{k^2 + 1}; \frac{2k^3}{k^2 + 1}\right)$

Bài 3.9. TH1: Nếu $m = 0 \Rightarrow \Delta_1$ cắt Δ_2

TH2: Nếu $m \neq 0$:

$$\text{th1: } \frac{m}{-1} \neq \frac{-1}{m} \Leftrightarrow m \neq \pm 1 \Rightarrow \Delta_1 \text{ cắt } \Delta_2$$

$$\text{th2: } \frac{m}{-1} = \frac{-1}{m} \neq \frac{1-m}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \text{ thì } \Delta_1 // \Delta_2$$

$$\text{th3: } \frac{m}{-1} = \frac{-1}{m} = \frac{1-m}{2} \Leftrightarrow m = -1 \text{ thì } \Delta_1 \equiv \Delta_2$$

Bài 3.10. $PA + PB^2 \leq 2PA^2 + PB^2 = 2AB^2 = 16$. Do đó
 $\max PA + PB = 4$ khi P là trung điểm của cung AB. Khi đó $P(2;1)$
hay $P(0;-1)$ suy ra $m = 1$ hoặc $m = 2$.

Bài 3.11. Để ý rằng hai đường thẳng này vuông góc với nhau nên cắt nhau tại điểm M. Rõ ràng đường thẳng thứ nhất đi qua điểm cố định $A(1;1)$ và đường thẳng thứ hai đi qua điểm cố định $B(3;-1)$, nên tập hợp điểm M là đường tròn đường kính AB.

3.312: Toạ độ của A là nghiệm của hệ pt:

$$\begin{cases} 5x - 2y + 6 = 0 \\ 4x + 7y - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(0;3)$$

Vì B(a;b) thuộc AB nên $5a - 2b + 6 = 0 \Rightarrow b = \frac{5a + 6}{2}$ hay

$$B\left(a; \frac{5a + 6}{2}\right)$$

Mặt khác, H là trực tâm nên $\overrightarrow{HB} \perp \overrightarrow{AC}$ suy ra \overrightarrow{HB} là VTPT của AC do đó \overrightarrow{HB} cùng phương với $\vec{n}_{AC}(4;7)$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{4} = \frac{5a + 6}{14} = 0 \Leftrightarrow a = -4 \Rightarrow B(-4;-7)$$

3.313: Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với d. Ta có hệ số góc của đường thẳng d là $k_d = 3$ do đó hệ số góc của đường thẳng Δ là

$$k_{\Delta} = -\frac{1}{3} \text{ do đó đường thẳng } \Delta \text{ có dạng } y = -\frac{1}{3}x + m.$$

$$A \in \Delta \Rightarrow 2 = -\frac{1}{3} \cdot 1 + m \Rightarrow m = \frac{7}{3}$$

Vậy $\Delta : y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$ hay $x + 3y - 7 = 0$.

Tọa độ giao điểm của Δ và d là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x - y + 3 = 0 \\ x + 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{5} \\ y = \frac{12}{5} \end{cases}$$

Suy ra hình chiếu của A lên d là $A' \left(-\frac{1}{5}; \frac{12}{5} \right)$

3.314 Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với CK cắt CK và CB lần lượt tại A_1, A_2 .

Đường thẳng A_1A_2 (hay AA_2) có phương trình là $3x - y + 18 = 0$

Tọa độ điểm A_1 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x + 9y - 22 = 0 \\ 3x - y + 18 = 0 \end{cases} \Rightarrow A_1 \left(-\frac{14}{3}; 4 \right) \Rightarrow A_2 \left(-\frac{16}{3}; 2 \right)$$

Cạnh BC (hay BA_2) có phương trình là $y - 2 = 0$

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + 9y - 22 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow C \left(\frac{4}{3}; 2 \right)$